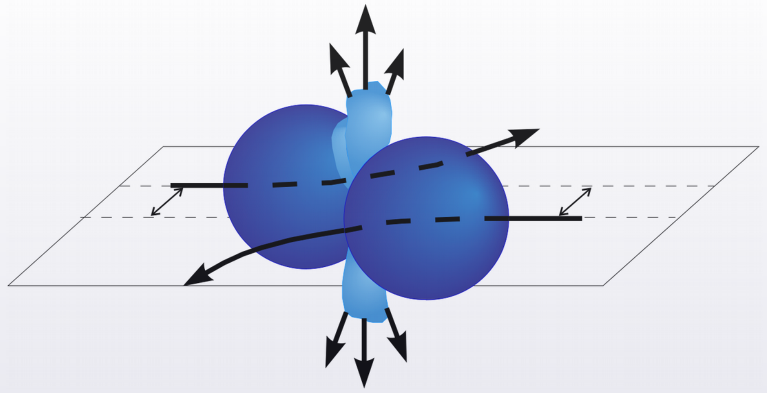
Zakład Fizyki Jądrowej
Uniwersytet Warszawski

Wykłady monograficzne z fizyki jądrowej

Fizyka zderzeń relatywistycznych jąder

Krzysztof Piasecki

Zakład Fizyki Jądrowej, Wydział Fizyki UW



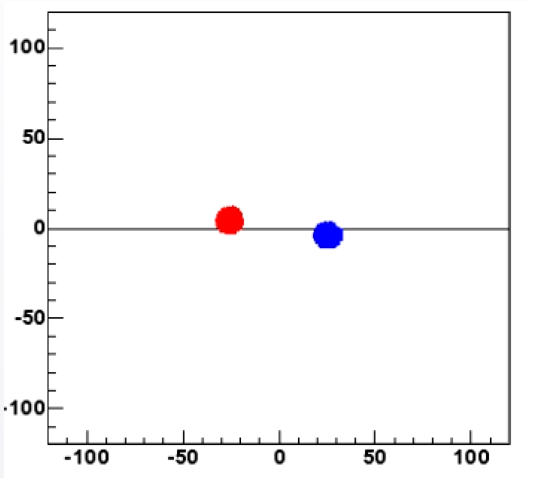
krzysztof.piasecki@fuw.edu.pl

1. Ogólne własności zderzeń przy energiach relatywistycznych
2. Podstawy kinematyki relatywistycznej
3. Próg energetyczny, produkcja podprogowa
4. Przekroje czynne: całkowity, różniczkowy
   – przekrój czynny Rutherforda i na reakcję
5. Model participant-spectator, centralność zderzenia
   – model Glaubera
6. Multifragmentacja vs ewaporacja
7. Produkcja nowych cząstek
8. Model statystyczny emisji cząstek
   – obserwacje globalne
   – rozkład kinematyczny, rozkład Boltzmanna
9. Doświadczalne rozkłady populacji w przestrzeni pędowej
10. Ruch kolektywny w zderzeniach cięzkich jonów
    – Model “radial blast wave”
11. Stopping / transparencja
12. Rozkłady azymutalne
    – Rekonstrukcja płaszczyzny reakcji
    – Rozłożenie na szereg Fouriera (“pływy”)
    – Rozmycie płaszczyzny reakcji i metoda Ollitraulta korekcji pływu
    – Pływ: skierowany i eliptyczny, wyniki doświadczalne

1. Ogólne własności zderzeń przy energiach relatywistycznych

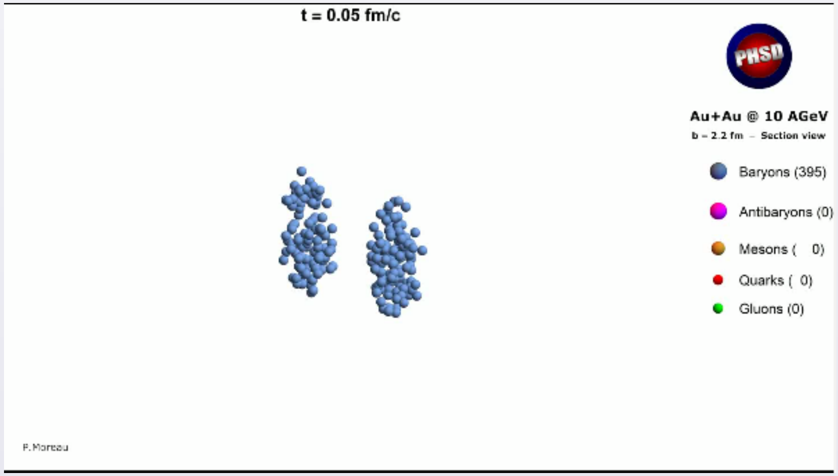
- Symulacja QMD zderzenia Au+Au przy energii kinetycznej wiązki T_B = 15 MeV/nukleon (15*A* MeV)

  [`www.fuw.edu.pl/~kpias/rhic/QMD_Tb.015_b08_010.mpg`]

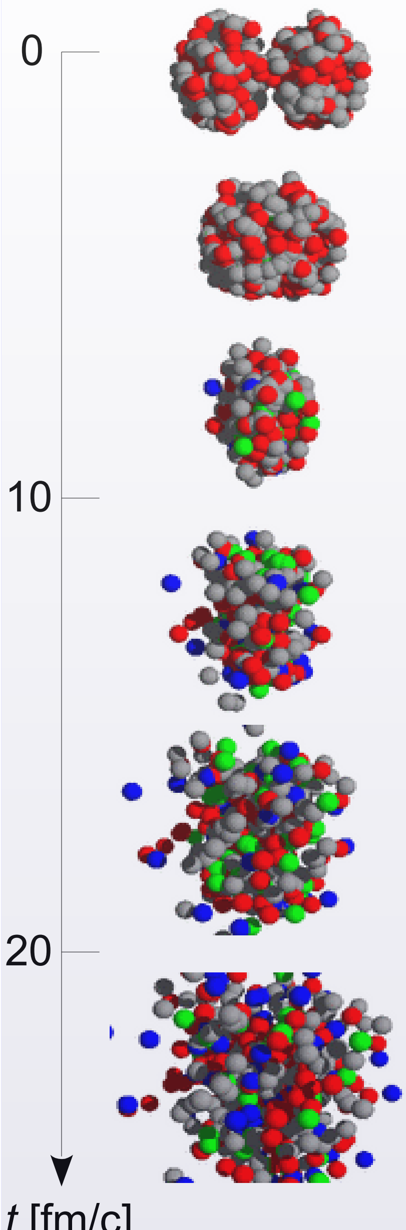


- Symulacja PHSD zderzenia Au+Au przy energii kinetycznej wiązki T_B = 10 GeV/nukleon (10*A* GeV)

  [`fias.uni-frankfurt.de/~phsd-project/PHSD/documents/movie_AuAu_10AGeV.mp4`]



- Symulacja IQMD zderzenia Au+Au przy energii kinetycznej wiązki T_B = 1.5 GeV/nukleon (1.5 *A*GeV)



0 fm/c: początek zderzenia

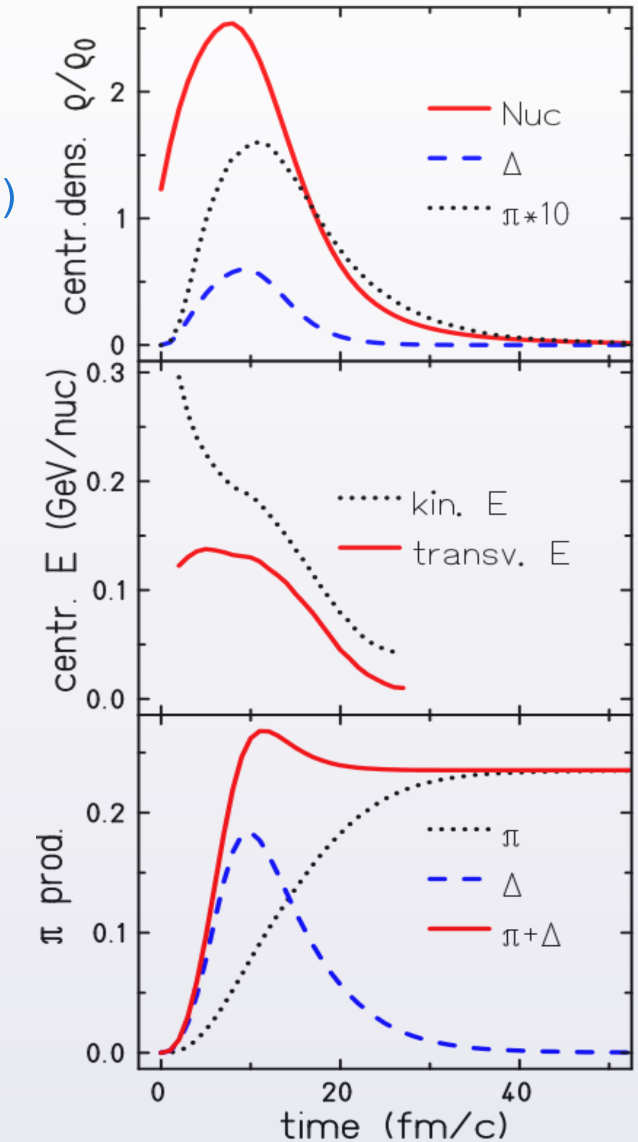
4 fm/c: początek produkcji barionów Δ
(rezonans Δ, stan wzbudzony nukleonu)

8 fm/c: maks. gęstości nukleonów w środku
10 fm/c: maks. gęstości Δ w środku

12 fm/c: maks. gęstości π
14 fm/c: π zaczynają dominować nad Δ
[bo τ(Δ)=1,7 fm/c , po czym: Δ → Nπ]

16 – 20 fm/c: rozkłady pędowe nukleonów
stają się „termiczne"

20 fm/c: krotność π → nasyca się



C. Hartnack, arxiv:nucl-th/0507002

(1 fm/c = 3.3 · 10^{-23} s)

Slajd za: C. Hartnack "The nuclear equation of state is soft", SQM 2006

- Jak podstawowe parametry zmieniają się z energią wiązki?

$T_{wiązki}$ / nukleon	γ	β	$\lambda_{de\ Broglie'a}$ [fm]	$\tau_{przejścia}$ [10^{-23} s]
5 MeV	1.005	0.10	13	55
50 MeV	1.05	0.31	4.1	18
500 MeV	1.5	0.75	1.2	5.5
5 GeV	6.3	0.987	0.2	1.7
50 GeV	54	0.9998	0.02	0.5

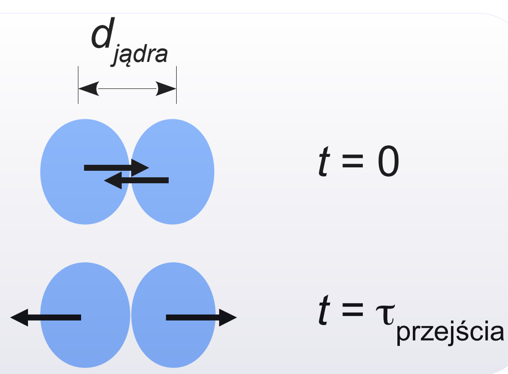
- Jak to wyliczyć?

$$T_{wiązki} = m_N c^2 (\gamma - 1) \quad \Rightarrow \quad \gamma = 1 + \frac{T}{m_N c^2}$$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$

$$\lambda_{de\,Broglie}(N) = \frac{h}{p_N} = \frac{\hbar c \cdot 2\pi}{m_N c^2 \cdot \gamma\beta}$$

$$\tau_{przejścia}(A_{1,2}=50) = \frac{d_{jądra}}{v_{przejścia,CM}} = \ldots = \frac{2R_{jądra}}{p_{CM}/m_N}$$



- **Wnioski**. Z rosnącą energią wiązki:
  - Kinematyka relatywistyczna staje się niezbędna
  - Nukleon jądra wiązki zaczyna próbkować poszczególne nukleony jądra tarczy
  - Czas przejścia jąder staje się rzędu 10^{-23} s

- **Pytania**:
  - Jak opisać szansę na zderzenie? (przekrój czynny)
  - Jakie są właściwe zmienne: co można wydobyć doświadczalnie, a co się rozważa teoretycznie?
  - Jak opisać emisję cząstek? (krotności i rozkłady) (podejście termiczne czy dynamiczne)
  - Co jest „silnikiem” symulacji zderzeń
  - Eksperyment: (jak mierzyć) (układy doświadczalne)

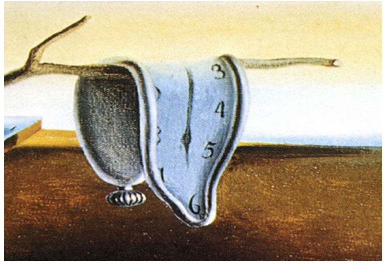
2. Podstawy kinematyki relatywistycznej

- Opis cząstki przez czterowektory, np.: położenia, czteropędu

$$p^{\mu} = \left(\frac{E}{c}, \vec{p}\right)$$

gdzie: $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$, $E = \gamma mc^2$

i wprowadza się: $\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\vec{\beta} \equiv \vec{v}/c$

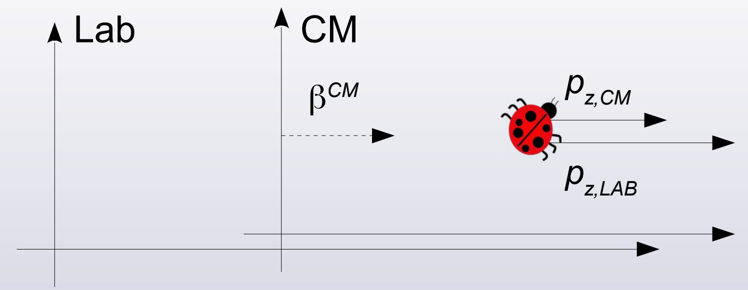


- Wówczas: $\vec{\beta} = \frac{c\vec{p}}{E}$, $\gamma = \frac{E}{mc^2}$

- Nb. $T = E - mc^2 = (\gamma - 1)\ mc^2$

- Przejście między układami współrzędnych: ***Transformacja Lorentza*** (*boost*)

$$\begin{cases} E_{Lab} = \gamma^{CM}\left(E_{CM} + \beta^{CM} cp_{z,CM}\right) \\ cp_{z,Lab} = \gamma^{CM}\left(cp_{z,CM} + \beta^{CM} E_{CM}\right) \\ cp_{x/y,Lab} = cp_{x/y,CM} \end{cases}$$



Pęd poprzeczny: $p_T \equiv \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ (niezmiennik)

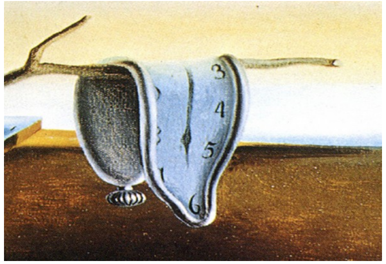
Częsta notacja: c = 1, [m] = [p] = [E] (= MeV , GeV, …)

- Opis cząstki przez czterowektory, np.: położenia, czteropędu

$$p^{\mu} = (E, \vec{p})$$

gdzie: $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$, $E = \gamma m$

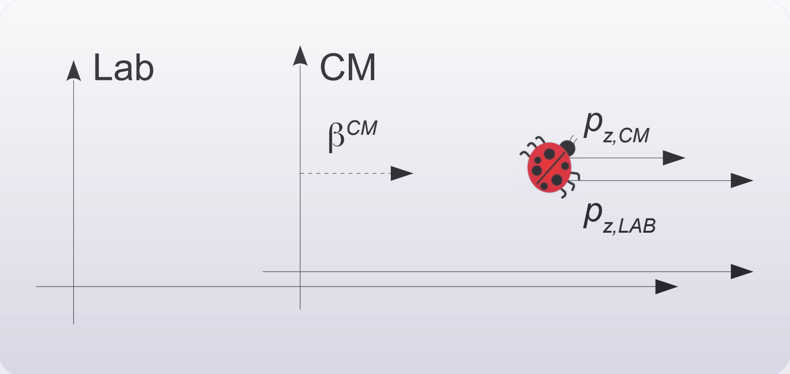
i wprowadza się: $\gamma \equiv \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\vec{\beta} \equiv \vec{v}$



- Wówczas: $\vec{\beta} = \dfrac{\vec{p}}{E}$, $\gamma = \dfrac{E}{m}$
- Nb. $T = E - m = (\gamma - 1)\, m$

- Przejście między układami współrzędnych: *Transformacja Lorentza* (*boost*)

$$\begin{cases} E_{Lab} = \gamma^{CM}\left(E_{CM} + \beta^{CM} p_{z,CM}\right) \\ p_{z,Lab} = \gamma^{CM}\left(p_{z,CM} + \beta^{CM} E_{CM}\right) \\ p_{x/y,Lab} = p_{x/y,CM} \end{cases}$$



Pęd poprzeczny: $p_T \equiv \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ (niezmiennik)

- **Fakt:** każdy iloczyn skalarny dwóch czterowektorów jest niezmiennikiem Transformacji Lorentza.

$$p_\mu p^\mu = E^2 - \vec{p}^{\,2} = const$$ $\longrightarrow$ akurat jasne, bo: $$E^2 - \vec{p}^{\,2} = m^2$$

$$\left(\sum_i E_i\right)^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i\right)^2 = \text{niezmiennik} \equiv s$$

a jednocześnie:
$$\begin{cases} \sum_i E_i = const \\ \sum_i \vec{p}_i = const \end{cases}$$
„s” jest nie tylko niezmiennikiem. Jest też całką ruchu [= const(t)].

- Układ środka masy (CM) : taki, w którym $\sum_i \vec{p}_{i,CM} = \vec{0}$

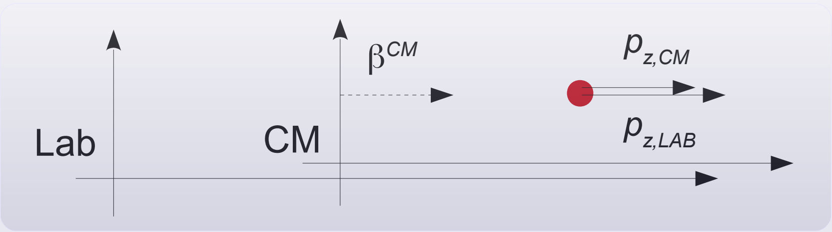
$$s \equiv \left(\sum_i E_{i,CM}\right)^2 - \left(\sum_i \vec{p}_{i,CM}\right)^2 = \left(\sum_i E_{i,CM}\right)^2$$

$$\sqrt{s} = \sum_i E_{i,CM}$$

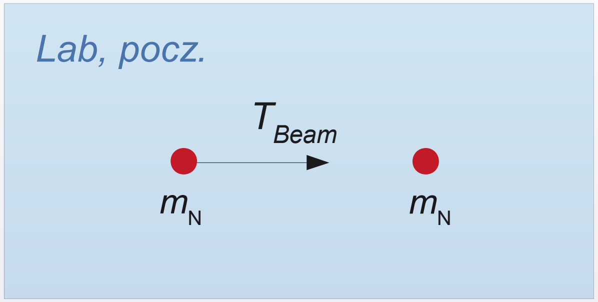
$\sqrt{s}$ nazywamy „energią dostępną”

- „Prędkość” układu CM w układzie Lab:

$$\vec{\beta}^{CM} = \frac{\sum_i \vec{p}_{i,Lab}}{\sum_i E_{i,Lab}}$$



- Dla zderzenia nukleon-nukleon (NN) na stacjonarnej tarczy:



W **Lab**: $$s \equiv \left(2 m_N + T_{Beam}\right)^2 - \vec{p}_{Beam}^{\,2}$$

$$\ldots$$

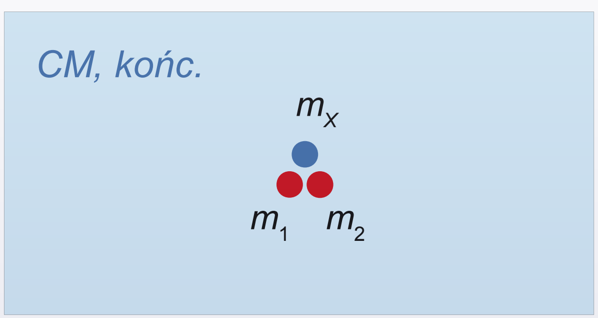
$$\sqrt{s} = \sqrt{2 \cdot m_N \left(2 m_N + T_{Beam}\right)}$$

$\sqrt{s}$ monotonicznie rośnie z T_{Beam}

Np. dla T_{beam} = 1 GeV, $\sqrt{s}$ = 2.3 GeV

- $\sqrt{s}$ – jest często używana. Dlaczego:

W **CM**: $$\sqrt{s} = \sum_i E_{i,CM}$$

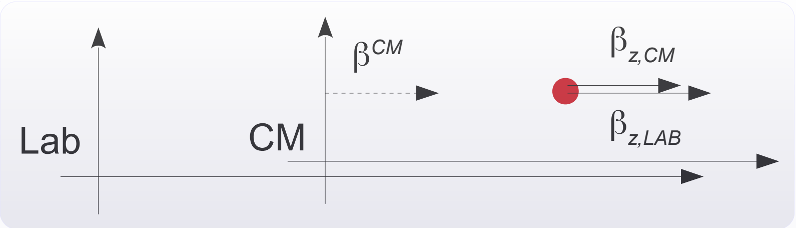


a gdyby w CM cała energia była masą cząstek:

$$\sqrt{s} = \sum_i m_i$$

$\sqrt{s}$ wskazuje, ile masy można „wykreować” zderzając rozpędzony nukleon z nukl. stacjonarnej tarczy.

- Transformacja *Galileusza*: *v* dodają się liniowo.
  Transformacja *Lorentza* : nieliniowo.

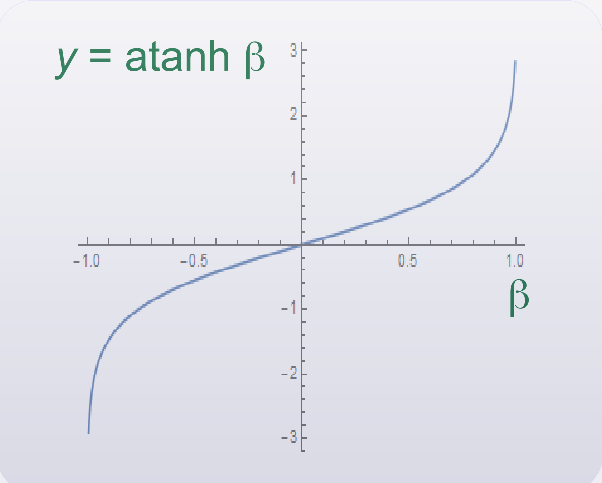


$$\beta_{z,Lab} = \frac{\beta_{z,CM} + \beta^{CM}}{1 + \beta_{z,CM}\beta^{CM}}$$

, przy czym $\beta_i \in [-1,\ 1]$

Idea: przekształcenie rozciągające [-1, 1] w [-∞, ∞] .

$$y \equiv atanh(\beta)$$



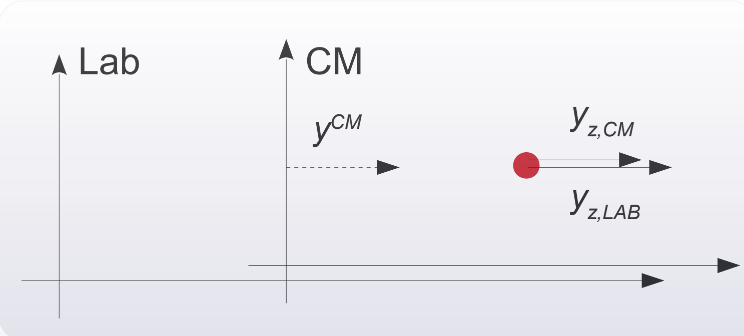
(tożsamość)

$$y_z \equiv atanh(\beta_z) \equiv \frac{1}{2}\ln\frac{1+\beta_z}{1-\beta_z}$$

Przy czym: $$\frac{E+p_z c}{E-p_z c} = \frac{\gamma mc^2 + \gamma m\beta_z c}{\gamma mc^2 - \gamma m\beta_z c} = \dots = \frac{1+\beta_z}{1-\beta_z}$$

$$y_z = \frac{1}{2}\ln\frac{E+p_z}{E-p_z}$$

- Jak transformuje się taka „rozciągnięta” prędkość?



$$y \equiv atanh(\beta)$$

Tożsamość:

$$\frac{\tanh a + \tanh b}{1 + \tanh a \ \tanh b} = \tanh(a + b)$$

Transformacja β:

$$\beta_{z,Lab} = \frac{\beta_{z,CM} + \beta^{CM}}{1 + \beta_{z,CM}\beta^{CM}}$$

$\tanh(y_{z,Lab})$ $\qquad$ $\tanh(y_{z,CM} + y^{CM})$

Transformacja *y*:

$$y_{z,Lab} = y_{z,CM} + y^{CM}$$

***Pospieszność*:**

- transformuje się liniowo
- zakres $y \in [-\infty, \infty]$
  (nb. ruch „wstecz” ⇔ $y < 0$)
- w granicy nierelatywistycznej → β

jak v nierelatywistyczne

- „**Masa poprzeczna**” :

$$m_T \equiv \sqrt{p_t^2 + m^2}$$

(niezmiennik Transformacji Lorentza)

- **Tożsamości relatywistyczne**:

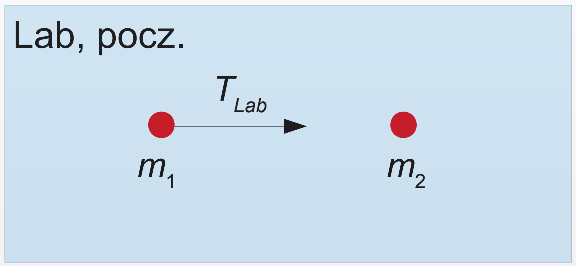
$$\begin{cases} E = m_T \cdot ch\, y \\ p_z = m_T \cdot sh\, y \end{cases}$$

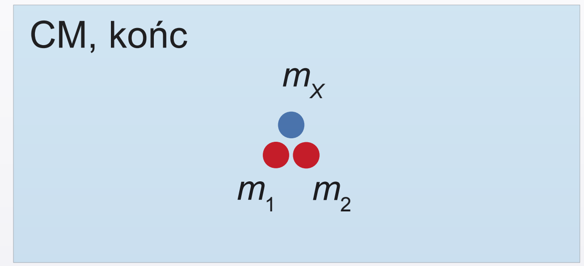
Można sprawdzić, np.:

→ podnosząc do kwadratu i odejmując „pod kreską” lub
→ wstawiając do definicji pospieszności

3. Próg energetyczny, produkcja podprogowa

- Ile wynosi minimalna T_{Lab} („energia progowa”) potrzebna do produkcji cząstki X w danym procesie?





Lab, przed: $$s \equiv \left(m_1 + m_2 + T_{1,Lab}^{Min}\right)^2 - \vec{p}_{1,Lab}^{\,2}$$

CM, po: $$s \equiv \left(m_1 + m_2 + m_X\right)^2$$

$$T_{1,Lab}^{Min} = \frac{m_X^2 + 2m_X(m_1 + m_2)}{2m_2}$$

Jeżeli $m_1 = m_2 = m_N$ *(N = nukleon)*

$$\boldsymbol{T_{Lab}^{Min} = \frac{m_X\,(m_X + 4m_N)}{2m_N}}$$

- Np. progowa T_{Beam} dla produkcji mezonu π^0 ($m_{\pi 0}$ = 135 MeV) w zderzeniu NN:

$$T_{\pi^0}^{Min} = 280 \ \ \mathrm{MeV}$$

(pasuje do rozważanego zakresu energii)

- ***„Najtańsze" kanały produkcji w zderzeniu nukleonu wiązki na nukleonie stacjonarnej tarczy:***

→ <u>Uwaga</u>:

(I) Obowiązują dodatkowo zasady zachowania: ładunku Q, dziwności S, liczby barionowej B

(II) W zderzeniu ciężkich jonów, w stanie początkowym • $S = 0$, • brak antymaterii.

→ niektóre formalnie dozwolone kanały i tak nie zostaną zrealizowane

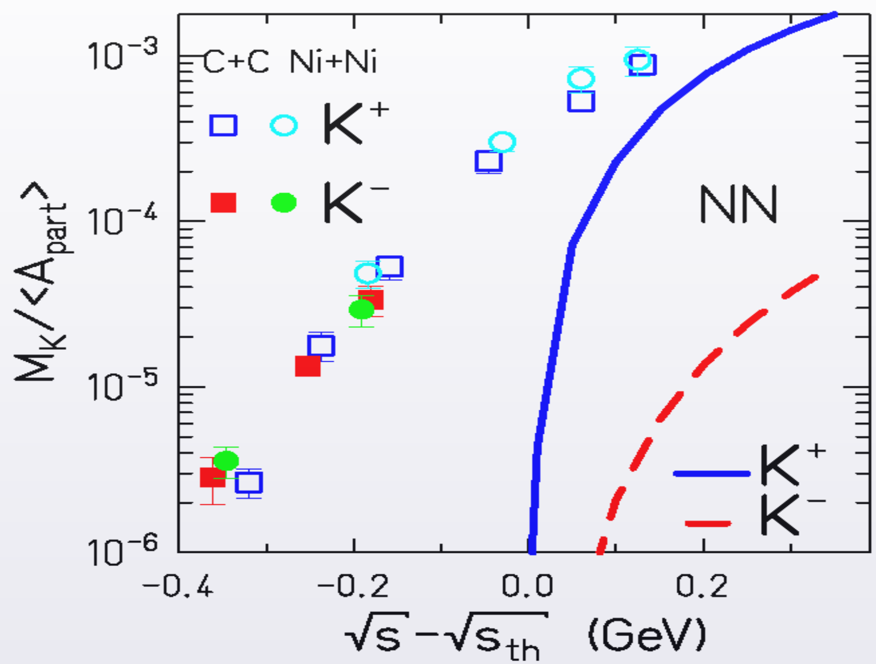
Cząstka	Skład kwarkowy	Masa [GeV]	„Najtańszy" kanał NN	T_{min} [GeV]
π^+	$u\bar{d}$	0.139	$NN \rightarrow NN\,\pi^+$	0.29
K^+	$u\bar{s}$	0.494	$NN \rightarrow N\,K^+\Lambda^0$	1.6
K^-	$s\bar{u}$	0.494	$NN \rightarrow NN\,K^+K^-$	2.5
p	uud	0.938	$NN \rightarrow NN\,p\bar{p}$	5.6

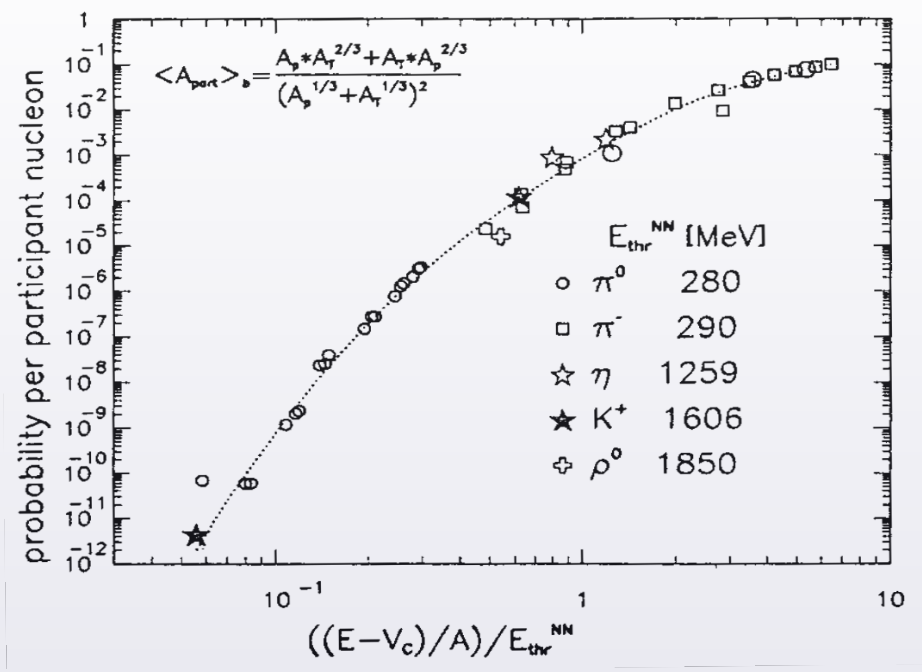
Nb. Λ^0 *(uds)* : barion z 1 kwarkiem dziwnym. $m_\Lambda = 1.116$ GeV, $q = 0$

Barion : (zazwyczaj) → hadron złożony z 3 kwarków (liczba barionowa $B = 1$)

- **Przechodząc do zderzeń jądro-jądro (AA):**

F. Laue et al., Phys. Rev. Lett. 82, 1640 (1999)





V. Metag, Prog. Part. Nucl. Phys. 30, 75 (1993)

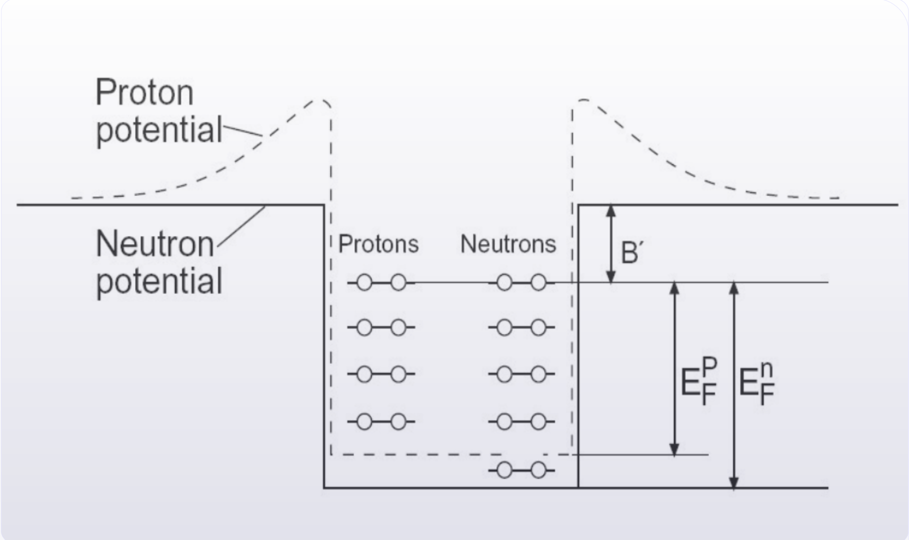
→ **przy *T* wiązki poniżej progu: wyraźna produkcja cząstek!**

- **Powody:**
  - Ruch własny nukleonów w jądrze („*ruch Fermiego*”)
  - Kanały wielociałowe (zderzenie >2 nukleonów, np. NNN → NNNπ^0),
    Kanały wielostopniowe (np. ① NN → NΔ , a następnie ② NΔ → NK$^+\Lambda$)
  - Modyfikacje (m.in.) mas cząstek w gęstej i podgrzanej materii jądrowej

- Ruch nukleonów w jądrze („***ruch Fermiego***”)

  Jądro atomowe: *studnia potencjału* dla nukleonów.

  Studnia ma szerokość →
  nie ma powodu, by nukleony się nie poruszały.



- ***Przestrzeń fazowa***: $\bar{x}, \bar{p}$: $\mathbb{R}^3$

  Pojedyncza komórka w przestrzeni fazowej: h^3 .
  Jest w niej miejsce na 4 nukleony: {p n} × m_s = {+½ -½} .

  Proporcja: $$\frac{dN}{4} = \frac{V_{jądra} \cdot dp^3}{h^3}$$, dzięki której otrzymujemy związek między dN a dp^3 .

  Kolejne stany pędowe (od najniższych) obsadzamy A nukleonami. *Jaki jest maksymalny* $|\bar{p}|$ *?*

$$A = \int dN = \frac{4V}{h^3} \cdot \frac{4}{3}\pi p_F^3$$

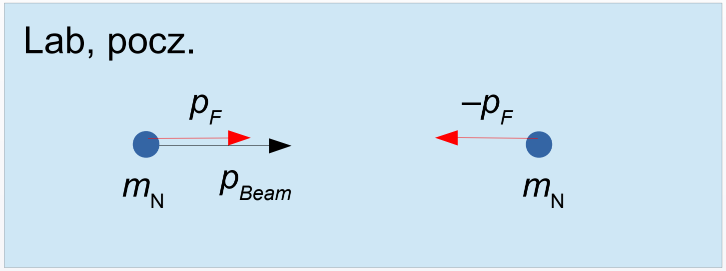
- Pęd maksymalny („**pęd Fermiego**”) :

$$p_F = \sqrt[3]{\frac{3h^3}{16\pi}\frac{A}{V}} = \sqrt[3]{\frac{3h^3}{16\pi}\rho_0} \quad \longrightarrow \quad p_F \approx 270 \text{ MeV}$$

„*Gęstość normalna*” nukleonów w jądrze ρ_0 = 0.17 fm^{-3}

- Przypadek najbardziej sprzyjający powiększeniu *energii swobodnej* :

  dwa nukleony z $p = p_F$, wektory złożone konstruktywnie



- Sposób obliczenia $\sqrt{s}$:

  1) Boost p_F o p_{Beam} ($\rightarrow p_{Tot}$)

  2) Modyfikacja „lewej” strony bilansu wielkości „*s*”

$$(E_{Tot} + E_F)^2 - (p_{Tot} - p_F)^2 = s = (2m_N + m_X)^2$$

Rozwiązanie analityczne:

$$\begin{cases} p_{Beam}^{Min} = m_N(1 + \frac{r}{2})(1 + 2x^2)\sqrt{r(4 + r)} - 2p_F\,(1 + 2r + \frac{r^2}{2})\sqrt{1 + x^2} \\ x = p_F/m_N \\ r = m_X/m_N \end{cases}$$

- Sprawdźmy, jak wzrosła energia progowa, gdy dodaliśmy nukleonom p_F w złożeniu konstruktywnym:

Cząstka	**Masa [GeV]**	**„Najtańszy” kanał NN**	**T_{min} (NN) [GeV]**	**T_{min} (NN ⊕ p_F) [GeV]**
π^+	0.139	NN → NN π^+	0.29	0.019
K^+	0.494	NN → N $K^+\Lambda$	1.58	0.60
K^-	0.494	NN → NN K^+ K^-	2.5	1.1
p	0.938	NN → NN $p\bar{p}$	5.6	2.8

Sukces!

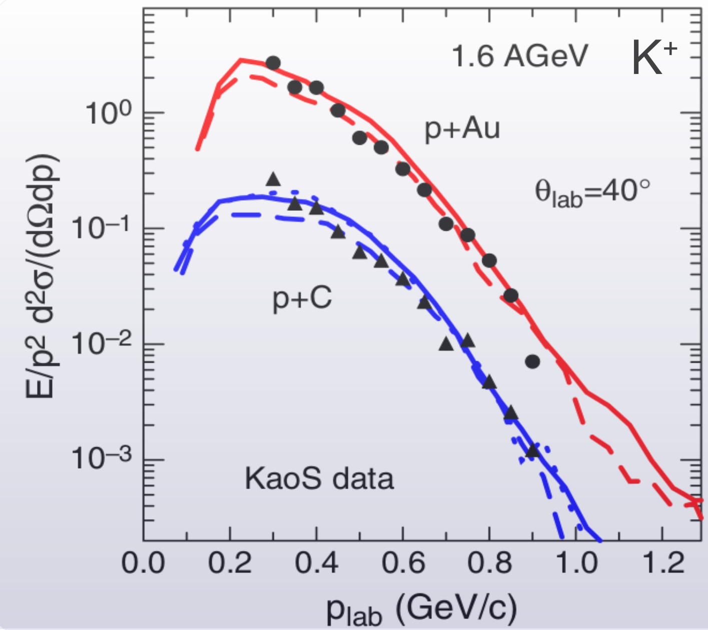
Ale...

Q: czy ruch Fermiego wyjaśnia całość produkcji cząstek?

- ***Przykład 1***:

  Symulacja IQMD produkcji mezonu K^+
  w zderzeniach proton+proton, proton + ^{12}C i proton + ^{197}Au

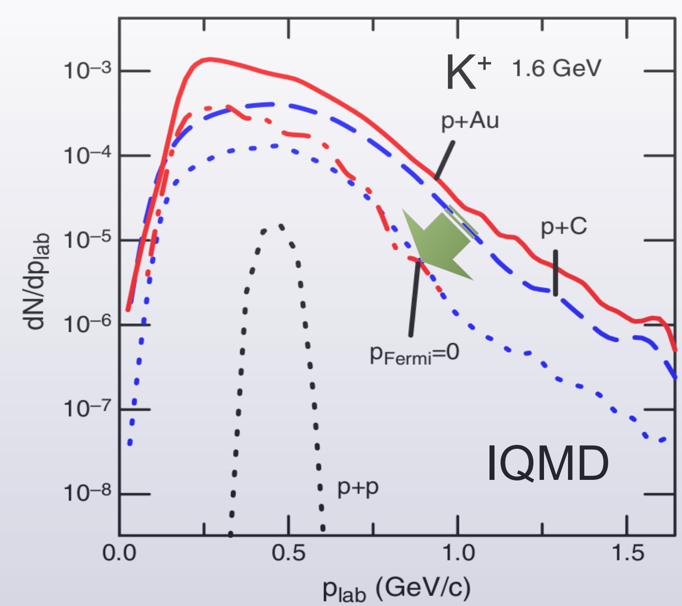
  - Dobrano $T(p)$ = 1.60 GeV. Jest to minimalnie powyżej progu T_{min} (NN) = 1.58 GeV
  - Zmierzony rozkład pędowy K^+ ze zderzeń p+C i p+Au jest całkowicie odtworzony.



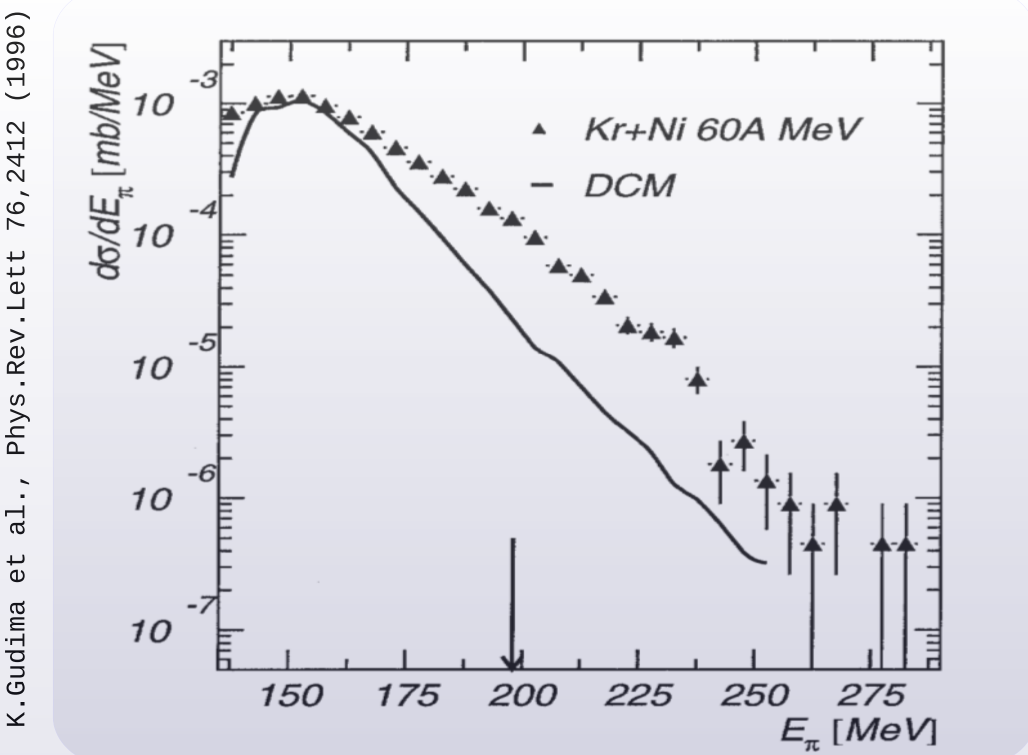
C.Hartnack et al., Phys.Rep. 510, 119 (2012)

W ramach symulacji:

- Rozkład p_{Lab} dla K^+ z p+p : bardzo wąski
- Rozkład p_{Lab} dla K^+ z p+C : wyższy i „rozległy"
- „wyłączenie" ruchu Fermiego w p+C
  → zawężenie rozkładu, ale nie do przypadku p+p
- Czy jednak oczekujemy zawężenia do p+p?
  Spróbujmy przeskalować p + p do p + ^{12}C.
  Zakładając, że krotność $K^+ \sim A$ (i tak przeszacowujemy),
  i mnożąc rozkład dla p+p przez 12, nie wyjaśnimy p+C



→ Oprócz ruch Fermiego, inne efekty...



- ***Przykład 2***:

  Mezony π^0 ze zderzeń ^{86}Kr + ^{59}Ni @ 60*A* MeV (eksperyment grupy TAPS w GANIL).

  Wykres: [▲] rozkład E_π w układzie CM NN
  E_{kin} (π) sięgają ok. 150 MeV.

$$E = \sqrt{m^2 + p^2}$$

[$m_{\pi 0}$ = 135 MeV]

- Energia progowa dla produkcji π^0 w spoczynku (z pędami Fermiego) : T_{Min} = 16 MeV.
  W tym przypadku: T_{Beam} / *A* (60 MeV) > T_{Min} (16 MeV) *(ok.)*
- Jednak Q: ile wynosi największa $T_{\pi 0}$ przy złożeniu konstruktywnym N(p_F) ⊕ N (p_F) ?
  A: T_{max} (π^0) = 60 MeV. Wówczas E_{max} (π^0) = 135 MeV + 60 MeV = 195 MeV.

  … tymczasem widać mezony o energiach znacznie wyższych!

Ruch Fermiego nie wystarcza do wyjaśnienia całości produkcji

4. Przekroje czynne

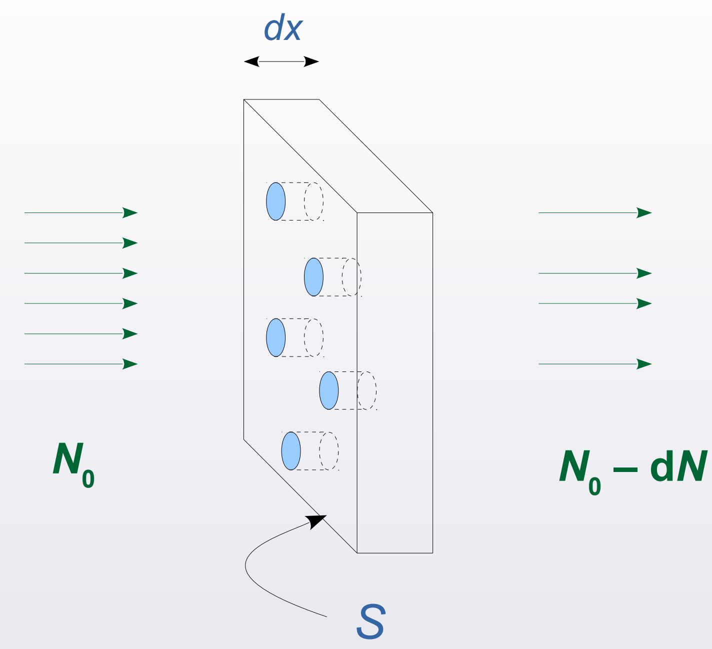
- W ujęciu geometrycznym: *punktowe* pociski nakierowane na przeszkody o przekroju koła

Zał.: cienka tarcza

$$\begin{cases} \dfrac{-dN}{N_0} = \dfrac{dS}{S} \\ dS = \sigma \cdot dN_{tarcza} \end{cases}$$

Przekrój ⊥ 1 centrum $\qquad n_{tarcza} \cdot S\, dx$

N_0 : pierwotna liczba pocisków wiązki (w j. czasu)
dN : liczba pocisków „usuniętych” z wiązki (w j. czasu)
σ : przekrój poprzeczny 1 centrum rozpraszającego
n : koncentracja centrów w tarczy



- $$dN = -N_0 \cdot n_{tarcza} \cdot \sigma \cdot dx$$

$$\Rightarrow \quad N(x) = N_0 \cdot \exp(-n_{tarcza} \cdot \sigma \cdot x)$$

- *Uwaga*: σ ~ prawdopodobieństwo usunięcia z wiązki

Odniesienie do zderzeń jądrowych:

$$\sigma_{tot} = \sigma_{elast.} + \sigma_{reakcja}$$

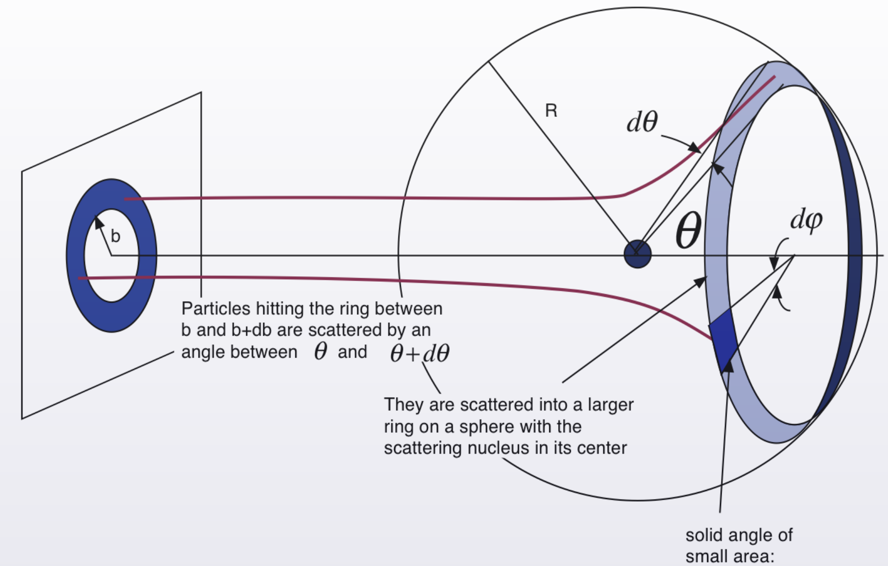
- Dla σ = $S_{jądra}$, $\quad \sigma \approx \pi R^2_{jądra} = \pi (r_0 A^{1/3})^2$

r_0 = 1.12 fm . Jeśli *A* = 120, $\Rightarrow \quad \sigma = 1.1 \times 10^{-28}\ \mathrm{m}^2 \equiv 1.1\,\mathrm{b}$ (barn)

- Różniczkowy przekrój czynny:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \equiv \frac{dN_{out}/d\Omega}{dN_{in}/dS_{wiązki}}, \quad \sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \equiv \frac{\text{liczba cząstek rozproszonych w jednostkowy kąt bryłowy / 1s}}{\text{liczba cząstek padających na jednostkę pow. tarczy / 1s}}$$



Źródło: hep.physics.wayne.edu/~harr/courses/5210/w15/lecture29.htm

- Jeżeli każda cząstka padająca się rozprasza,

$$dN_{in} = dN_{out} \longrightarrow d\sigma = dS_{wiązki} \qquad dS_{wiązki} = 2\pi b\, db$$

- Zwykle w eksperymentach: kąt φ w Lab – przypadkowy.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dS_{wiązki}}{d\Omega} = \frac{2\pi\ b\,db}{2\pi\ \sin\theta\, d\theta} = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right|$$

$\theta = f(b)$: „funkcja odchylenia” . Zawiera informacje o odziaływaniach

- Jeżeli dodatkowo oddziaływanie zachodzi tylko dla $b \in [0, b_{max}]$ $\longrightarrow$ $\sigma = \int \ldots = \pi b_{max}^2$

- *Przykład jest instruktywny przy zderzeniach AA, mimo ogromnego uproszczenia. Wszystkie pociski w polu ⊥ wiązki = σ zostaną z niej usunięte.*

- Z zależności geometrycznych (por. dolny rys.) :

$$b = R\sin\alpha = R\cos\frac{\theta}{2}$$

(*funkcja odchylenia*)

- Podstawiamy do wzoru na $d\sigma/d\Omega$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right| = \ldots = \frac{R^2}{4} \qquad \frac{db}{d\theta} = -\frac{R}{2}\sin\frac{\theta}{2}$$

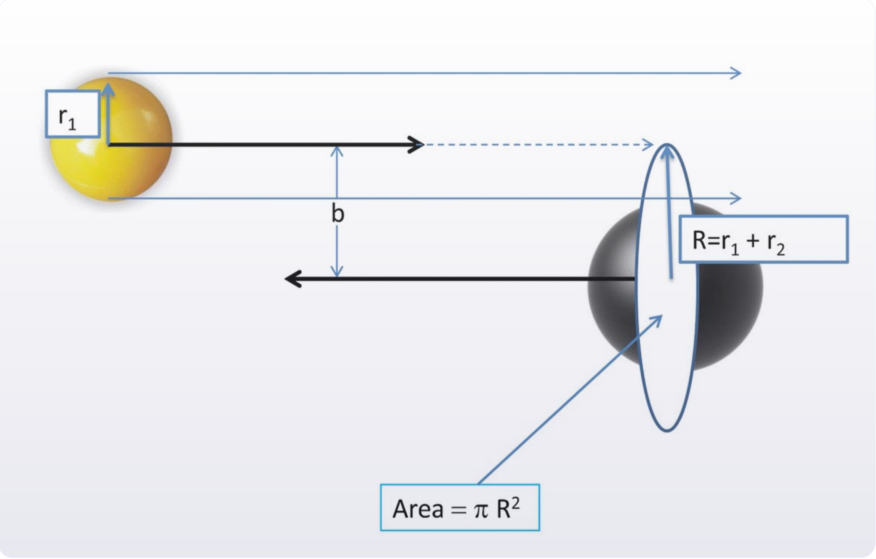
(wynik ≠ f(θ) → emisja izotropowa!)

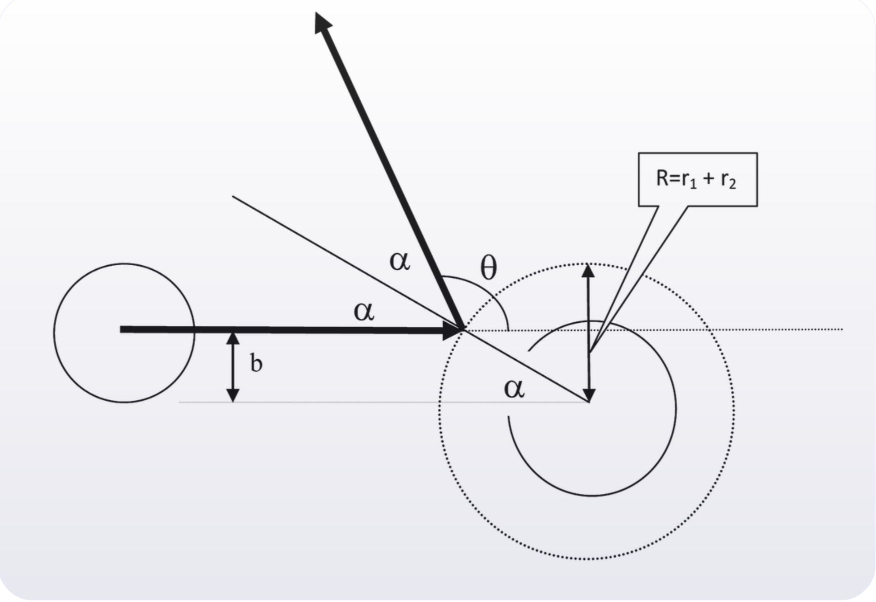
- $$\sigma = \int_0^{4\pi}\frac{d\sigma}{d\Omega}d\Omega = \int\frac{R^2}{4}d\Omega = \pi R^2 = \pi(r_1+r_2)^2$$

- Alternatywnie: całkowanie po parametrach *b* „biorących udział”

$$\sigma = 2\pi\int_0^{b_{max}} b\,db = \pi b_{max}^2$$

$$b_{\mathrm{max}} = r_1 + r_2$$





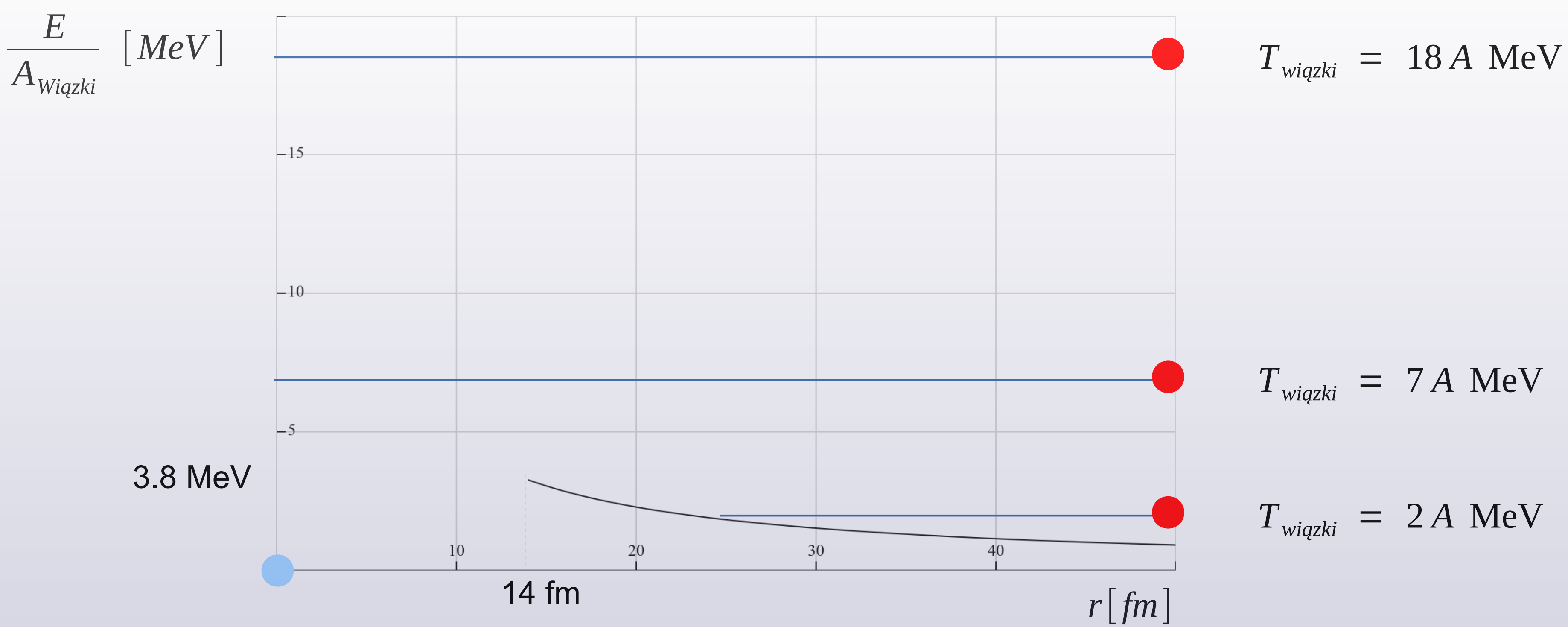
Źródło: pubs.rsc.org/en/content/chapterhtml/2015/bk9781849738309-00001

- Zderzające się jądra muszą pokonać *barierę kulombowską*.

  Energia potencjalna pola Coulomba: $E_{pot}^{Coulomb} = \frac{ke^2 \, Z_1 Z_2}{r_{12}}$, r_{12} : odległość między środkami

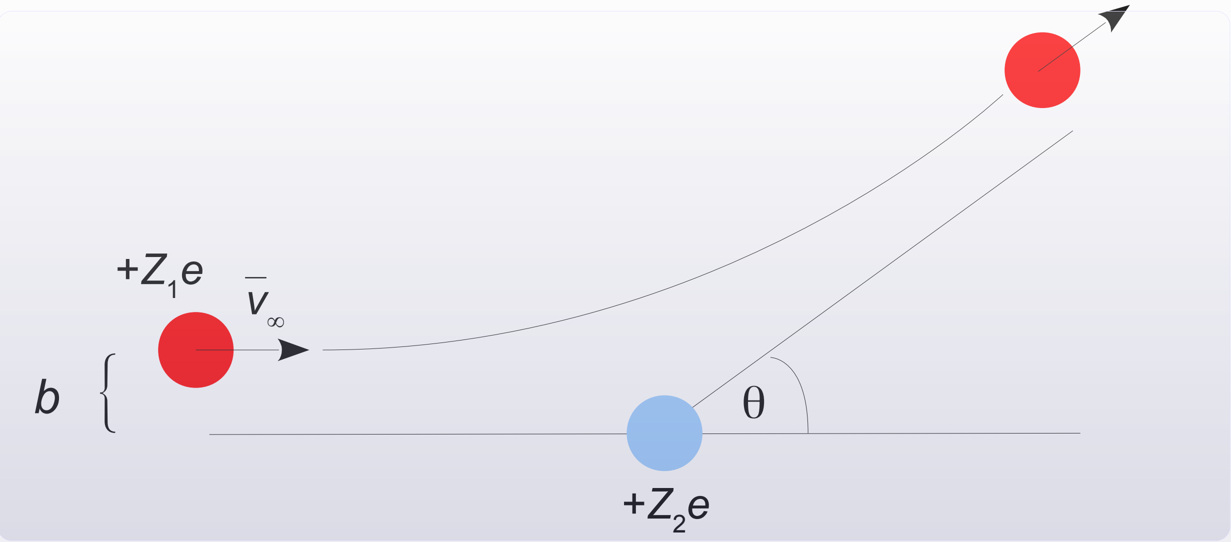
  Promień jądra (w przybliżeniu): $r(A) = r_0 A^{1/3}$, $r_0 = 1.2 \ fm$

- Np. dla zderzeń $^{197}_{79}Au$ z $^{197}_{79}Au$: $r_{Au} + r_{Au} \approx 14 \, fm$



W zderzeniach jąder $E_{pot}^{Coulomb} \lesssim 5A$ MeV. Przy $T_{wiązki} \sim 50A$ MeV, niewielkie osłabienie ruchu.

- W ujęciu klasycznym:



Hamiltonian z $E_{pot} \sim \frac{Z_1 Z_2}{r}$ $\Rightarrow$ $\theta(b) = 2 \; atan \frac{k Z_1 Z_2 e^2}{b \cdot \mu v_\infty^2}$, μ : masa zred.

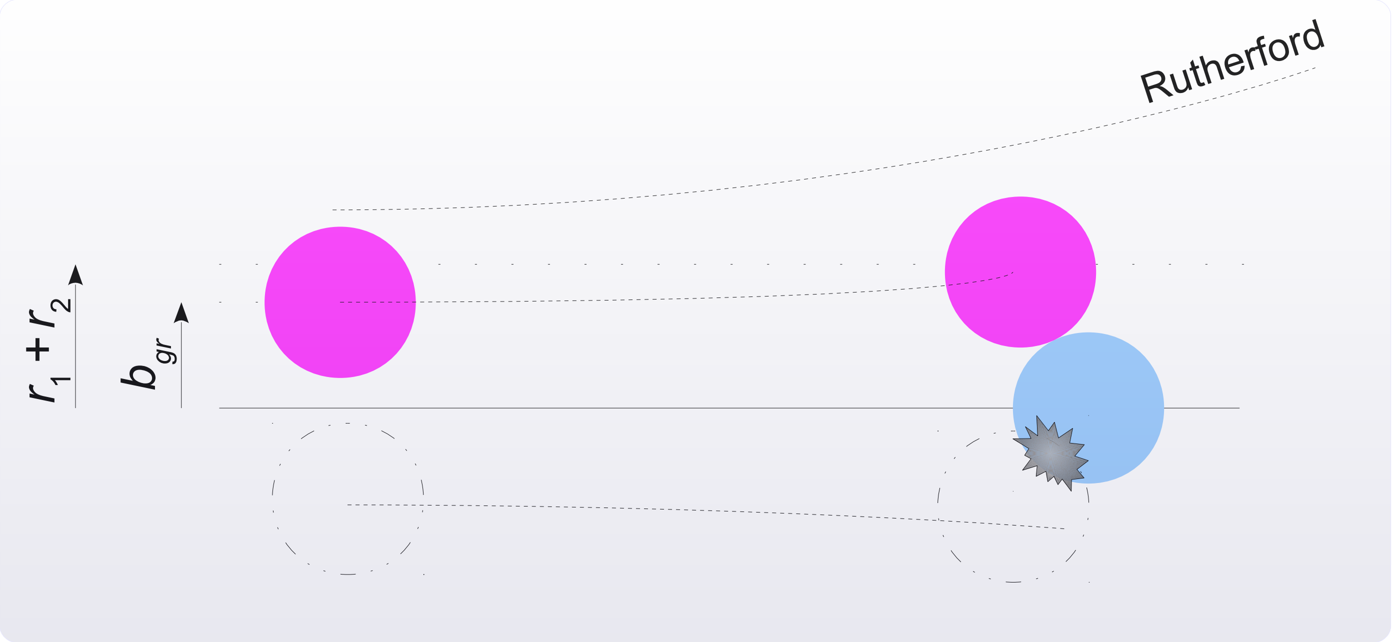
```
por. K.Siwek-Wilczyńska, Reakcje fuzji i ich
zastosowanie do produkcji nieznanych nuklidów, s. 10
```

Kąt rozproszenia θ monotonicznie maleje z *b* !
Cząstka o wysokim *b* → niewielkie odchylenie.

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth} = \left(\frac{k Z_1 Z_2 e^2}{4 E_{K,CM}}\right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad , \text{ gdzie } \quad E_{K,CM} = \frac{1}{2} \mu v_\infty^2$$

- $\int \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) d\Omega = \infty$

Każda cząstka w wiązce „odczuje” to oddziaływanie.
Cząstki o wysokich $E_{K,CM}$ „odczują” niewiele (~ $1/E^2$)



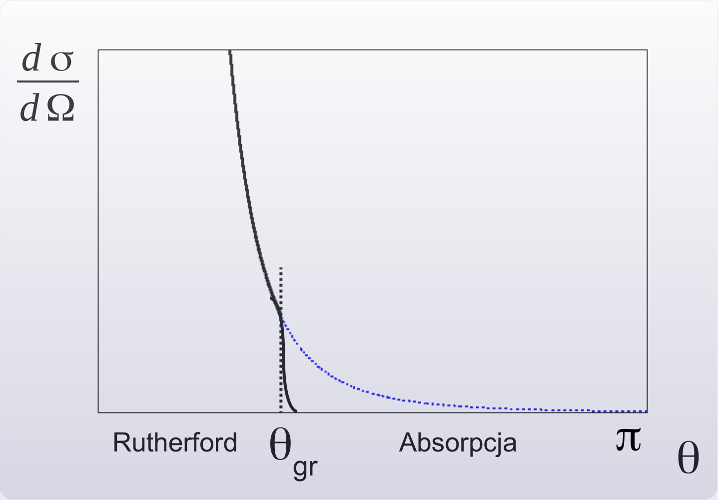
- ***Model silnej absorpcji***:

$$\theta \in [0, \theta_{gr}] \quad : \quad \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{rozp} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth} \qquad (\Delta\sigma_r = 0)$$

$$\theta \in [\theta_{gr}, \pi] \quad : \quad \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{rozp} = 0$$

(wszystkie cząstki, które by się rozproszyły, dokładają się do σ_r)

θ_{gr} : "***grazing angle***"



- $$\sigma_r = \int_{\Delta\Omega} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth} d\Omega = 2\pi \cdot \int_{\theta_{gr}}^{\pi} \left(\frac{k Z_1 Z_2 e^2}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \cdot \sin\theta \, d\theta = \ldots$$

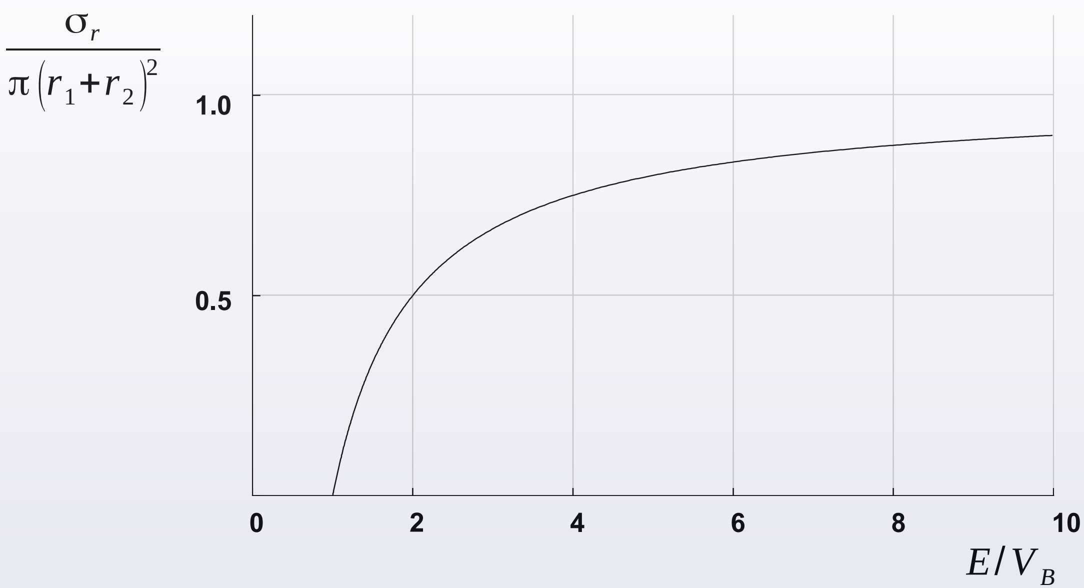
  por. K.Siwek-Wilczyńska, Reakcje fuzji i ich zastosowanie do produkcji nieznanych nuklidów, s. 19

$$\rightarrow \quad \sigma_r = \underbrace{\pi\left(r_1 + r_2\right)^2}_{\text{Zderzenie kul}} \cdot \underbrace{\left(1 - \frac{V_B}{E}\right)}_{\text{Poprawka}}$$

, gdzie : $E = \frac{1}{2}\mu v_\infty^2$, $V_B = \frac{k Z_1 Z_2 e^2}{r_1 + r_2}$

- Ale $r \sim A^{1/3}$ $\rightarrow$ $\sigma_r \sim \left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}\right)^2$

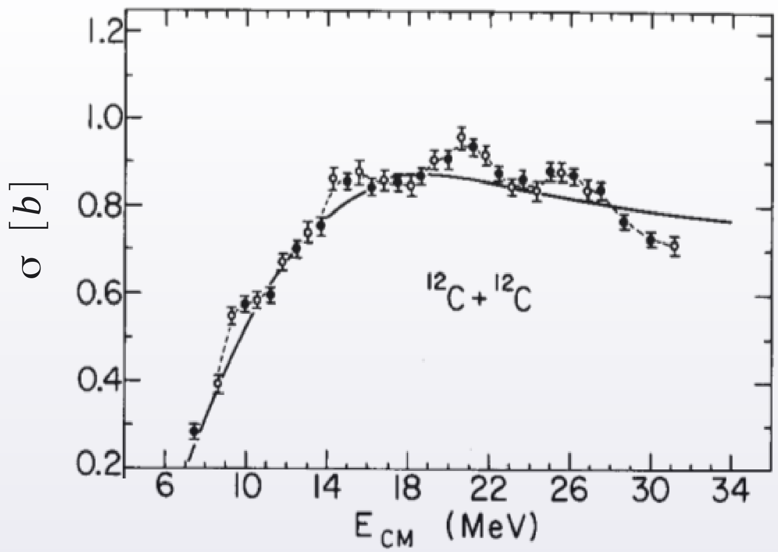
- $\sigma_r = f(E)$: „***funkcja wzbudzenia***” (”***excitation function***”)



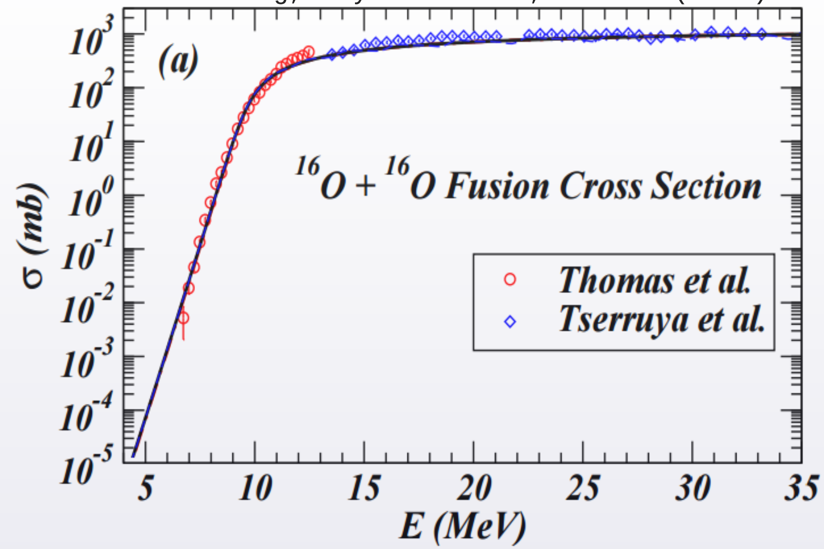
- Poprawka < 1:

  jony o $b \lesssim b_{gr}$,
  zanim dolecą do jądra tarczy, nieco się odchylą

  $\rightarrow$ część uniknie absorpcji.



C.Y.Wong, Phys.Rev.C 86, 064603 (2012)



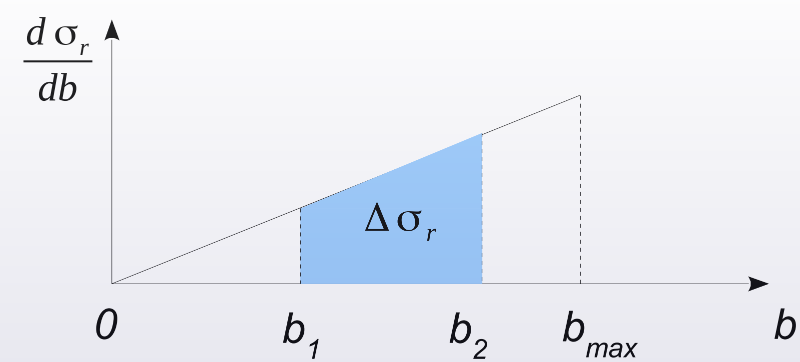
- Wykresy: doświadczalne przekroje czynne na fuzję.
Przy E ~ kilka MeV $\sigma(E)$ narasta, a następnie nasyca się do wartości $\pi\left(r_1+r_2\right)^2$

- Dla energii relatywistycznych $E \gg V_B$ → $\sigma_r \rightarrow \pi\left(r_1 + r_2\right)^2$

- Z drugiej strony, jeśli interesują nas zderzenia tylko w przedziale parametrów $b \in [b_1, b_2]$:

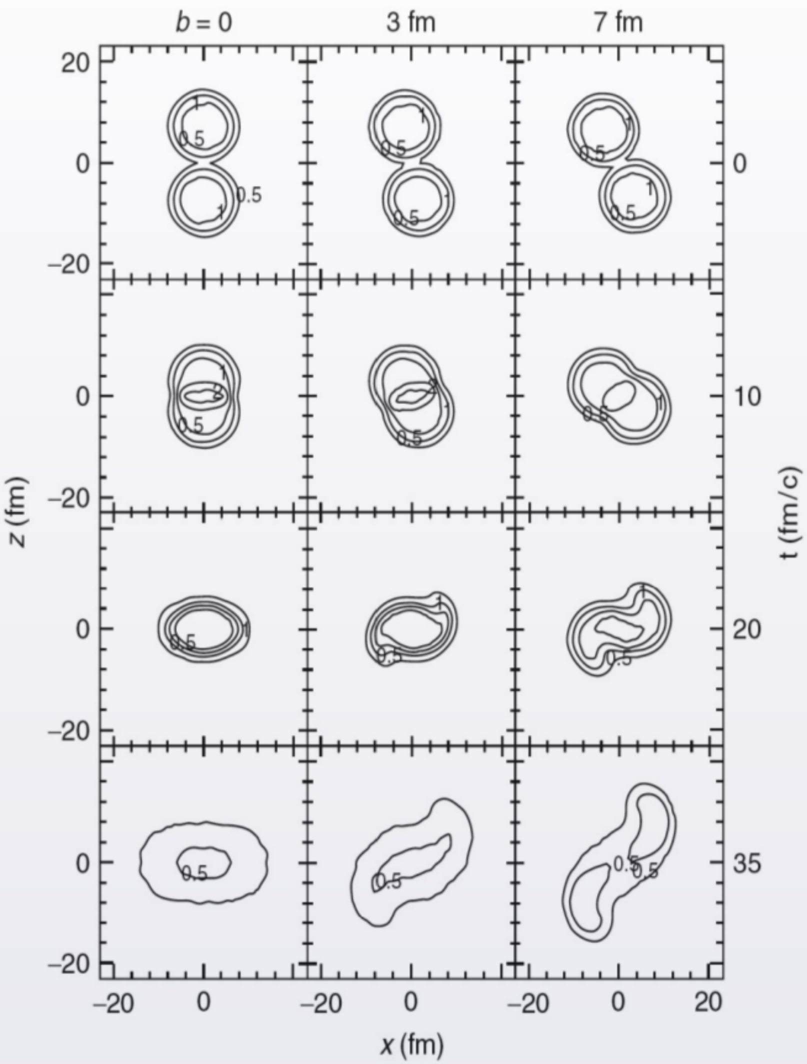
$$d\sigma_r = 2\pi b\, db \quad \rightarrow \quad \Delta\sigma_r = \pi\left(b_2^2 - b_1^2\right)$$

$$\text{Centralność zderzenia [\%]} \equiv \frac{\Delta\sigma_r\left(b \in [0,\ b_{max}^{exp}]\right)}{\sigma_r}$$



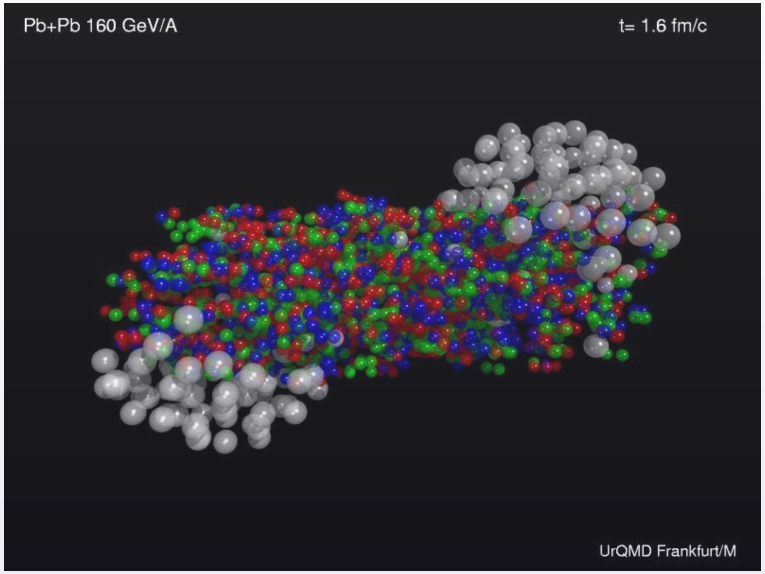
5. Model participants – spectators, centralność zderzenia

- Symulacja zderzenia Au+Au przy $T_b = 0.4A$ GeV dla trzech różnych parametrów zderzenia (BUU)



P. Danielewicz, Phys. Rev. C 51, 716 (1995)

- Symulacja zderzenia Au+Au przy $T_b = 160A$ GeV Zderzenie o pośrednim b (UrQMD)



urqmd.org

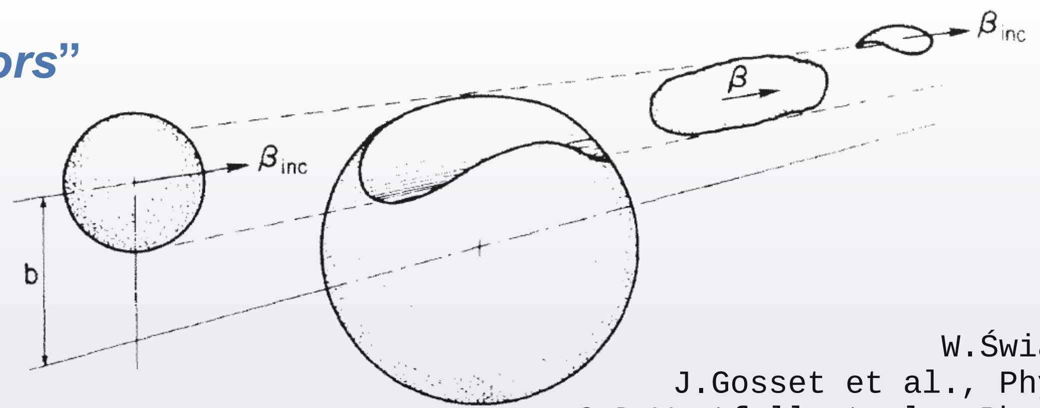
Kule białe: hadrony
Kule kolorowe: kwarki i gluony

Wyodrębnione strefy:

uczestników (participant) i
obserwatorów (spectators)

Model geometryczny
”participants-spectators”

(1976/77)



W.Świątecki (1976) unpublished
J.Gosset et al., Phys. Rev. C 16, 629 (1977)
G.D.Westfall et al., Phys.Rev.Lett. 37,1202(1976)

- Jądra uderzają w siebie przy parametrze zderzenia *b* → przekrycie zbliżone do walca. Powstaje ”*fireball*” / ”*collision zone*” (*strefa zderzenia*).
- Partycypanci (nukleony uczestniczące w zderzeniu) -vs- widzowie.

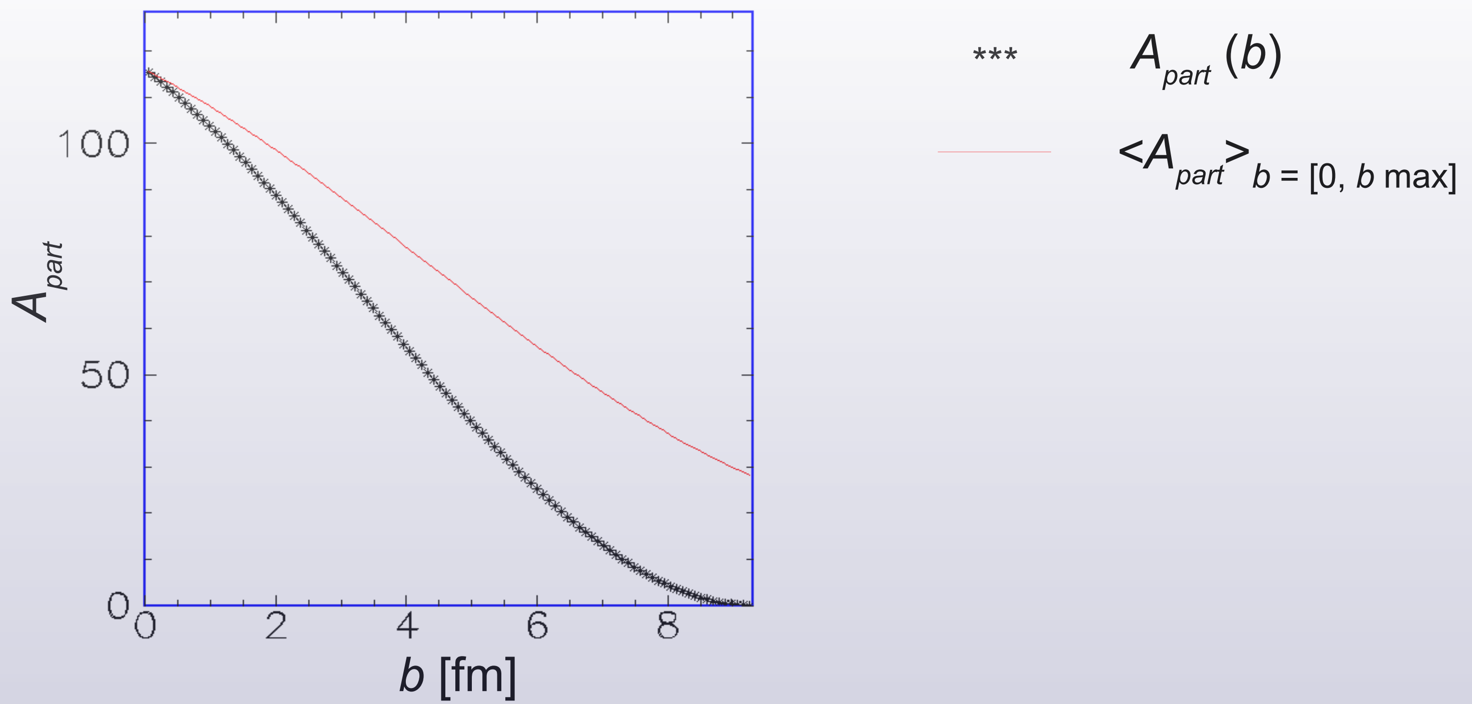
  Dla jąder identycznych o promieniach *R* każde, liczba partycypantów:

$$A_{part}(b) = 2A \cdot \left[1 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}}-3\right)\frac{b}{2R} + \left(3-2\frac{3}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{b}{2R}\right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}}-1\right)\left(\frac{b}{2R}\right)^3\right]$$

- W eksperymencie rejestrujemy zderzenia w przedziale parametrów $b \in (b_1, b_2)$.
  → otrzymujemy cały rozkład A_{part}. Wartość średnia:

$$\langle A_{part}\rangle_{b\,\in\,[b_1,b_2]} = \frac{1}{\int_0^{b_{max}} 2\pi b\, db} \cdot \int_{b_1}^{b_2} A_{part}(b)\; 2\pi b\, db$$

- Przykład: zderzenie $^{58}Ni + ^{58}Ni$



- Np. zderzenia przy $b \in [0, 5]$ fm A_{part} (0 fm) = 116 $\langle A_{part}\rangle_b = 67$
  A_{part} (5 fm) = 40

- Niestety, w eksperymencie nie możemy bezpośrednio sterować *b*.
  Jądra zderzane są przy całym zakresie parametrów *b*.

  Jednak jest sposób na selekcję („zgrubną”) przedziału centralności zderzenia →

Ale... krotność cząstek wyemitowanych w zderzeniu jest silnie skorelowana z *b* :

- Np. zderzenia Ni + Ni przy $T_b = 1.9A$ GeV:

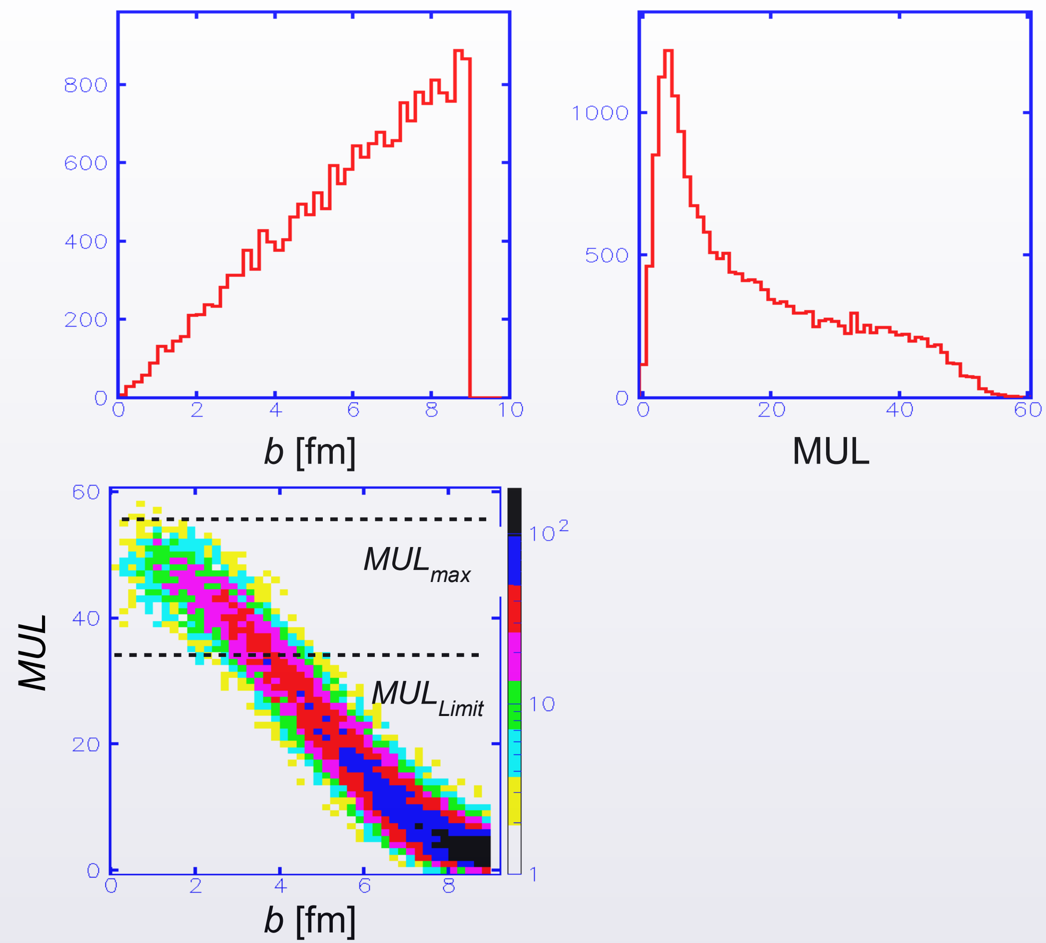
  Symulacja. model zderzenia : IQMD ,
  środowisko : GEANT ,
  układ doświadcz. : FOPI.

  „MUL" = krotność cz. naładowanych wyemitowanych pod $\theta_{LAB} \in [7^\circ, 100^\circ]$.

- $$\Delta\sigma_r = \int_0^{b_{Limit}} 2\pi b\, db \sim \int_{MUL_{max}}^{MUL_{Limit}} dMUL$$

- $$\text{Centralność [\%]} = \frac{\sum_{MUL_{max}}^{MUL_{Limit}} dMUL}{\sum MUL}$$

W eksperymencie można zażądać, aby układ rejestrował zdarzenie ⇔ $MUL > MUL_{Limit}$.
Zadanie to spełnia elektroniczny *układ* ***trygera***.
Jednak wtedy brak doświadczalnej MUL_{max}.



Nomenklatura: zderzenia centralne,
semi-centralne,
peryferyjne...

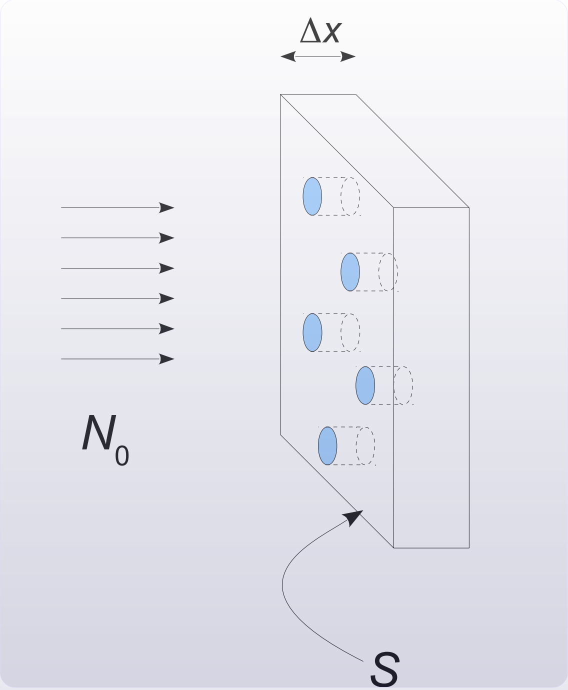
- Często: tryger (online) narzuca minimalne odcięcie *MUL*. Detektory rejestrują $N_{trigger}$ zdarzeń.
  Przed tarczą: <u>*detektor wiązki*</u> rejestruje N_{beam} jonów wiązki.

$$\frac{N_{trigger}}{N_{beam} \cdot P_{\rm int}} = \text{Centralność [\%]} \approx \frac{\Delta\sigma\ (b = [0, b_{Limit}])}{\sigma_r} \approx \frac{\pi b_{Limit}^2}{\pi\left[r_0\left(A_B^{1/3} + A_T^{1/3}\right)\right]^2}$$

- Prawdopodobieństwo P_{int} reakcji jądra wiązki z jądrem tarczy

$$\begin{cases} P_{\rm int} = \dfrac{\Delta S}{S} \\ \Delta S = \sigma_r \cdot n_T \cdot S \cdot \Delta x \\ \dfrac{n_T}{N_A} = \dfrac{\rho_T}{A_T} \\ \sigma_r \approx \pi\left[r_0\left(A_B^{1/3} + A_T^{1/3}\right)\right]^2 \end{cases}$$

$$\longrightarrow \quad P_{\rm int} = \sigma_r \cdot \frac{(\rho\,\Delta x)_T}{A_T} \cdot N_A$$

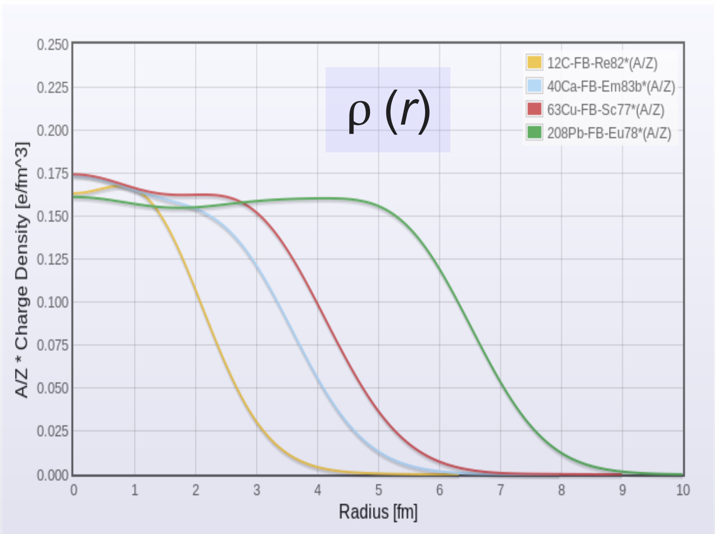


- Typowe tarcze mają grubości tak dobrane, aby: $P_{int} \sim 1\%$

$P_{\rm int} \propto (\rho\,\Delta x)_T$ $\longrightarrow$ Grubość tarczy często podawana w: $\rho\,\Delta x$ [mg/cm²]

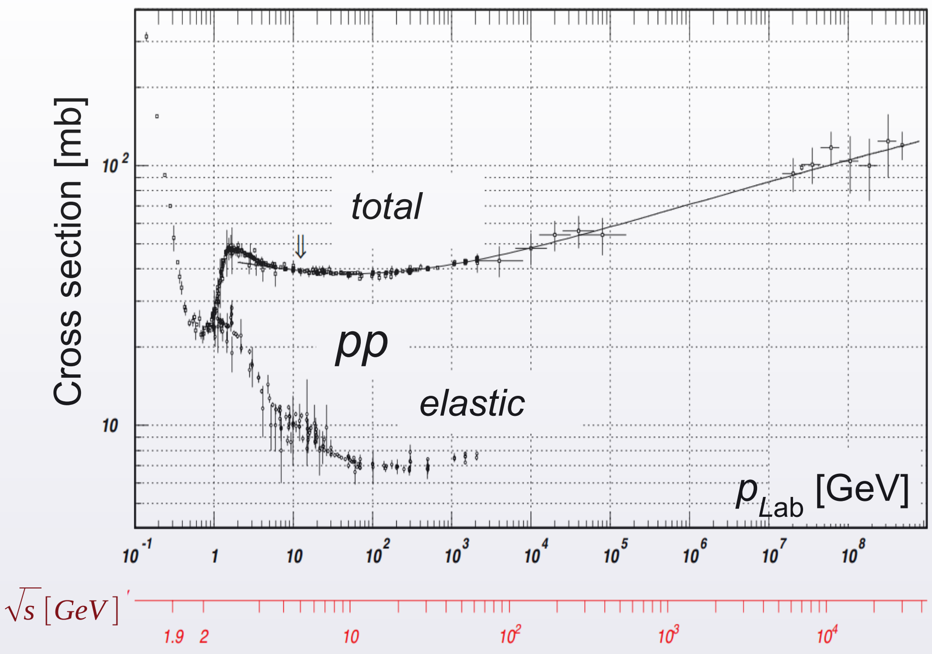
- Relatywistyczne zderzenie jąder:
  - zbudowane z sumy pojedynczych zderzeń NN
  - profil jądra jest rozmyty.
    [$\rho(r)$ ~ Woods-Saxon]

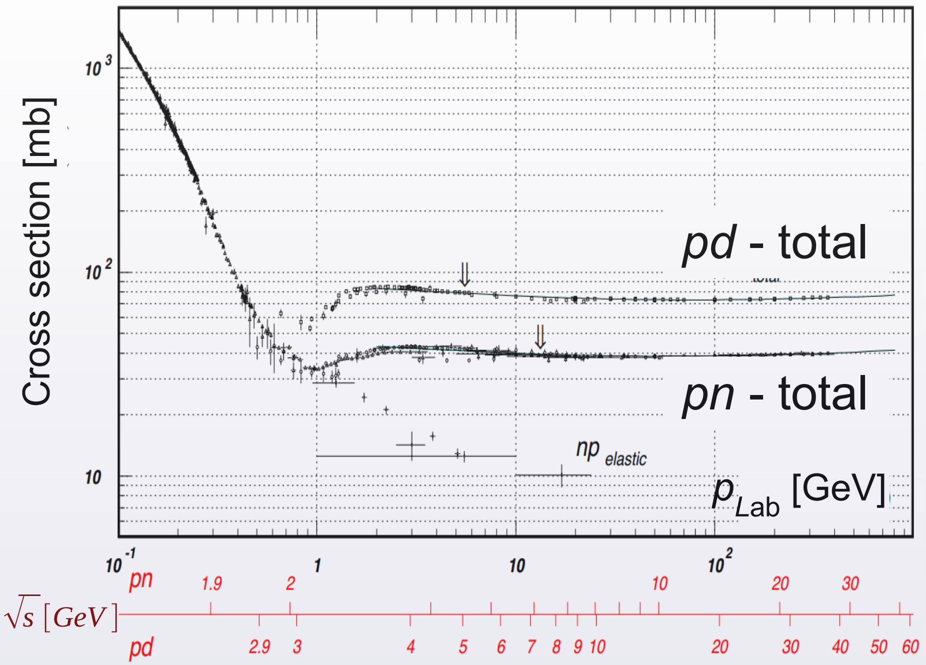
- Przekrój czynny na zderzenie NN nie jest stały.



faculty.virginia.edu/ncd

journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.86.010001

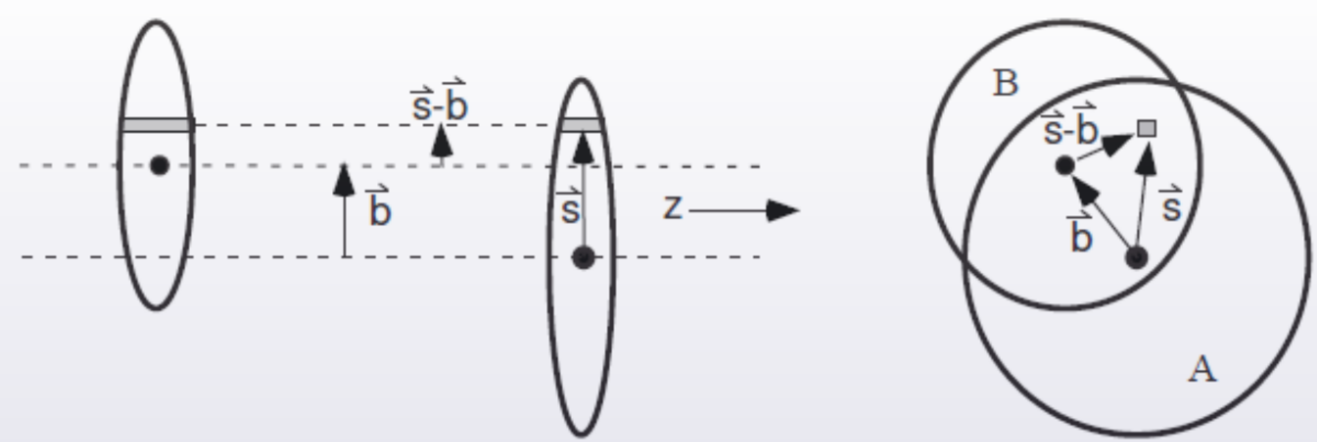




Wahnięcie + szerokie plateau $\sigma_{NN} \approx 40..50$ mb

Talk: J. Wilkinson, www.physi.uni-heidelberg.de/~reygers/lectures/2014/qgp_journal_club/talks/2014-08-18-glauber-model.pdf

Opis: P. Shukla, cds.cern.ch/record/531187/files/0112039.pdf



- Zderzenie jąder A z B przy parametrze zderzenia *b* . Jądra mają profile $\rho(r)$.
  Zderzenie jąder ≡suma zderzeń indywidualnych nukleonów.

- Funkcja grubości T_A [m^{-2}] :

$$T_A(\vec{s}) = \int n_T(\sqrt{\vec{s}^2 + z^2})\ dz \qquad , \int T_A(\vec{s})\ d^2 s = 1$$

- Funkcja przekrycia T_{AB}:

$$T_{AB}(\vec{b}) = \int d^2 s\ T_A(\vec{s})\ T_B(\vec{s} - \vec{b}) \qquad , \int T_{AB}(\vec{b})\ d^2 b = 1$$

→ $T_{AB}(b) \cdot \sigma_{NN,\,inel.}$ = prawdopodobieństwo *pojedynczego* zderzenia NN

- Ilość zderzeń NN podlega statystyce r. binomialnego. Prawdopodobieństwo *n* zderzeń NN:

$$P(n,b) = \binom{AB}{n}\left[T_{AB}\sigma_{NN,inel}\right]^{n}\left[1 - T_{AB}\sigma_{NN,inel}\right]^{AB-n}$$

- Całkowity przekrój czynny na zderzenie jądro-jądro :
Do zderzenia jądro-jądro dochodzi, gdy dojdzie przynajmniej do 1 zderzenia NN:

$$P\,(\text{min. 1 zderzenie NN}) = 1 - P\,(\text{0 zderzeń NN})$$

$$\sigma_{AB,inel} = 2\pi \int_{0}^{\infty} \left\{1 - \left[1 - T_{AB}(b)\sigma_{NN,inel}\right]^{AB}\right\} bdb$$

- Liczba „binarnych" zderzeń NN:

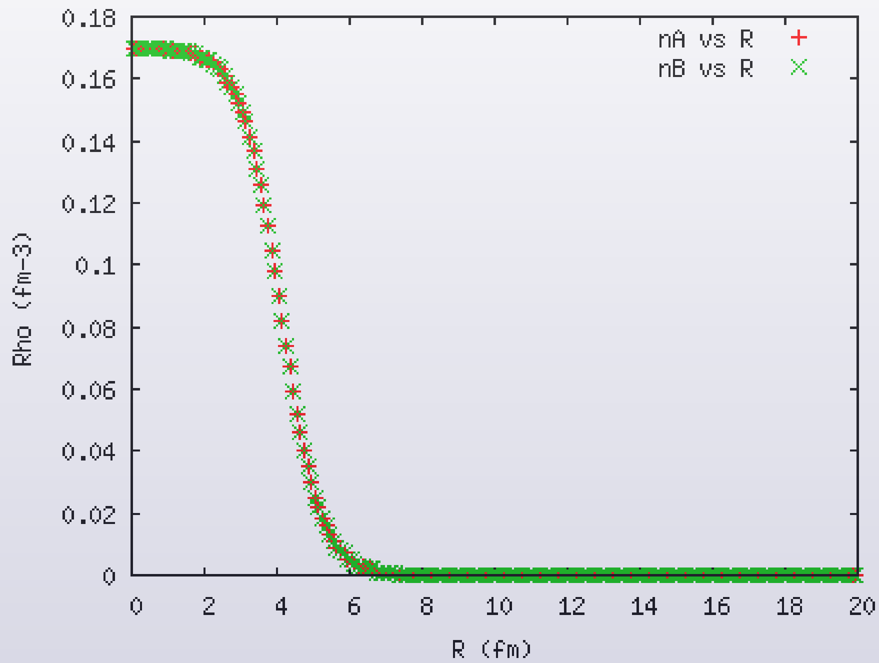
$$N_{coll}(b) = \sum_{n=1}^{AB} nP(n,b) = \ldots = AB \cdot T_{AB}(b)\sigma_{NN,inel}$$

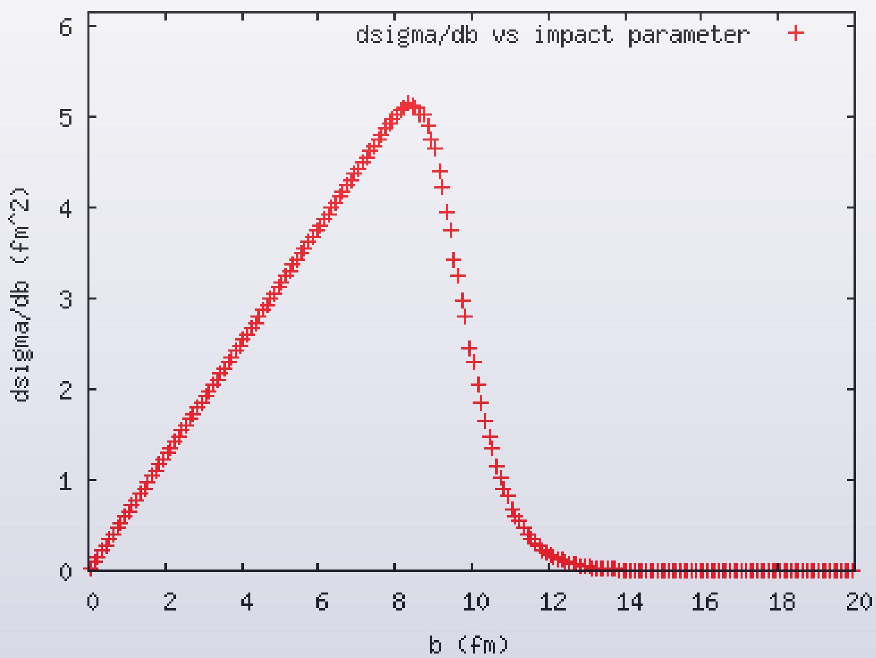
- Liczba nukleonów-partycypantów:

$$N_{part}(b) = A\int T_A(\vec{s}) \left\{1 - \left[1 - T_B(\vec{s}-\vec{b})\sigma_{NN,inel}\right]^{B}\right\} d^2s \; +$$
$$B\int T_B(\vec{s}-\vec{b}) \left\{1 - \left[1 - T_A(\vec{s}) \sigma_{NN,inel}\right]^{A}\right\} d^2s$$

- Model Glaubera online (+ tutorial) : `web-docs.gsi.de/~misko/overlap/`

Np. dla zderzenia $^{58}Ni + {}^{58}Ni$:





	Jednolite kule	Woods-Saxon
$<A_{part}>_b$	60	65
$<N_{coll}>_b$	99	93

- Cząstki istniejące przed zderzeniem:

  Multifragmentacja / Ewaporacja
  Koalescencja,
  Czasowe wzbudzanie (np. $NN \rightarrow N\Delta(1232)$, $\Delta \rightarrow N\pi$)

- Produkcja nowych cząstek (np. $NN \rightarrow NK^{+}\Lambda$)

- (ew.) Absorpcja cząstek wcześniej wyprodukowanych (np. $K^{-}N \rightarrow \pi\Lambda$)

- Emisja:

  model termiczny
  stopping
  ruchy kolektywne: pływ radialny, skierowany, eliptyczny

- Równanie stanu materii jądrowej

- Modyfikacje własności cząstek w materii jądrowej

6. Multifragmentacja vs ewaporacja

- S. Das Gupta, A.Z. Mekjian, M.B. Tsang, „Liquid-gas phase transition in Nuclear Multifragmentation”, s. 98

  link.springer.com/chapter/10.1007%2F0-306-47915-X_2

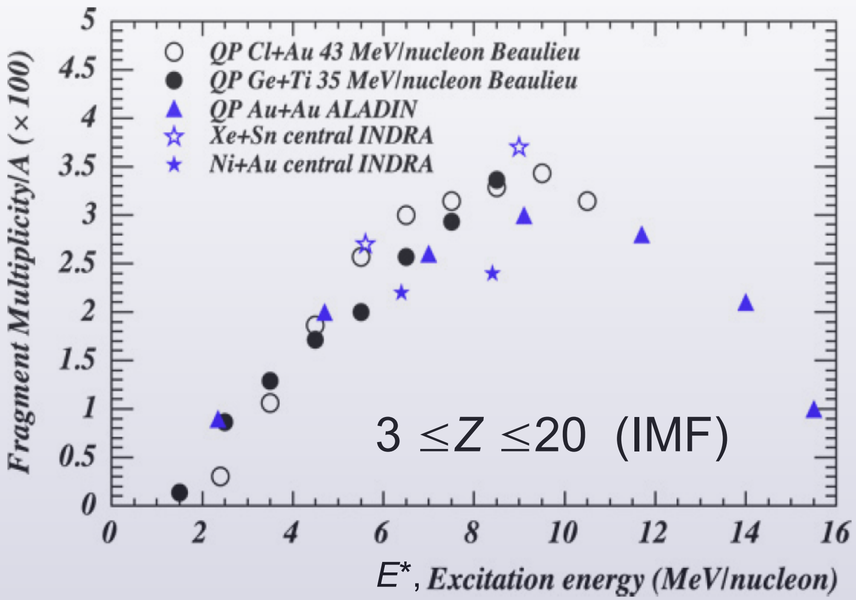
is comparable with τ_{re}. At excitation energy comparable to binding energy ϵ ≈8 MeV/nucleon the very existence of a long-lived compound nucleus is unlikely which leads to the scenario of an explosion-like process involving the whole nucleus. This will lead to multiple emission of nuclear fragments of different masses. This is what is called "multifragmentation" where 'multi' is more than two. Associated with multifragmentation is a term Intermedi-

- Nazewnictwo emitowanych cząstek:

  $1 \leq Z \leq 2$: **LCP** (Light Charged Particle)

  $3 \leq Z \leq 20$: **IMF** (Intermediate Mass Fragment)

- Produkcja IMF w funkcji energii wzbudzenia E^* jądra na nukleon (lub wzbudzonego fragmentu, np. spektatora pochodzącego od jądra wiązki: *QP* = *quasiprojectile*).



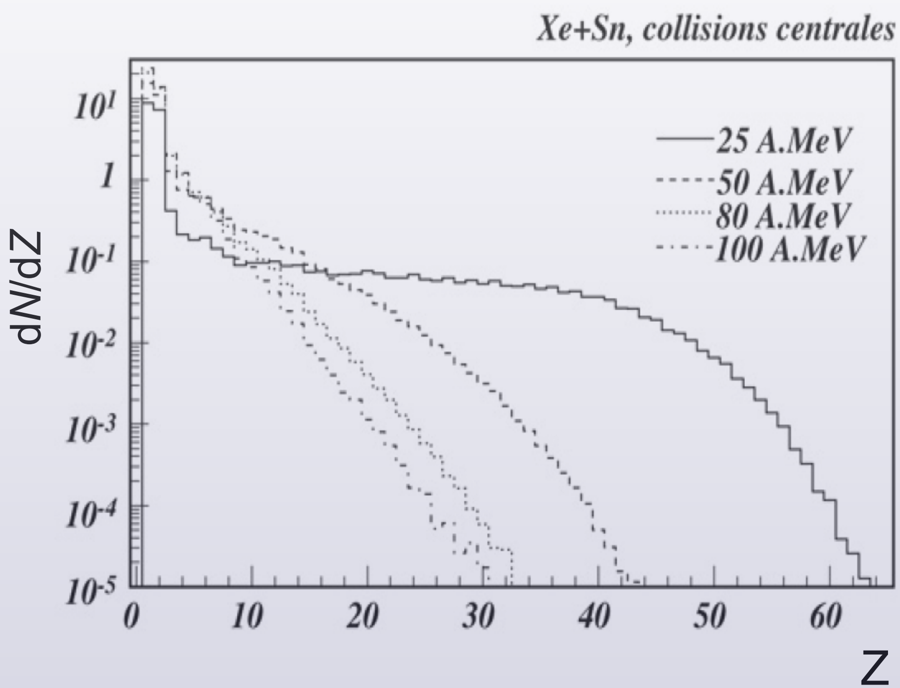
- „Początek” IMF przy $E^*/A_{źródła}$ ≈2 MeV.

  Maksimum przy $E^*/A_{źródła}$ ≈9 MeV (nb. E_B jądra/nukleon)

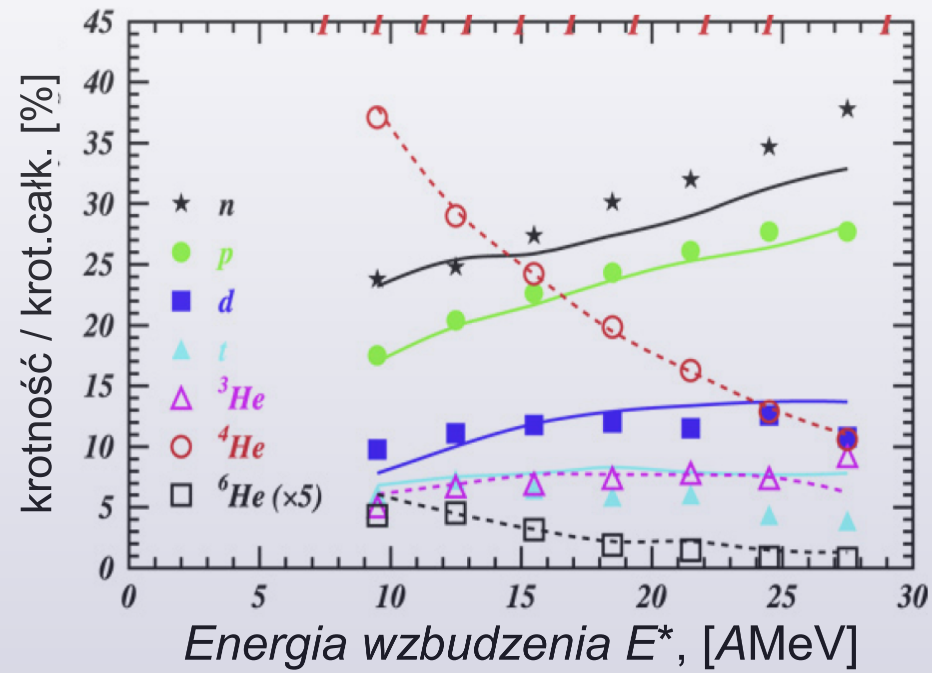
- Q: Co się dzieje przy wyższych energiach?

B.Borderie, M.F.Rivet, Prog.Part.Nucl.Phys. 61, 551 (2008)

- Rozkład liczby masowej *Z* fragmentów emitowanych ze zderzeń ^{129}Xe + ^{nat}Sn przy energiach wiązki 25*A* – 100*A* MeV



- Procentowy wkład danych fragmentów w zależności od energii wzbudzenia *E** .
Dane dla zderzenia ^{95}Ar + ^{197}Au przy T_b = 95*A* MeV

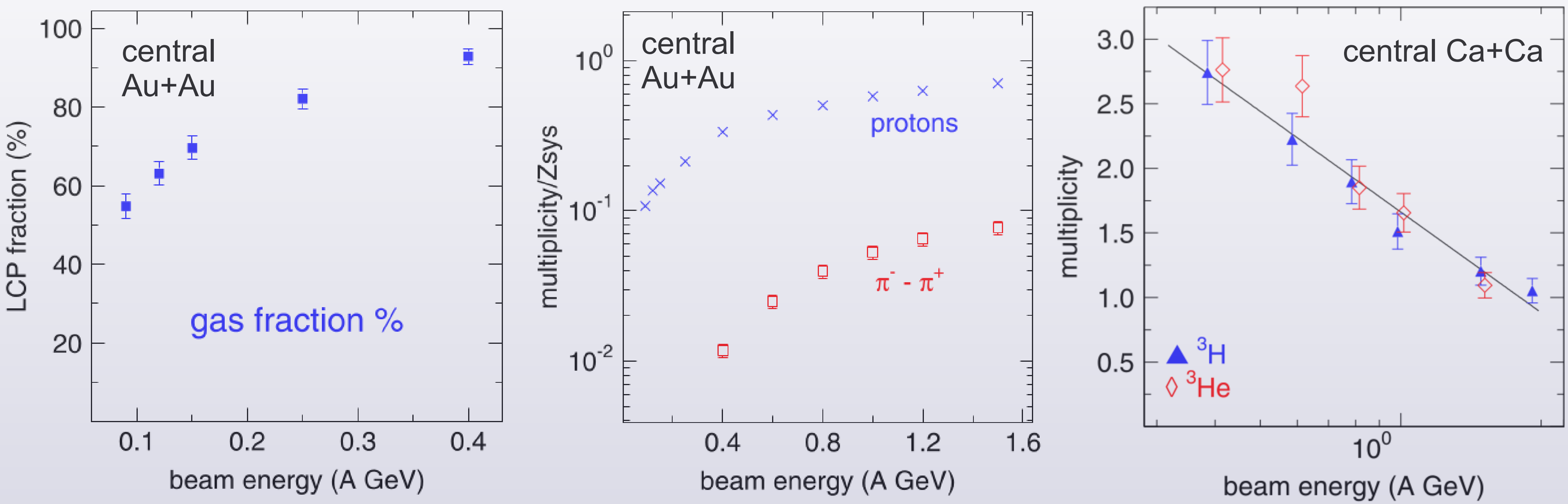


B.Borderie, M.F.Rivet, Prog.Part.Nucl.Phys. 61, 551 (2008)

Im wyższe $E_{wzbudzenia}$ / *A* :

Rośnie wkład emisji fragmentów lekkich (LCP) kosztem cięższych (IMF).
Strefa zderzenia lub dany spektator dzieli się na coraz mniejsze fragmenty.

- **LCP** : $1 \leq Z \leq 2$ (Light Charged Particle) ~ cząsteczki gazu
  IMF : $3 \leq Z \leq 20$ (Intermediate Mass Fragment) ~ kropelki cieczy



W.Reisdorf et al., Nucl.Phys. A 848, 366 (2010)

- Z energią wiązki: wzrost LCP na rzecz IMF
- Równowaga „ciecz” - „gaz” (50-50) : T_B ~ 80A MeV
- Również krotność ^{3}H i ^{3}He maleje z energią wiązki,

7. Produkcja nowych cząstek

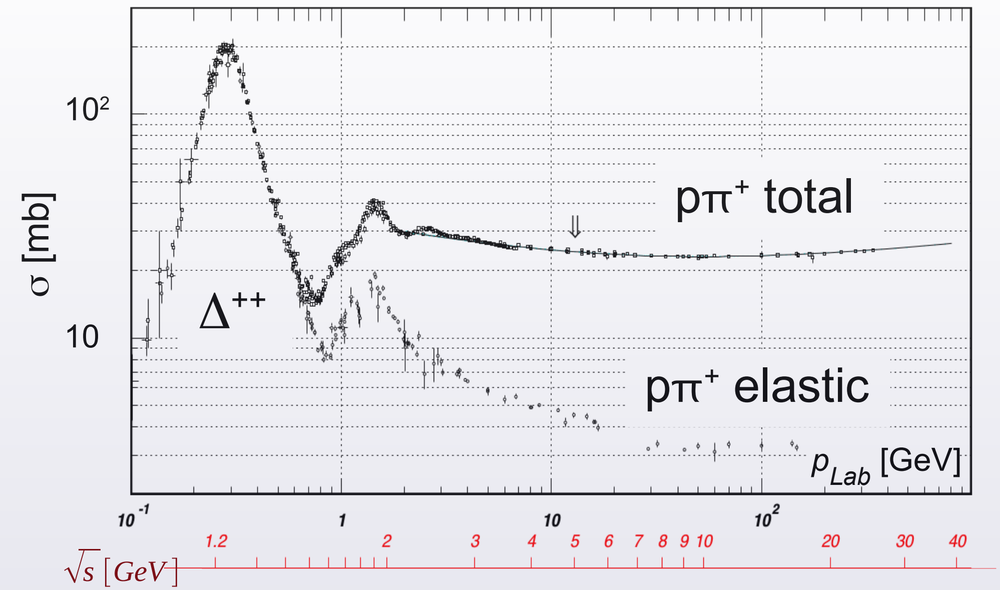
- **Bariony Δ(1232)** : Δ^{++} , Δ^{+} , Δ^{0} , Δ^{-}
  uuu uud udd ddd

  m = 1,23 GeV
  Γ = 0,12 GeV $\rightarrow$ $\tau = 5.6 \cdot 10^{-24}$ s
  ($c\tau$ = 1.7 fm !)

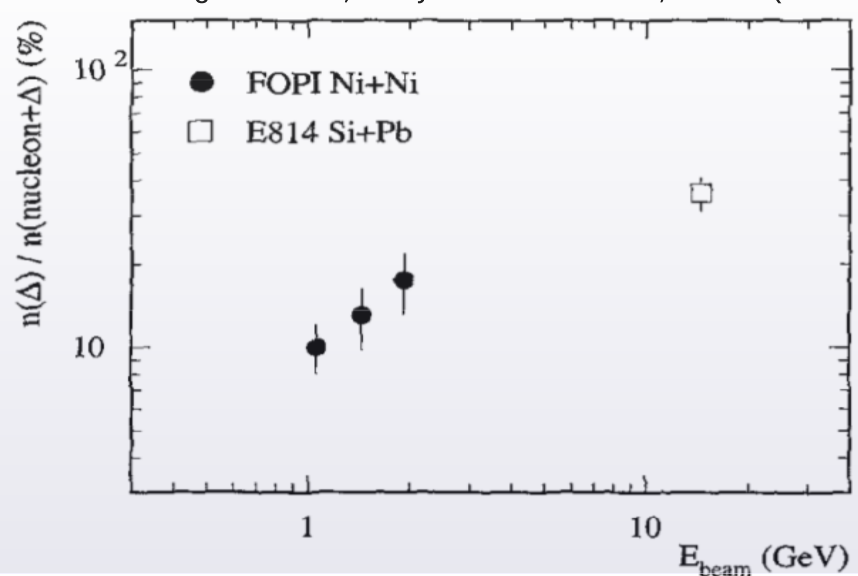
- Rozpady Δ (>99%)

$$\begin{cases} \Delta^{++} \rightarrow p\,\pi^{+} \\ \Delta^{+} \rightarrow p\,\pi^{0}\,, \quad n\,\pi^{+} \\ \Delta^{0} \rightarrow p\,\pi^{-}\,, \quad n\,\pi^{0} \\ \Delta^{-} \rightarrow n\,\pi^{-} \end{cases}$$

- Przekrój czynny na $p\pi^{+} \rightarrow \ldots$



B.Hong et al., Phys.Lett.B 407, 115 (1997)

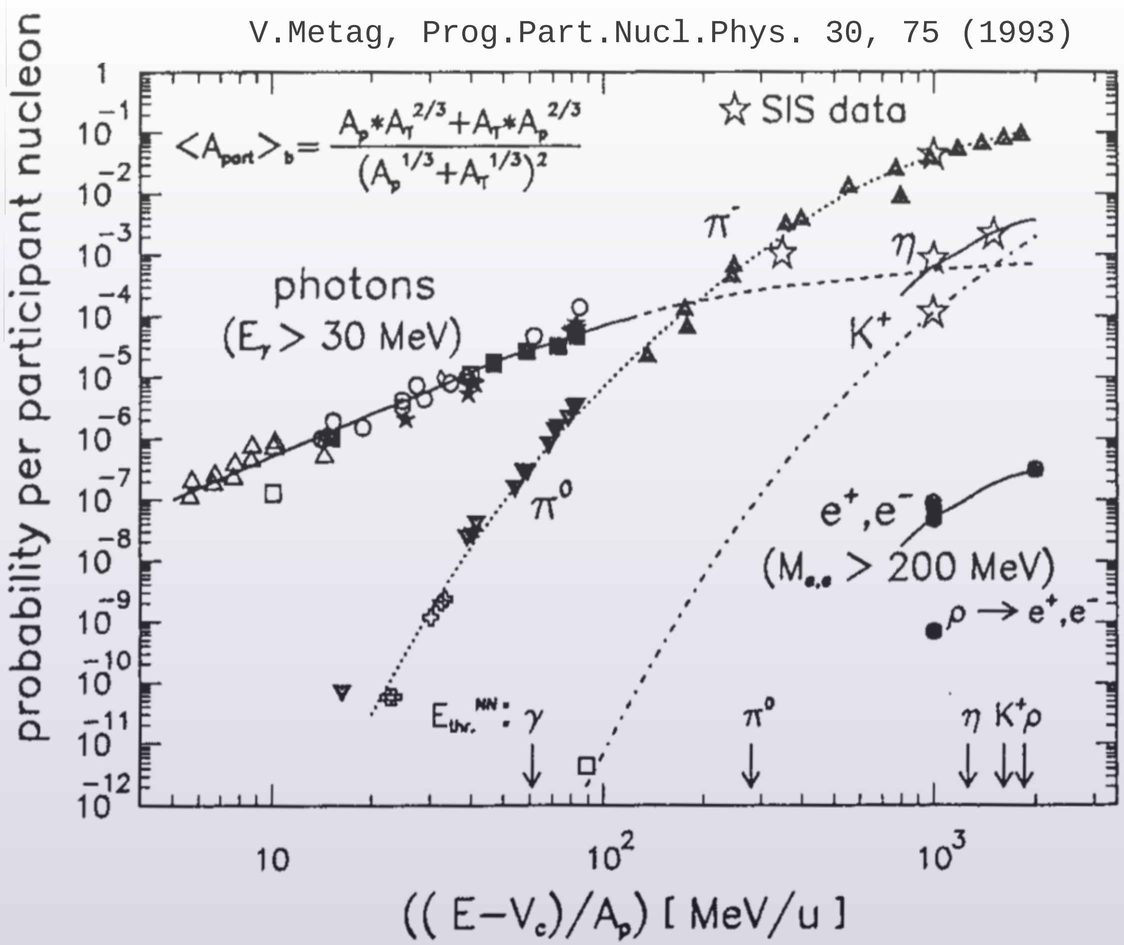


Przy $T_B \rightarrow$ 1..2A GeV

Z widm energii π^{-} wydzielano składnik pochodzący z rozpadu $\Delta^{0,-} \rightarrow N\pi^{-}$. Stąd ekstrapolowano do wszystkich Δ.

$N_{\Delta(1232)} : N_{N} \approx$ 10 .. 20 procent !

Przy $T_b \gtrsim 1$ GeV:
„materia rezonansowa” / „resonance matter”



Typ	Skład	m [GeV/c^2]
π^0	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u}-d\bar{d})$	135
π^-	$d\bar{u}$	140
K$^+$	$u\bar{s}$	495
η	$\frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u}+d\bar{d}-2s\bar{s})$	548
ρ^0	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u}-d\bar{d})$	776

- Krotność produkcji na zderzenie:

$$N_{cząstka} = \frac{\sigma_{cząstka}}{\sigma_{reakcja}}$$

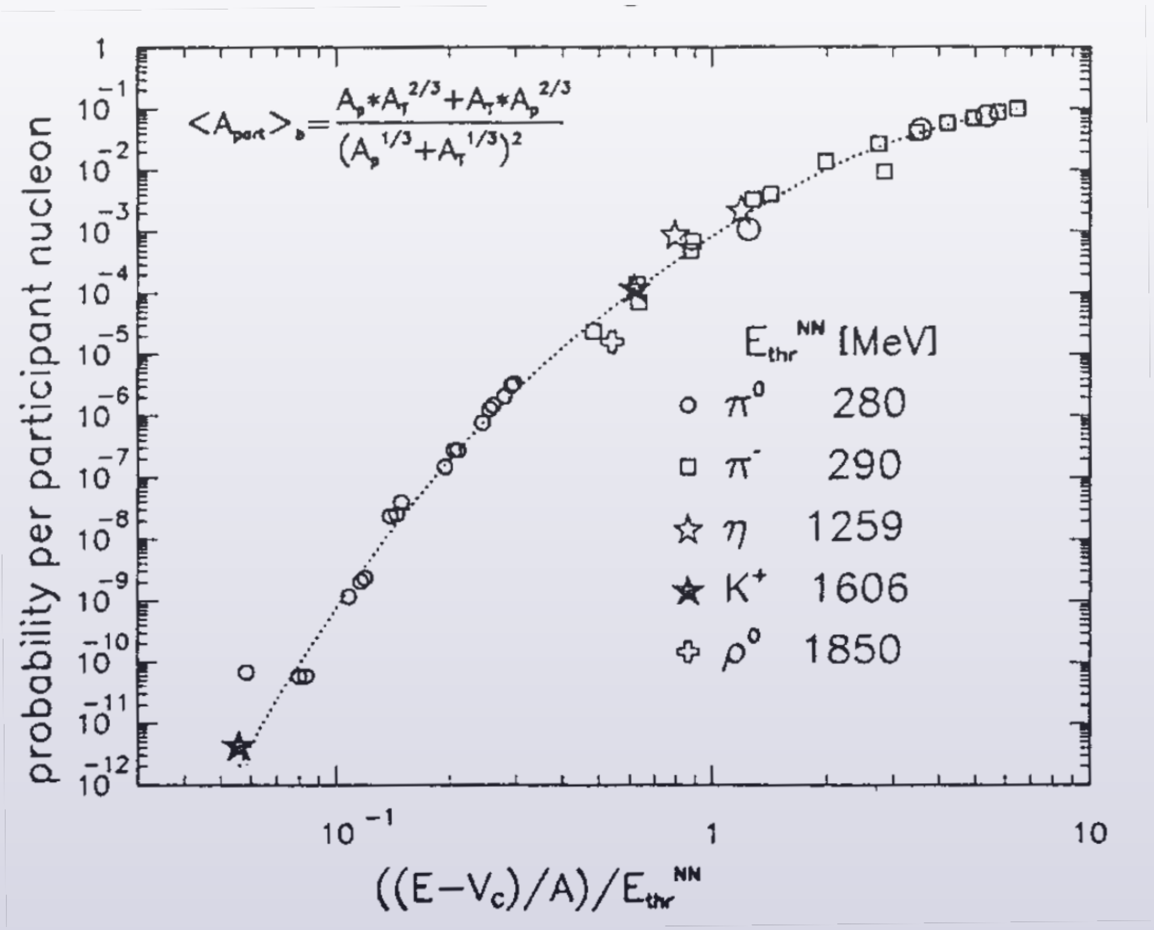
- Wykres:

$$\frac{N_{cząstka}}{\langle A_{part}\rangle_{b\in[0,b_{max}]}} = f\left(\frac{T_B - V_{Coul}}{A_T}\right)$$

- Produkcja fotonów i mezonów ($q\bar{q}$) : – dla każdej z cząstek narasta z T_B ,
  – „rozpoczyna się” głęboko poniżej progu NN
- Już od $T_B \approx 20A$ MeV : produkcja π^0 .

  Przy $T_B \approx 800A$ MeV (a nawet 80A MeV!) : produkcja cząstek z kwarkiem dziwnym

- V. Metag, 1993:
  Jeśli dla każdego przypadku produkcji mezonu, podzielić T_b/A przez T progową,
  To niemal wszystkie dane uplasują się na jednej krzywej.



- Oś X:

$$\frac{T_B - V_{Coul}}{A_T} \Rightarrow \frac{T_B - V_{Coul}}{A_T} \Big/ T_{progowa\,NN}$$

- Skalowanie:

  przechodzi przez 11 rzędów wielkości !

$$\frac{P}{\langle A_{part} \rangle} = N \cdot \exp\left(P_0 + P_1 x + P_2 x^2\right)$$

$$\begin{cases} N = 9.36 \times 10^{-4} \\ P_0 = 3.76 \\ P_1 = -0.817 \\ P_2 = 0.091 \end{cases}$$

- Q: czyżby produkcję cząstek należało rozpatrywać globalnie,
  jako zjawisko zależne tylko od dostępnej energii?

- W zderzeniach AA:

$T_b \sim$ 10 AMeV : dominuje multifragmentacja (IMF, Z $\geq$ 3)

$T_b \gtrsim$ 100 AMeV : emisja IMF słabnie, dominacja LCP (Z $\leq$ 2)
podukcja nowych cząstek: fotony, mezony, bariony Δ

$T_b \approx$ 0.8A GeV : wyraźnie zaobserwowana produkcja cząstek z kwarkiem s

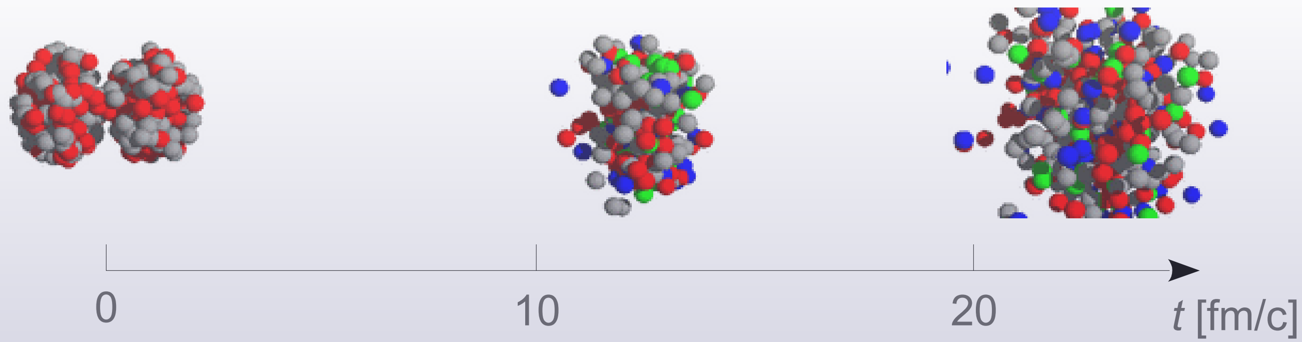
$T_b \approx$ 1 A GeV : Wkład barionów Δ osiąga 10%.

- Zjawiska: **podprogowa** produkcja cząstek (poniżej progu NN) – wyraźnie widoczne

  globalne skalowanie produkcji niekt. mezonów – spektakularne

- ***Q:*** Czy istnieje model, który opisuje krotności wyemitowanych cząstek
  za pomocą prostego mechanizmu, niewielkiej liczby wielkości fizycznych,
  tak aby zmiana np. 1 czy 2 wielkości generowała wyraźny wzrost wszystkich krotności?

8. Model statystyczny emisji cząstek



Symulacja IQMD
Zderzenia Au+Au
T_b = 1,5*A* GeV

- ***Freeze-out*** (*wymrożenie*) : końcowy etap zderzenia, w którym ustaje produkcja cząstek (za wyjątkiem rozpadów cząstek długożyciowych) oraz ich wzajemne oddziaływania

  Można też definiować 2 rodzaje *freeze-outu*:

  - ***Freeze-out chemiczny*** : ustaje produkcja cząstek
  - ***Freeze-out termiczny*** : ustaje oddziaływanie pomiędzy cząstkami

MODEL STATYSTYCZNY

- Hipoteza: przed *freeze-out* doszło do **równowagi termodynamicznej.** Zaszły:
  - **Równ. chemiczna** : liczby/proporcje wszystkich cząstek ustaliły się równowagowo,
  - **Równ. termiczna** : rozkłady emisji stały się równowagowe. *Uwaga*: zatarcie pamięci

- Zbiór emitowanych cząstek : układ izolowany ***N*** cząstek o całkowitej energii ***E*** .
  W układzie dla pojedynczej cząstki dostępne są stany o E_i. Dla cząstek relatywistycznych,

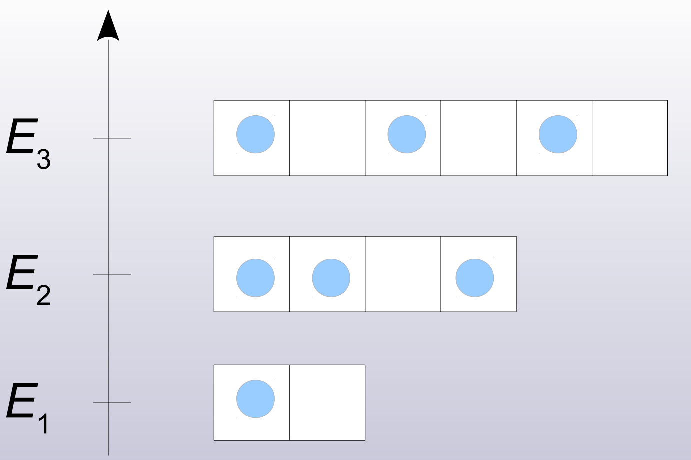
$$E_i = \sqrt{p_i^2 + m_i^2}$$

  → daną energię można osiągnąć albo przez pęd (wektor), albo przez masę.

- **Makrostan** (obsadzenie stanów energetycznych).
  1 makrostan może być realizowany przez wiele **mikrostanów**.

- Więzy układu: $N = \sum_i N_i \,, \quad E = \sum_i N_i \cdot E_i \,, \quad \ldots$

  ⊕ inne prawa zachowania: ***Q*** ≡całkowity ładunek, ***B*** ≡całk. liczba barionowa, ***S*** ≡całk. dziwność



S_i	N_i	p_i
6	3	0.50
4	3	0.75
2	1	0.50

- p_i ≡prawdopodobieństwo obsadzenia stanu E_i

$$p_i = N_i / S_i$$

  Ω_i ≡liczba kombinacji realizujących stan E_i

$$\Omega_i = \frac{S_i!}{(S_i - N_i)! \cdot N_i!}$$

- Szukamy rozkładu prawdopodobieństwa ***p(E)*** dla najbardziej prawdopodobnego obsadzenia stanów energetycznych, który zarazem spełnia więzy.

- Liczba możliwości przy pewnym układzie obsadzeń (*wariant dla fermionów*) :

$$\Omega = \prod_i \frac{S_i!}{(S_i - N_i)! \cdot N_i!}$$

- Najbardziej prawdopodobne obsadzenie: $d\Omega = 0$

Pochodna po silni trudna... $d\Omega = 0 \rightarrow d\ln\Omega = 0$

$$\ln\Omega = \sum_i \left[\ln s_i! - \ln(S_i - N_i)! - \ln N_i!\right] \quad \dots \approx \dots \quad \sum_i \left[S_i \ln S_i - (S_i - N_i)\ln(S_i - N_i) - N_i \ln N_i\right]$$

- Warunek ekstremum:

$$n! \approx \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$$

$$0 = d\ln\Omega = \sum_i \frac{\partial \ln\Omega}{\partial N_i}\, dN_i \quad \dots \approx \dots \quad \sum_i \left[\ln\left(\frac{S_i}{N_i} - 1\right) dN_i\right]$$

- $\oplus$ zasady zachowania, dostawione metodą mnożników Lagrange'a :

$$d\ln\Omega \approx \sum_i \left[\ln\left(\frac{S_i}{N_i} - 1\right) dN_i\right] + \alpha \cdot d\left[N - \sum_i N_i\right] + \beta \cdot d\left[E - \sum_i E_i N_i\right]$$

Oprócz N, w zderzeniu zachowane są:

- całk. l.barionowa $B = \Sigma\, b_i = A_{part}$
- całk. ładunek $Q = \Sigma\, q_i = Z_{part}$
- całkowita dziwność $S = \Sigma\, s_i = 0$

$$d\ln\Omega \approx \sum_i \left[\ln\left(\frac{S_i}{N_i} - 1\right) - \alpha - \beta E_i\right] dN_i$$

$$0 = \ln\left(\frac{S_i}{N_i} - 1\right) - \alpha - \beta E_i \quad \Rightarrow \quad p_i = \frac{1}{e^{\beta E_i + \alpha} + 1}$$

- Zmiana oznaczeń:

$kT = 1/\beta$ temperatura

$\mu = -\alpha/\beta$ potencjał chemiczny

(*wariant dla fermionów*)

$$p(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/kT} + 1}$$

- Zasady zachowania: ustalona liczba B, Q, S → μ_B, μ_Q, μ_S

Nb.
μ_B występuje dla barionów ($b_i = \pm 1$), nie występuje np. dla mezonów ($b_i = 0$)
μ_S występuje dla cz. dziwnych ($s_i = \pm 1,2,3$), nie występuje dla nie-dziwnych ($s_i = 0$)
μ_Q występuje dla cz. naładowanych ($q_i = \pm 1,2$), nie występuje dla nienaładow. ($q_i = 0$)

„ exp(...) – 1 ” dla bozonów, „ $E + \mu_B$ ” dla antybarionów , …

- ## Koncentracja cząstek (n)

Przyjmujemy, że zbiór cząstek zajmuje pewną objętość V.
Np. objętość strefy zderzenia jądro-jądro.

Przypomnijmy proporcję ze s. 16. $\frac{dN}{g} = \frac{V \cdot dp^3}{h^3}$, gdzie: $g = 2J + 1$ (degeneracja spinowa)

$$n \equiv \frac{N}{V} = g \cdot \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{e^{(E \pm \mu)/kT} \pm 1}$$

- W zderzeniu wiele rodzajów cząstek → zestaw koncentracji n_i

$$n_{\pi^{+,-,0}} \qquad n_{K^\pm} \qquad n_{p,d,t,He,\Delta,N^*} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

przy czym:

$$n_i = g_i \cdot \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{(E_i \pm \mu_i)/kT} \pm 1}$$

gdzie ogólnie:

$$\mu_i = b_i \, \mu_B + s_i \, \mu_S + z_i \, \mu_Q$$

- Uwaga: konwencja kT [J] → $k = 1$
  T [MeV]

- Jak więc widać, formuły nie są takie same: minimalna energia = m_i ,
  (nie-)obecność μ_i, różne spiny → g_i

  Ale: dla całego zestawu wspólne są: T, μ_B , μ_Q , μ_S *(oraz V)* .

  Znany stan wejściowy (*A*, *Z*, *S*) pozwala na uzależnienie wszystkich parametrów od ***T*** i $\boldsymbol{\mu_B}$.

- Niektóre cząstki są rezonansami → do n_i dla danego rezonansu wstawia się rozkład Breita-Wignera prawdopobieństwa w funkcji masy.

- Referencje dla zainteresowanych: A. Mekjian et al., Phys. Lett. B 651 (2007) 33
  A. Andronic et al., Nucl. Phys. A 772 (2006) 167

- W eksperymencie rekonstruujemy doświadczalnie *krotności emisji na 1 zderzenie* dla cząstek różnych typów (najlepiej: jak najwięcej).

  Kłopot: we wzorze na koncentrację mamy *V*.
  Objętość strefy zderzenia nie musi być doświadczalnie znana.

  Sposób obejścia: z doświadczalnych krotności formujemy stosunki krotności.
  Wówczas, wg modelu, znika zależność od *V*.

- Kod komputerowy, np. **Thermus**: www.phy.uct.ac.za/phy/people/academic/wheaton/research

  Input: zestaw doświadczalnych (stosunków) krotności cząstek emitowanych / zderzenie

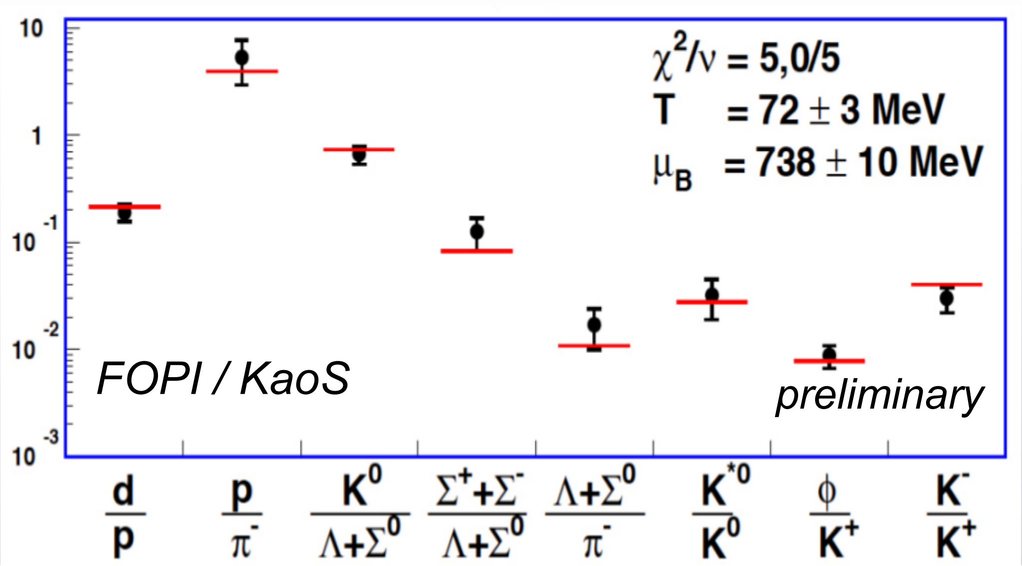
  Kod, zmieniając T i μ_B, poszukuje takiego zestawu krotności modelowych, dla którego χ^2 dopasowania do danych jest najmniejsze.

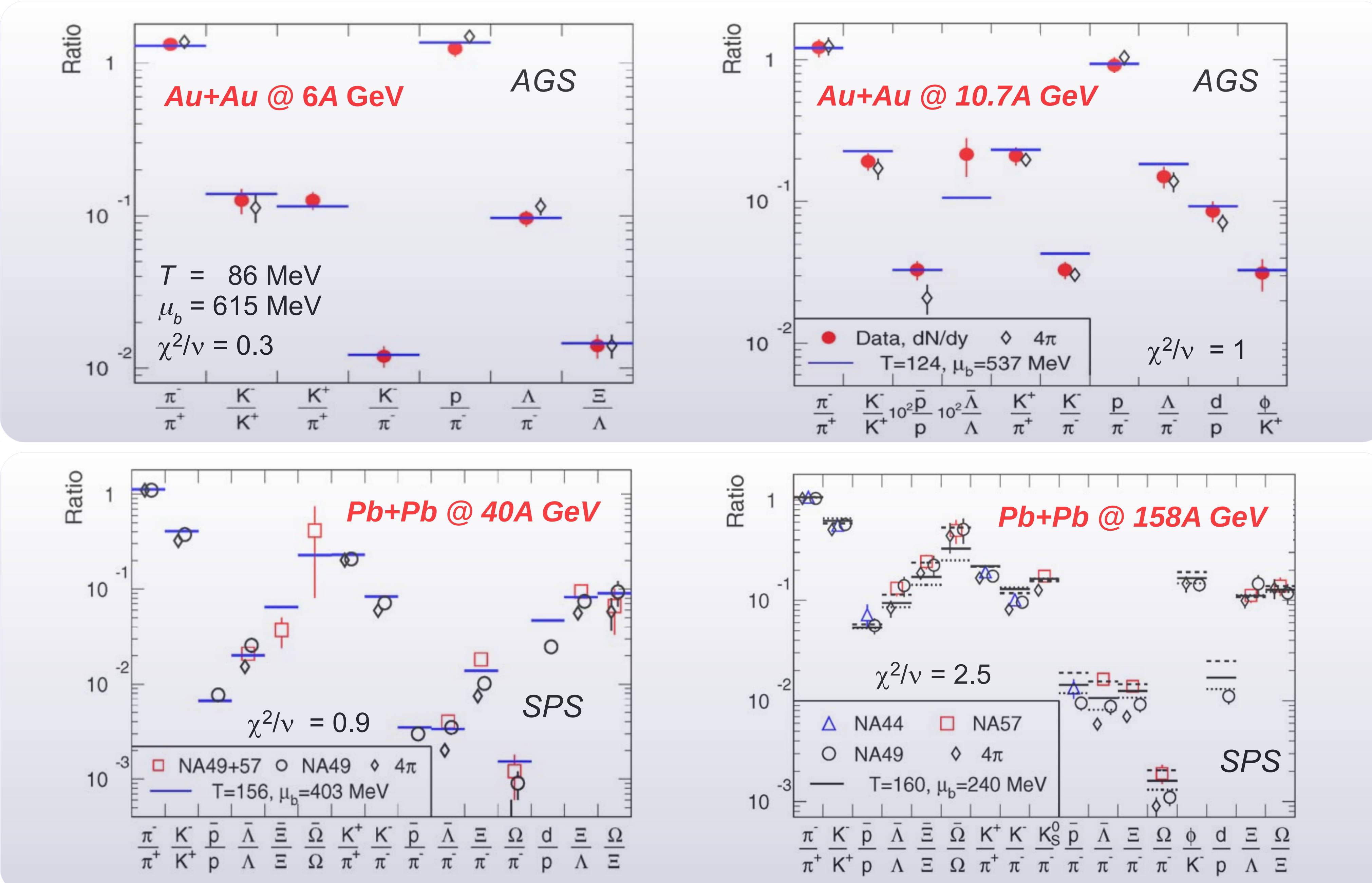
  Wynik: T, μ_B najlepszego dopasowania $\oplus$ zestaw krotności modelowych

- ***Przykład***:

  Stosunki krotności
  z centralnych zderzeń:

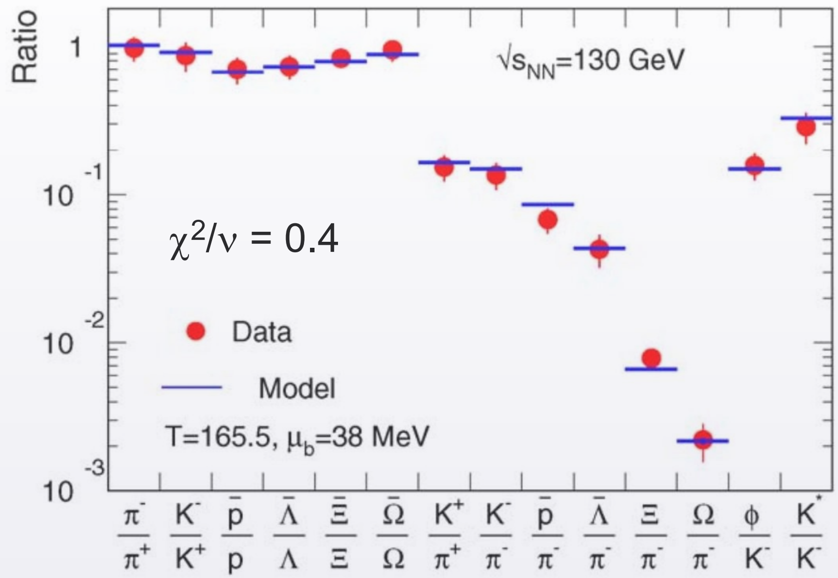
  Al+Al @ 1.9A GeV

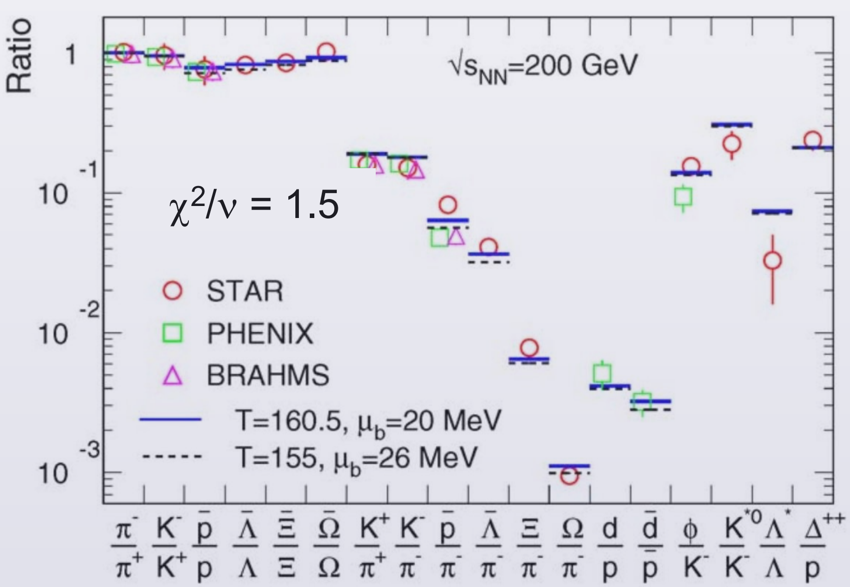




A. Andronic et al., Nucl. Phys. A 772 (2006) 167

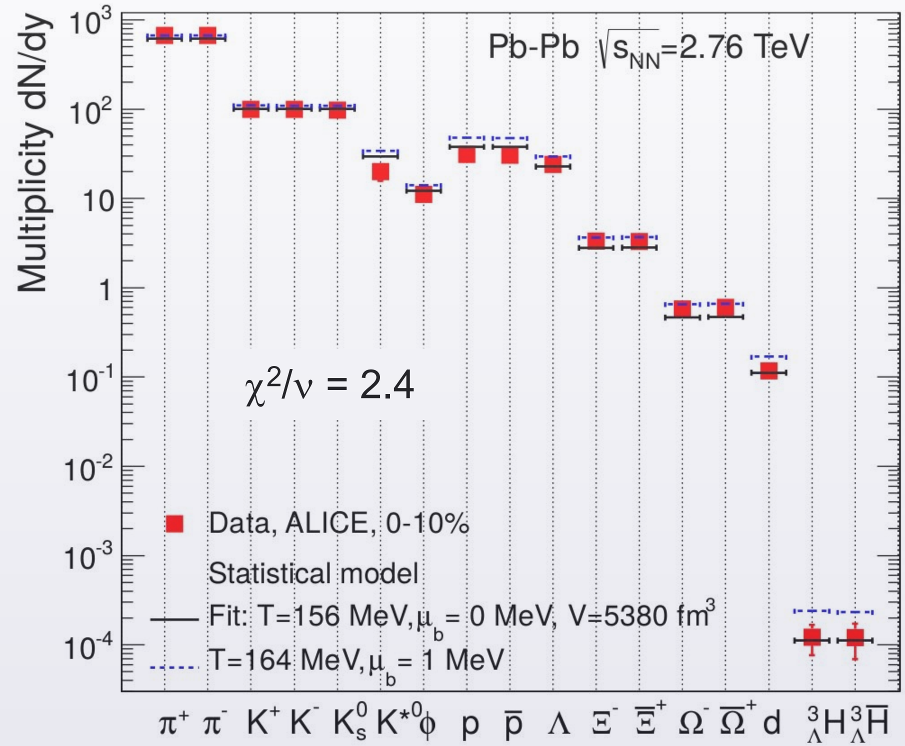
- Zderzenia w akceleratorze RHIC (Brookhaven)



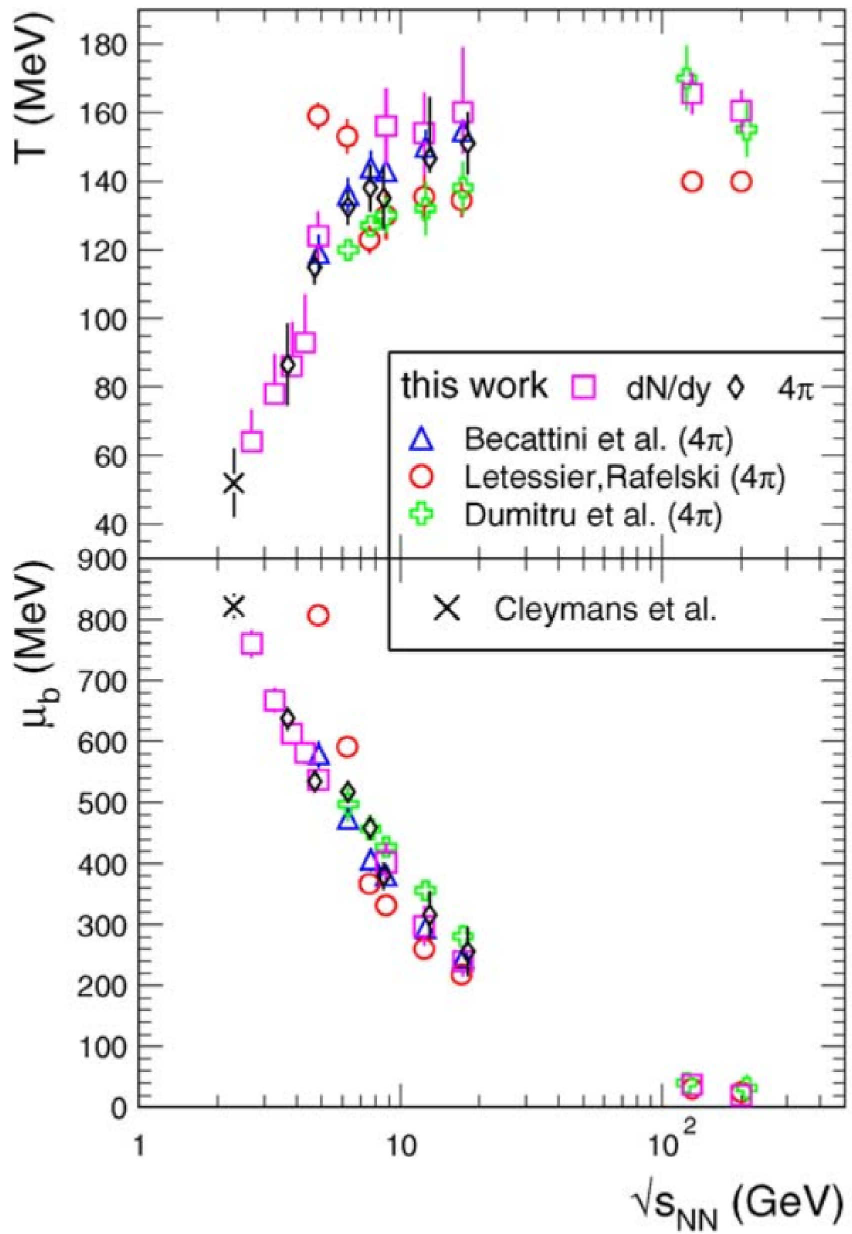


A. Andronic et al., Nucl. Phys. A 772 (2006) 167

- Zderzenia w akceleratorze LHC (CERN)

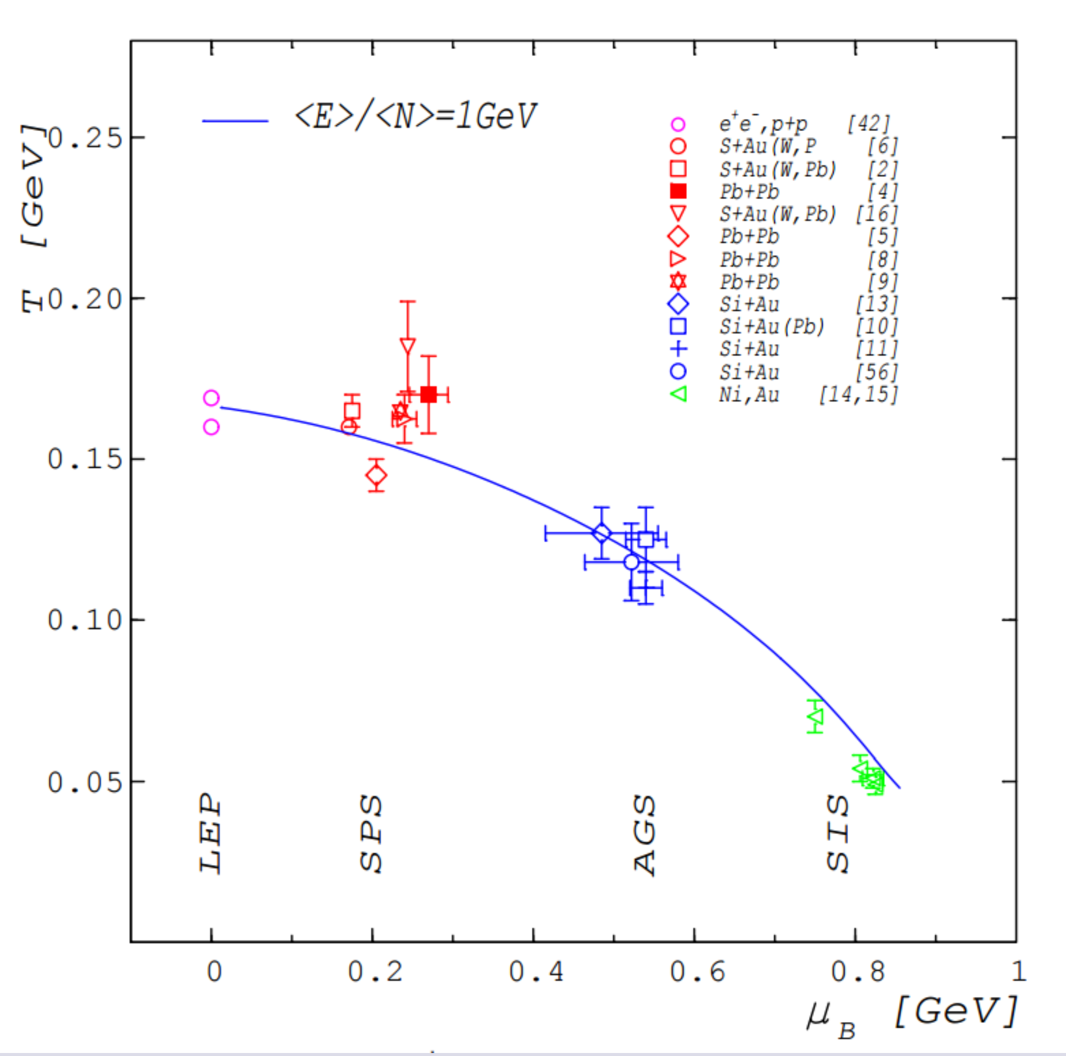


J.Stachel et al., Jour. Phys. Conf. Ser. 509, 012019 (2014)



- Wyraźne zależności T i μ_B od energii wiązki
- T wzrasta i nasyca się do ~ 160 MeV
- μ_B maleje.

A. Andronic et al., Nucl. Phys. A 772 (2006) 167



J. Cleymans, K. Redlich, Phys. Rev. C 60, 054908 (1999)

- Krotności w chwili wymrożenia chemicznego kreślą wyraźny kontur na diagramie $\mu_B - T$.

  Tzw. „***diagram fazowy***”

- Otrzymane temperatury Nie przekraczają 160 MeV.

- Skutek np. dla stosunku $\bar{p}$/p :

  Można pokazać $N = Z \;\; \Rightarrow \;\; \mu_Q = 0$

$$n_{\bar{p}(p)} = 2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{e^{(E \pm \mu_B)/T} + 1}$$

Dla p ($\bar{p}$) : $\quad e^{(E \pm \mu_B)/T} \gg 1$

$$\frac{n_{\bar{p}}}{n_p} \approx \exp\left(-2\frac{\mu_B}{T}\right)$$

$\Rightarrow$ $\bar{p}$/p rośnie z energią wiązki

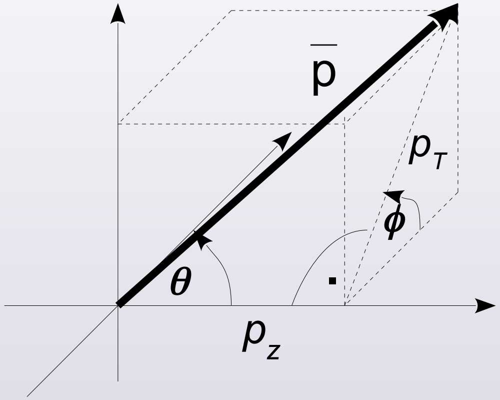
- W praktyce bardzo często $e^{(E \pm \mu_B)/T} \gg 1$

  i wówczas: $n_i \rightarrow \frac{g_i}{(2\pi\hbar)^3} e^{\mp\frac{\mu_B}{T}} \int d^3p \; e^{-\frac{E}{T}}$

- Rozkład Fermiego-Diraca / Bosego-Einsteina przechodzi w ***rozkład Boltzmanna***.
  Dla danej cząstki:

$$\frac{d^3n}{dp^3} \sim e^{-\frac{E}{T}} \quad , \text{gdzie } E = \sqrt{p^2 + m^2}$$

- Pędy cząstek: 3-dim przestrzeń. Co widać w reprezentacji sferycznej?



→ R. Boltzmanna jest funkcją niezależną od kątów emisji *(emisja izotropowa)*

- Element dp^3 :

$$dp^3 = p^2 dp \cdot \sin\theta \, d\theta \;\; d\phi$$

p jest długością wektora

- $$\frac{dn}{p^2 dp} \sim e^{-\frac{E}{T}} \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

- $$\frac{dn}{dp} \sim p^2 e^{-\frac{E}{T}}$$

Lub w funkcji energii:

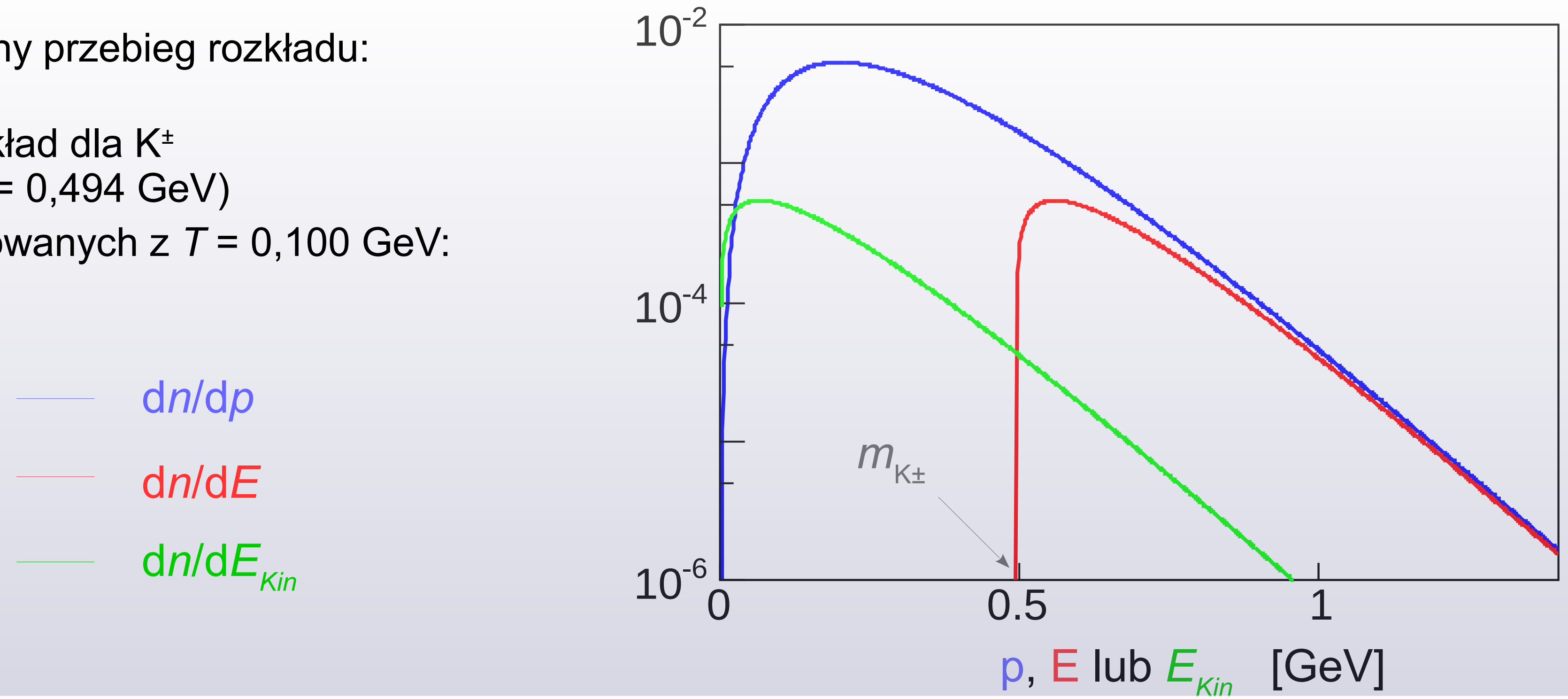
$$E^2 = p^2 + m^2$$

$$2EdE = 2pdp$$

- $$\frac{dn}{dE} \sim pE\, e^{-\frac{E}{T}}$$

- Ogólny przebieg rozkładu:

Przykład dla $K^{\pm}$
($m_{K\pm}$ = 0,494 GeV)
emitowanych z *T* = 0,100 GeV:



- Rozkład populacji cząstek jest opisany w układzie CM źródła cząstek, a nie w układzie LAB.
  Wg transformacji Lorentza przejście $p_z^{CM} \to p_z^{Lab}$ nieliniowe $\to$ kłopot...

  Przejdźmy do relatywistycznych zmiennych, które są niezmiennicze wzgl. układu odniesienia.
  Zamieńmy $\{ p_x\ p_y\ p_z \} \to \{ p_T\ \phi\ y \}$, gdzie „$y$" = y_z.
  Rozpocznijmy od przepisania normalizacji:

$$\frac{d^3N}{dp^3} = \frac{N}{Z} \cdot e^{-\frac{E}{T}}$$

N = liczba cząstek
Z = suma statystyczna

$$Z = \int \exp(-E/T)\, d^3p$$

Jakobian: $$dp_x\, dp_y\, dp_z = \frac{\partial(p_x, p_y, p_z)}{\partial(p_T, \phi, y)}\, dp_t\, d\phi\, dy = \ldots = p_T E\ \ dp_t\, d\phi\, dy$$

- R. Boltzmanna nie zależy od ϕ.

$$\boxed{\frac{d^2N}{dp_T\, dy} = 2\pi\, \frac{N}{Z} \cdot p_T E \cdot e^{-\frac{E}{T}}}$$

- Częsta reprezentacja w m_T (masie poprzecznej)

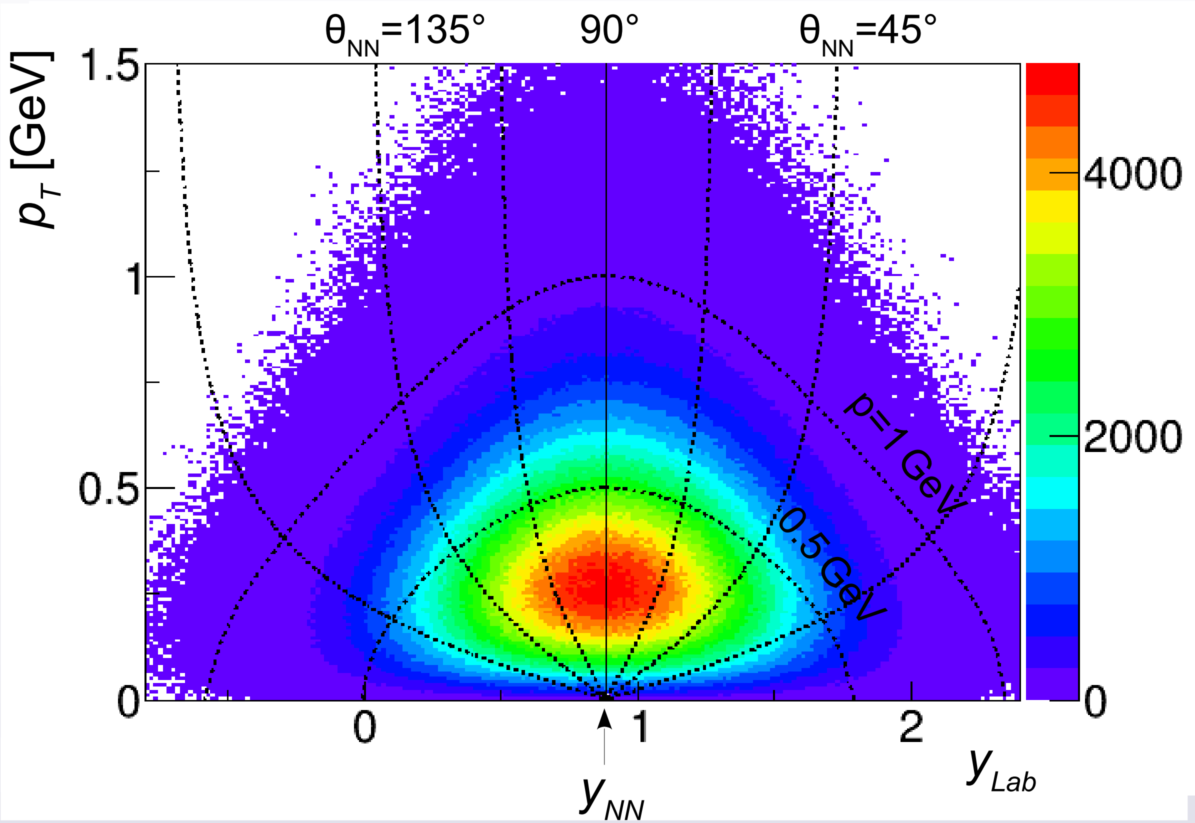
$$m_T \equiv \sqrt{p_t^2 + m^2} \longrightarrow 2 m_T\, dm_T = 2 p_T\, dp_T$$

$$\boxed{\frac{d^2N}{dm_T\, dy} = 2\pi\, \frac{N}{Z} \cdot m_T E \cdot e^{-\frac{E}{T}}}$$

I przy okazji:

$$\begin{cases} E = m_T \cdot ch\, y \\ p_z = m_T \cdot sh\, y \end{cases}$$

- Symulacja: (1) emisja K^+ ze źródła boltzmannowskiego o T = 100 MeV, utożsamionego ze strefą zderzenia AA przy T_b = 1.9A GeV.
  (2) obserwacja w układzie *Lab* rozkładu $d^2N / dp_t\, dy_{Lab}$



- *Ściągawka*:

  jak obliczyć y_{NN} .

  (E_b i p_b na 1 nukleon)

$$\begin{cases} E_b = T_b + m_N \\ p_b = \sqrt{E_b^2 - m_N^2} \\ \beta_{NN} = \dfrac{\sum p}{\sum E} = \dfrac{p_b}{2m_N + T_b} \\ y_{NN} = \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1+\beta_{NN}}{1-\beta_{NN}} \end{cases}$$

- Poziomice $\boldsymbol{p_{CM}}$ oraz θ_{CM} nieliniowe. Dla $y = y_{NN}$, $p_{NN} = p_{T,\,NN}$

- Rozkład $\mathbf{d^2}\boldsymbol{N}\mathbf{ / dp_t dy_{Lab}}$: symetria wokół $\boldsymbol{y_{NN}}$, gdzie osiąga maksimum.
  Gdyby wykreślić $\mathbf{d^2}\boldsymbol{N}\mathbf{ / dp_t dy_{NN}}$, to kształt identyczny. Jedyna różnica – przesunięcie osi poziomej.

  Dla $y = y_{NN}$ maksimum $\mathbf{d}\boldsymbol{N}\mathbf{/dp_t}$ nie jest przy $p_T = 0$ (por. wzór $\mathbf{d^2}\boldsymbol{N}\mathbf{ / dp_t dy_{NN}}$ przy ustalonym $y_{NN} = 0$)

- Jak powinien wyglądać rozkład **dN/dp_T** dla ustalonego y? W układzie NN ($y = y_{w\ NN}$)

$$\left.\frac{d^2N}{dp_T\,dy}\right|_{y=y_i} = 2\pi\frac{N}{Z}\; p_T \cdot m_T\, ch\, y_i \cdot \exp\left(-\frac{m_T\, ch\, y_i}{T}\right)$$

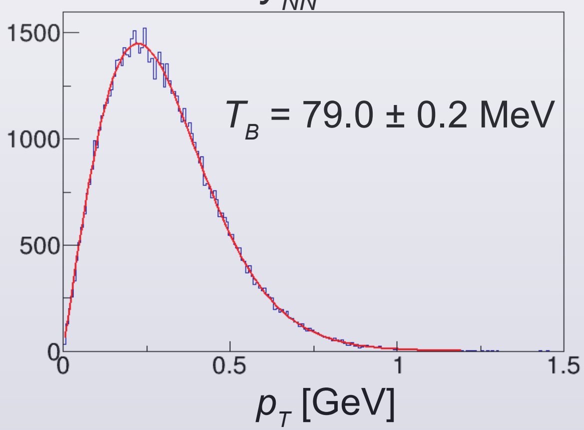
$$= 2\pi\frac{N}{Z} ch\, y_i \cdot p_T\, m_T\, \exp\left(-\frac{m_T}{T_B(y_i)}\right)$$

, gdzie

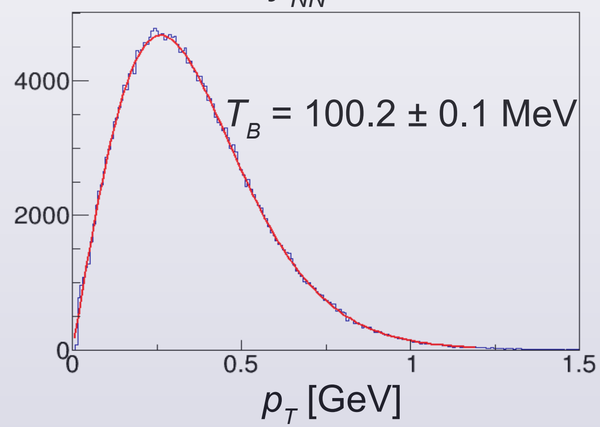
$$T_B(y_i) = \frac{T}{ch\, y_i}$$

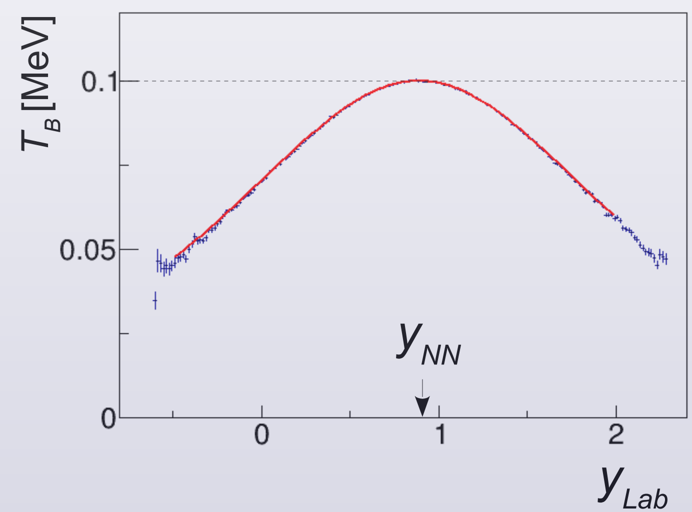
„Odwrotne nachylenie”

Dla $y_{NN} = -0.7$



Dla $y_{NN} = 0$





„Odwrotne nachylenie” (T_B) jest równe T tylko dla midrapidity (y_{NN}). Poza y_{NN}: $T_B < T$.

- Szersza definicja ***T_B***. Dla dowolnego rozkładu p_T (m_T), który zachowuje się „eksponencjalnie”, T_B jest odwrotnym nachyleniem rozkładu. Model Boltzmanna przewiduje zależność:

$$T_B(y_i) = \frac{T}{ch\, y_i}$$

- Jak w ramach modelu Boltzmanna wygląda rozkład dN/dy ? Dla ustalonego $y = y_i$, scałkujmy rozkład p_T

$$T_B(y_i) = \frac{T}{ch\, y_i}$$

$$\frac{dN}{dy} = \int_0^\infty \frac{d^2N}{dp_T\, dy} \Bigg|_{y=y_i} dp_T = \ldots = C\, e^{-\frac{m}{T_B}} \left(m_0^2 T_B + 2 m_0 T_B^2 + 2 T_B^3 \right)$$

$$= C\, e^{-\frac{m}{T} ch\, y}\, T^3 \left[\left(\frac{m_0}{T}\right)^2 \frac{1}{ch\, y} + 2 \frac{m_0}{T} \frac{1}{ch^2 y} + 2 \frac{1}{ch^3 y} \right]$$

- Załóżmy (dość częsty) przypadek ***T* « *m***. Z wyrażenia […] pozostanie tylko 1. wyraz. Teraz rozwińmy ch (y) wokół 0. Wynik zbiegnie do:

$$\frac{dN}{dy} \rightarrow C_2 \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y}{\sqrt{T/m}} \right)^2 \right]$$

- Reasumując. Jeżeli zachodzi T « m, to rozkład zbiega do **funkcji Gaussa**, takiej że: $\begin{cases} \sigma = \sqrt{T/m} \\ \bar{y} = 0 \end{cases}$

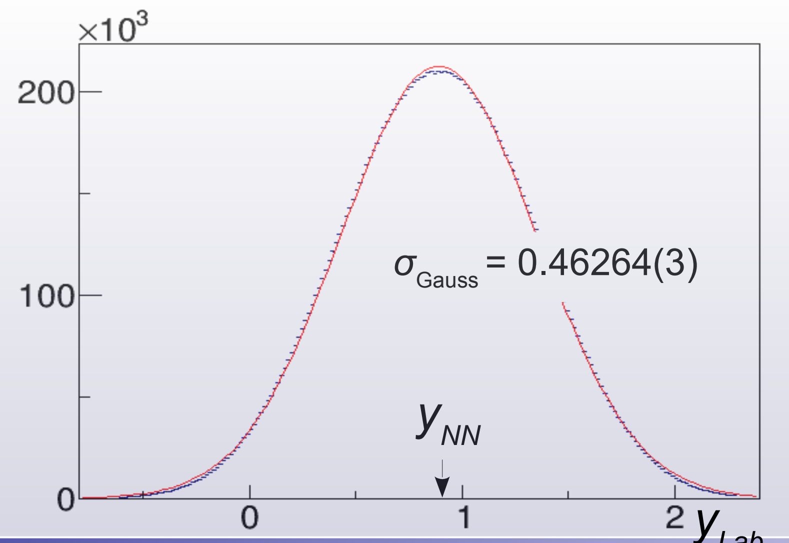
- W naszej symulacji:

1. Obliczamy:

$$\sqrt{T/m} = 0.450$$

2. Do rozkładu dN/dy dopasowujemy f. Gaussa

$$\sigma_{Gauss} = 0.46264(3)$$



Rozkład bardzo bliski f. Gaussa,

a parametr σ bardzo bliski spodziewanemu!

9. Doświadczalne rozkłady populacji w przestrzeni pędowej

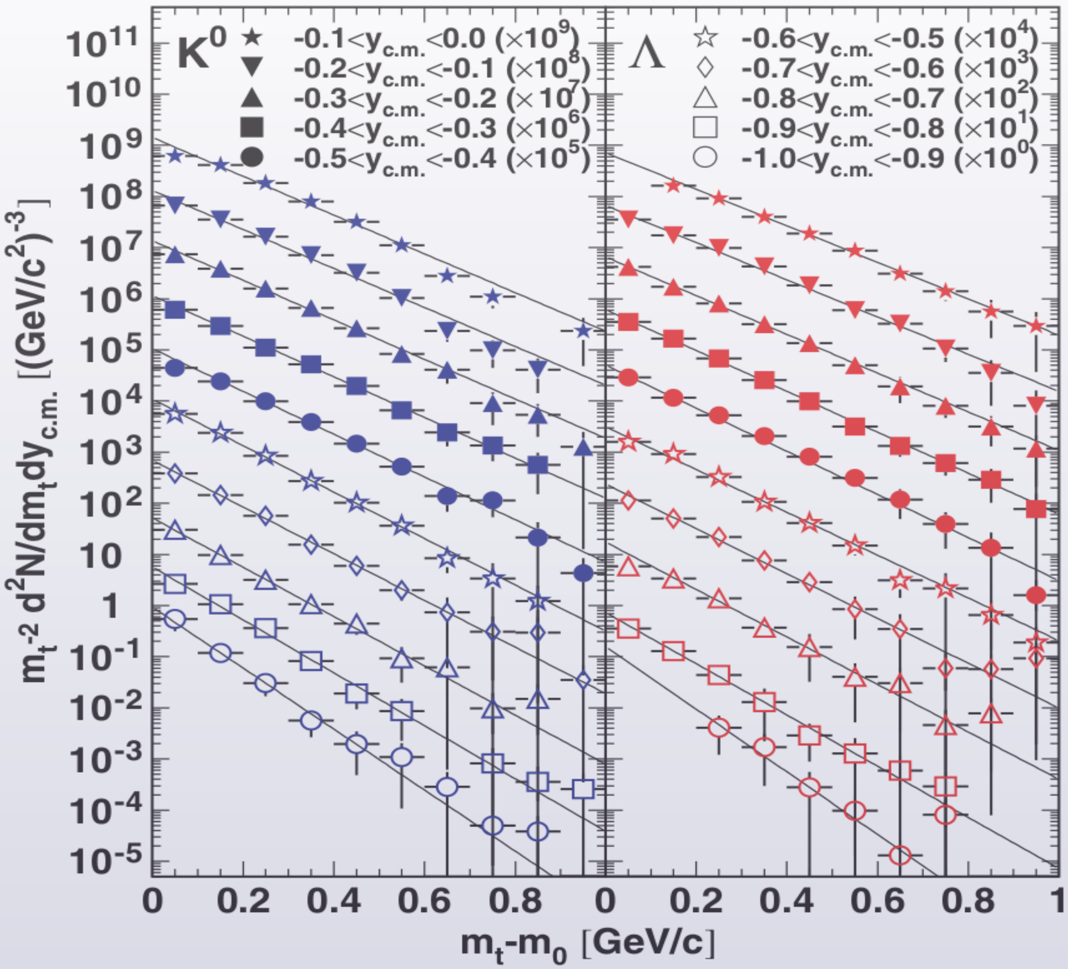
- **Przypadek I**: Emisja K^0 i Λ ze zderzeń Ni+Ni @ 1.9A GeV

Rozkłady „w języku” m_T. Zamiast p_T – częsta reprezentacja. Dlaczego?

$$\frac{d^2N}{dm_T\,dy} = 2\pi\frac{N}{Z}\; m_T E\, e^{-\frac{E}{T}}$$

$$\left.\frac{d^2N}{dm_T\,dy}\right|_{y=y_i} \sim m_T^2\, e^{-\frac{m_T}{T_B(y_i)}}$$

$$\left.\frac{1}{m_T^2}\frac{d^2N}{dm_T\,dy}\right|_{y=y_i} \sim e^{-\frac{m_T}{T_B(y_i)}}$$

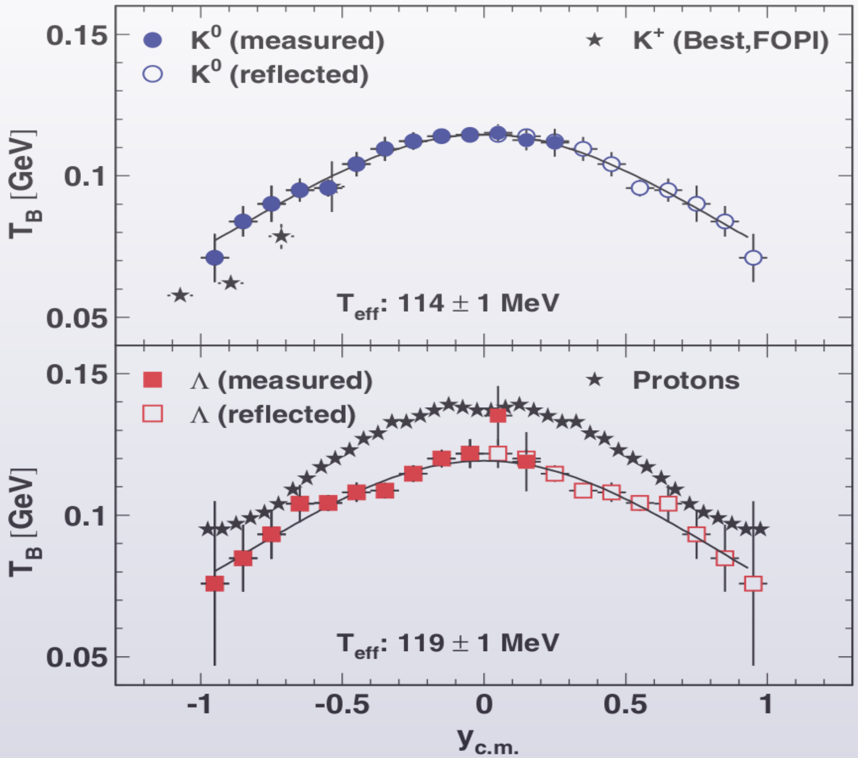


M. Merschmeyer et al., Phys. Rev. C 76, 024906 (2007)

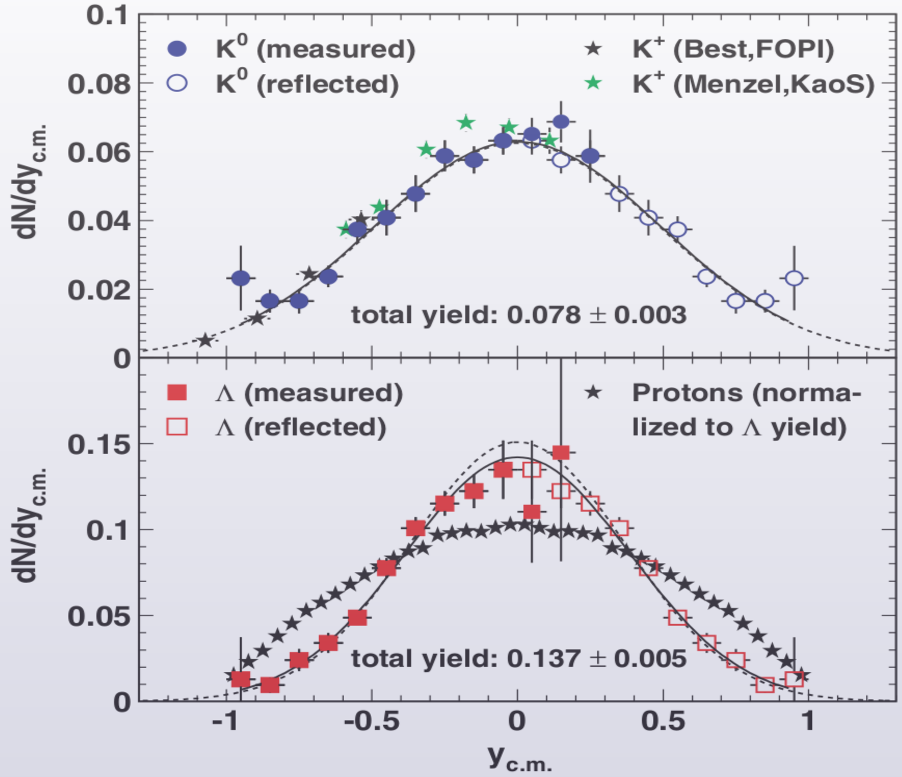
Jeżeli rozkład przestrzeni fazowej jest zgodny z modelem Boltzmanna,

to tak przygotowane widma powinny mieć postać eksponencjalnie malejącą.

- Rozkład $T_B = f(y)$ dla K^0 i Λ oraz dla protonów



- Rozkład dN/dy dla K^0 i Λ oraz dla protonów



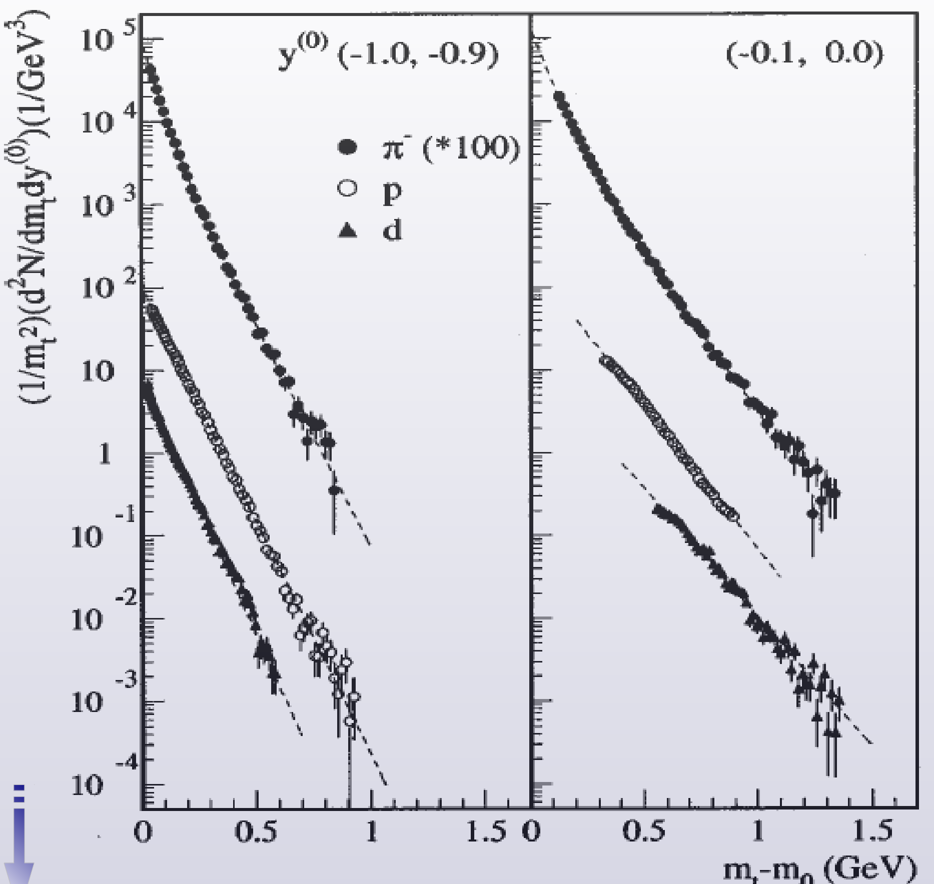
M. Merschmeyer et al., Phys. Rev. C 76, 024906 (2007)

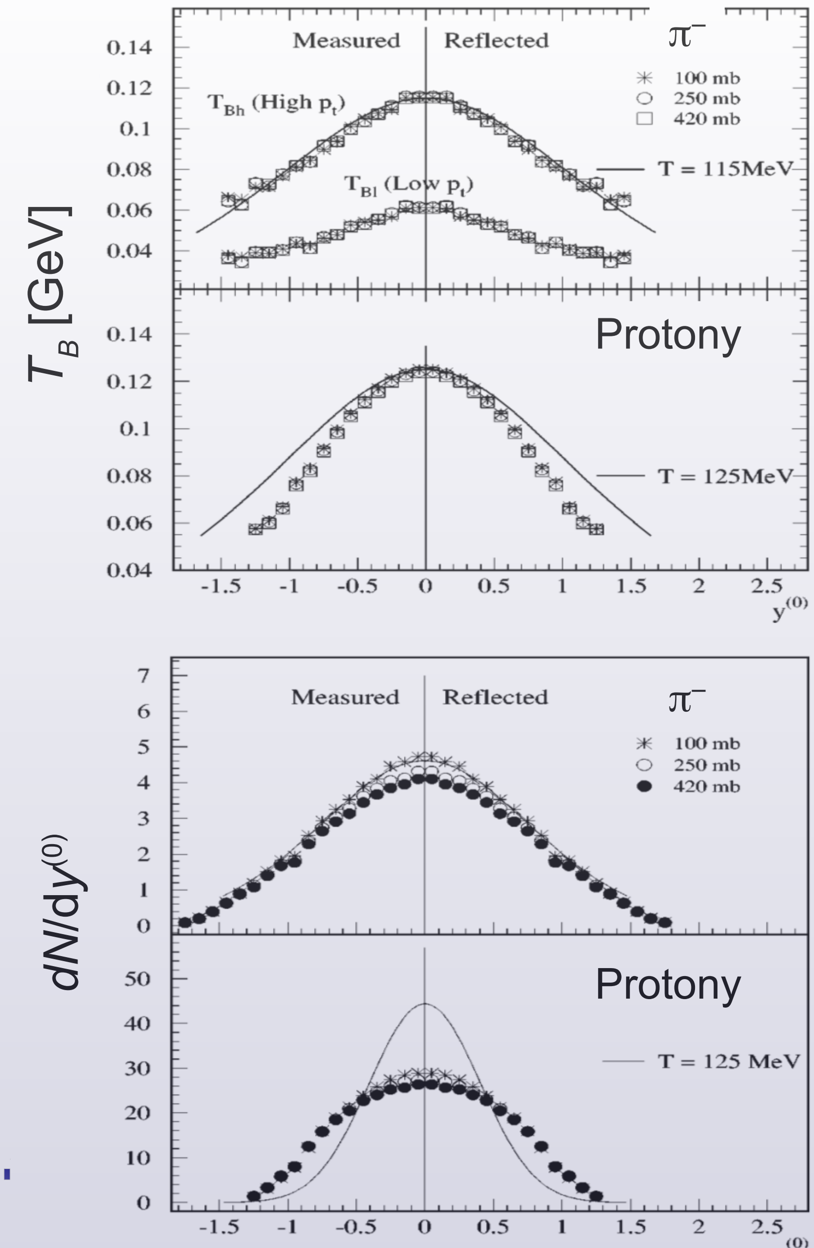
Rozkłady $T_B = f(y)$ i dN/dy dla K^0 i Λ dają się opisać przez model Boltzmanna (w ramach niepewności)

Rozkłady $T_B = f(y)$ i dN/dy dla protonów – już nie...

- **Przypadek II**. Emisja p, d i π^- ze zderzeń Ni+Ni @ 1.9*A* GeV.

Pospieszność zredukowana: $y^{(0)} \equiv \dfrac{y_{w\,Lab} - y_{CM}}{y_{CM}}$





B. Hong et al., Phys. Rev. C 57, 244 (1998)

m_T: protony i deuterony zgodne z mod. Boltzmanna
π^- : możliwe złożenie 2 komponentów.

T_B(y) : p (d) , π^- : niezgodne z mod. Boltzmanna

d*N*/d*y* : p (d) : niezgodne z mod. Boltzmanna

- **Przypadek III** : Rozkłady pospieszności deuteronów z centralnych zderzeń AA @ 0.4*A* I 1.5*A* GeV

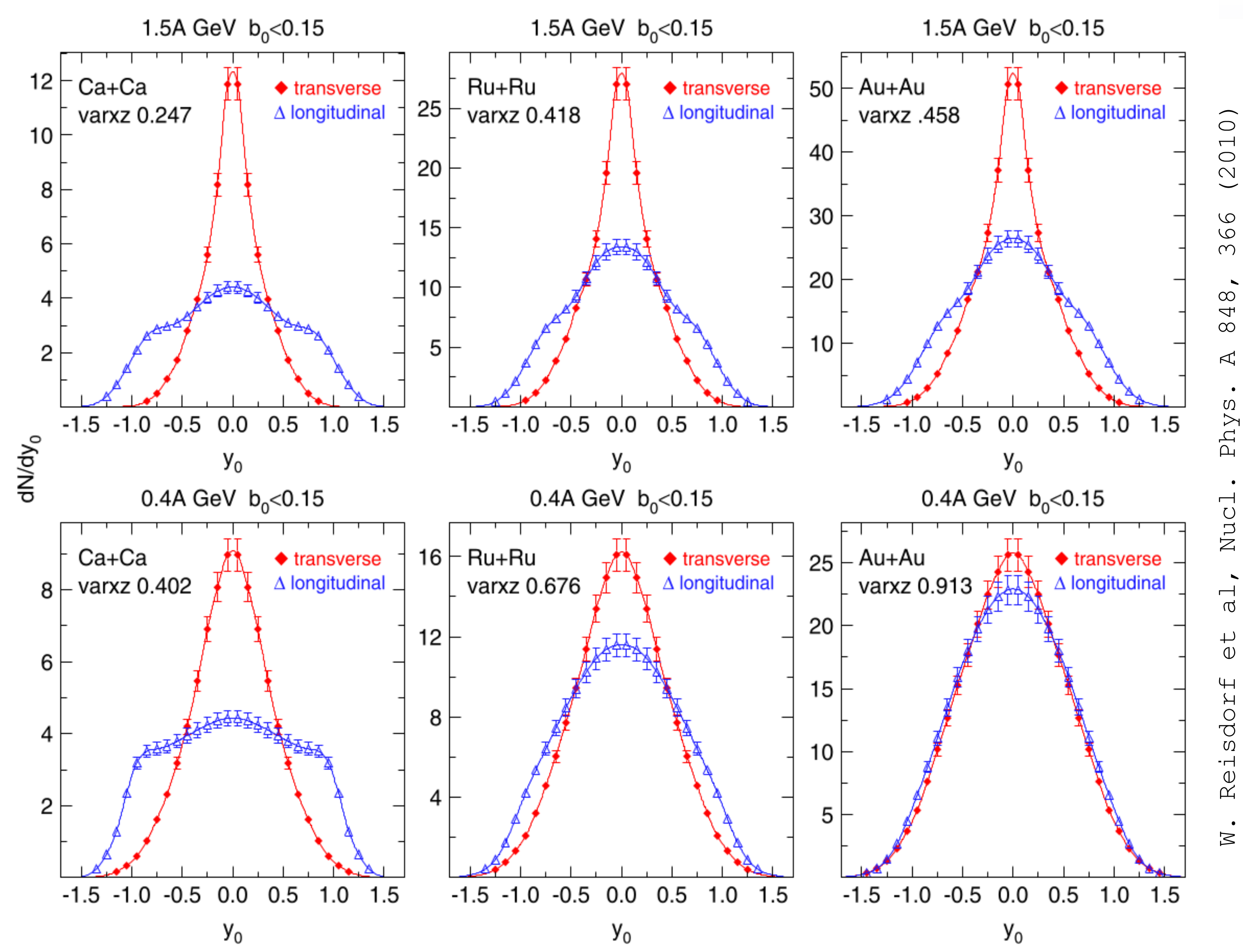
$$y_z = \frac{1}{2}\ln\frac{E+p_z}{E-p_z}$$

$$y_{x,y} = \frac{1}{2}\ln\frac{E+p_{x,y}}{E-p_{x,y}}$$

- W m. Boltzmanna emisja izotropowa

→ Wszystkie kierunki równouprawnione

→ dN/dy_i takie same



W. Reisdorf et al, Nucl. Phys. A 848, 366 (2010)

Rozkłady niezgodne z modelem Boltzmanna, za wyjątkiem Au+Au @ 0.4*A* GeV

- **Przypadek IV** : Rozkłady kąta polarnego emisji K⁺ i K⁻ ze zderzeń Au+Au @ 1.5A GeV

- Rozkład izotropowy :

$$\frac{dN}{\sin\theta\, d\theta} = const$$

$$\longrightarrow \quad \frac{dN}{d\cos(\theta)} = const$$

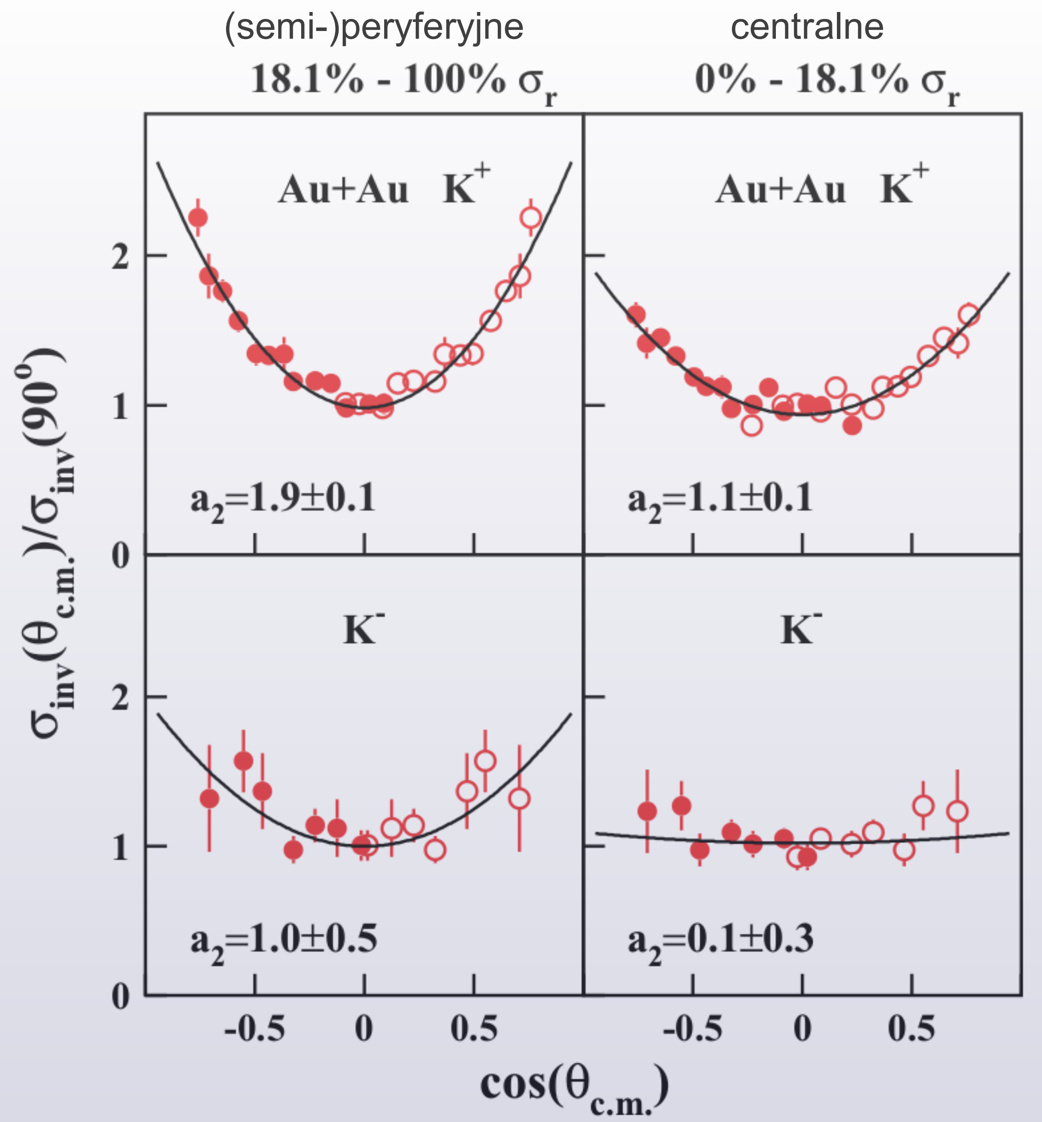
- Model Boltzmanna : rozkład izotropowy

- Eksperyment(y):

  Obserwowana anizotropia kątowa (za wyjątkiem K⁻ ze zd. centralnych)

- Parametryzacja fenomenologiczna:

$$\frac{dN}{d\cos\theta_{NN}} \sim 1 + a_2 \cos^2\theta_{NN}$$

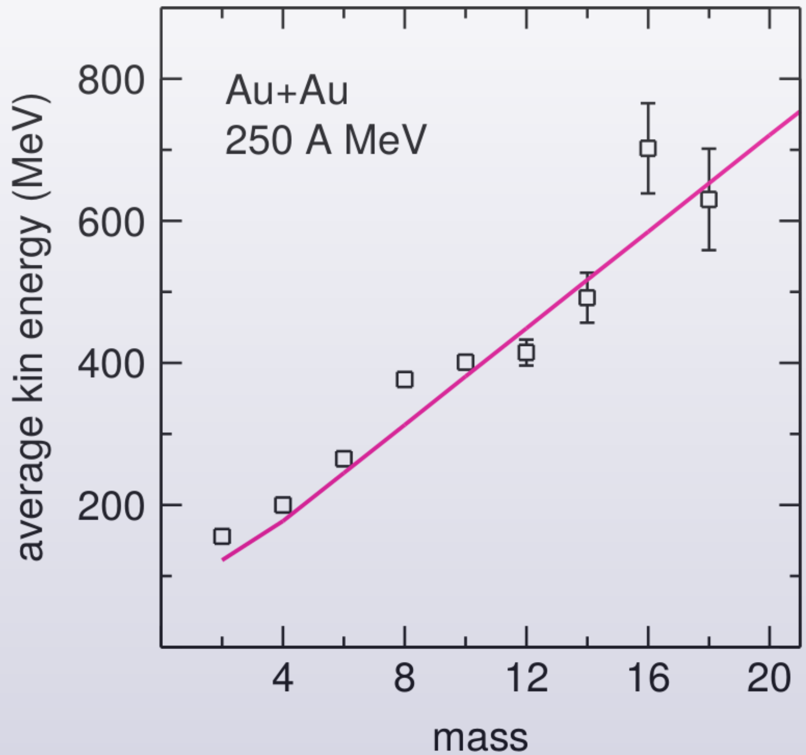


A. Förster et al., Phys. Rev. C 75, 024906 (2007)

10. Ruch kolektywny w zderzeniach ciężkich jonów

- Średnia energia kinetyczna 1 cząstki w ruchu termicznym: $\langle E_{Kin} \rangle = \frac{3}{2} kT$
  (w przybliżeniu nierelatywistycznym)

  Nie zależy od masy cząstki. Tymczasem:

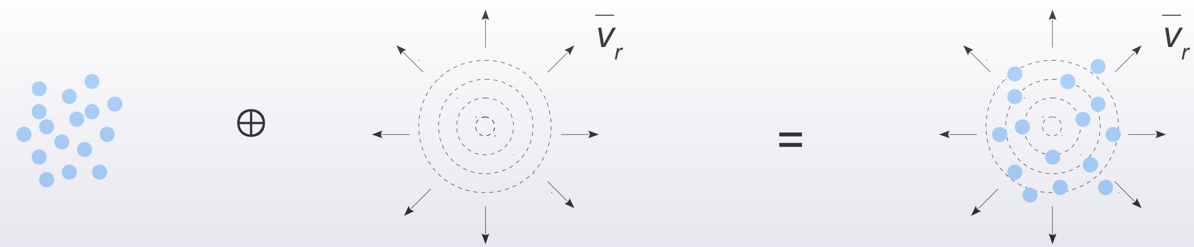


W. Reisdorf, H.G. Ritter, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 47, 663 (1997)

- Gdyby wszystkie cząstki cechował dodatkowy składnik ruchu ze wspólną prędkością *v* , to w przybliżeniu nierelatywistycznym :

$$\langle E_{Kin} \rangle \approx \frac{3}{2} kT + \frac{mv^2}{2} = A + B \cdot m$$

Argument za istnieniem (dodatkowego) ruchu kolektywnego



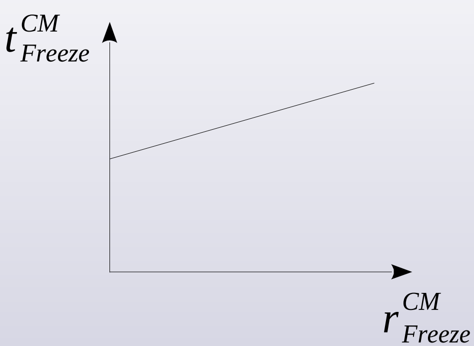
ruch termiczny (Boltzmann) | ruch kolektywny (ekspansja. radialna) | Złożenie

1. Materia jest w równ. termodynamicznej w układzie lokalnym, ale kolejne powłoki ekspandują (radialnie, ze stałą v_r (założenie) → nadal symetria sferyczna)

2. Lokalnie, w chwili t_{Freeze}^{Lok}, następuje freeze-out: powłoki dezintegrują w swobodne hadrony (nieoddziałujące, lecące ku detektorom).

Tr. Lorentza: $dr_{Freeze}^{CM} = v_r \cdot dt_{Freeze}^{CM}$

"Freeze-out curve"



Formuła Siemensa-Rasmussena

$$\left.\frac{d^3 n}{dp^3}\right|_{CM} = \frac{N_i}{Z(T)} \cdot e^{-\frac{\gamma_r E}{T}} \cdot \left[\left(\gamma_r + \frac{T}{E}\right)\frac{sh\,\alpha}{\alpha} - \frac{T}{E}ch\,\alpha\right]$$

gdzie: $\alpha = \gamma_r \beta_r p/T$

N_i, Z : stałe normalizacyjne

P.J. Siemens, J.O. Rasmussen, Phys. Rev. Lett. 42, 880 (1979)
W.Florkowsni, W.Broniowski, Acta Phys. Pol. B 35, 2895 (2004)

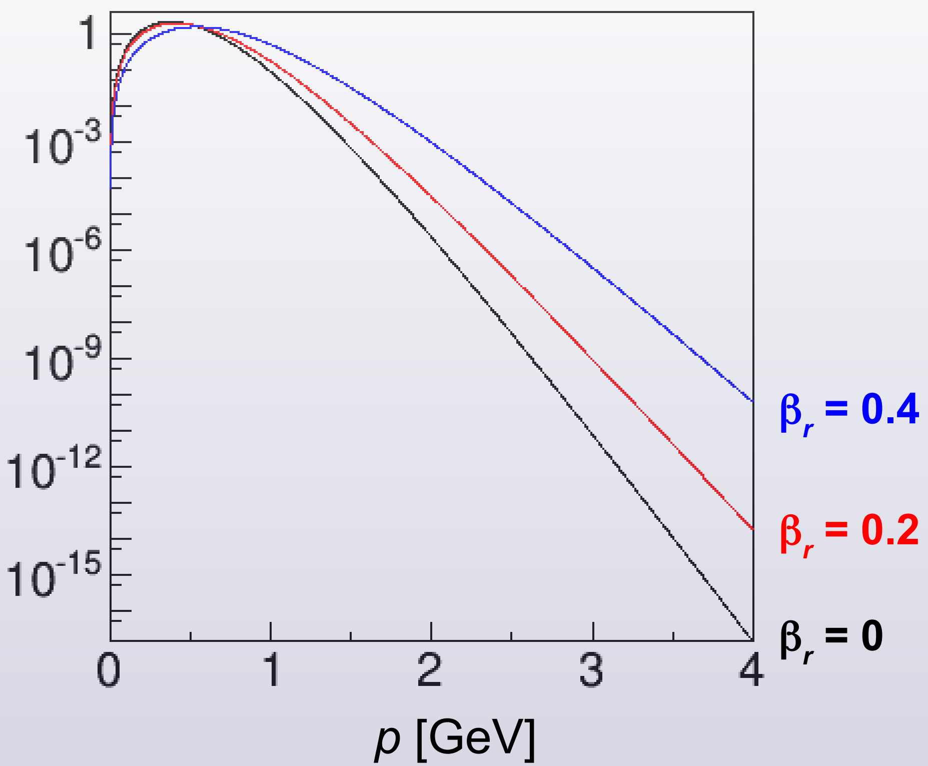
$$\left.\frac{d^3 n}{dp^3}\right|_{CM} = \frac{N_i}{Z(T)} \cdot e^{-\frac{\gamma_r E}{T}} \cdot \left[\left(\gamma_r + \frac{T}{E}\right)\frac{sh\,\alpha}{\alpha} - \frac{T}{E} ch\,\alpha\right]$$

gdzie: $\alpha = \gamma_r \beta_r p / T$

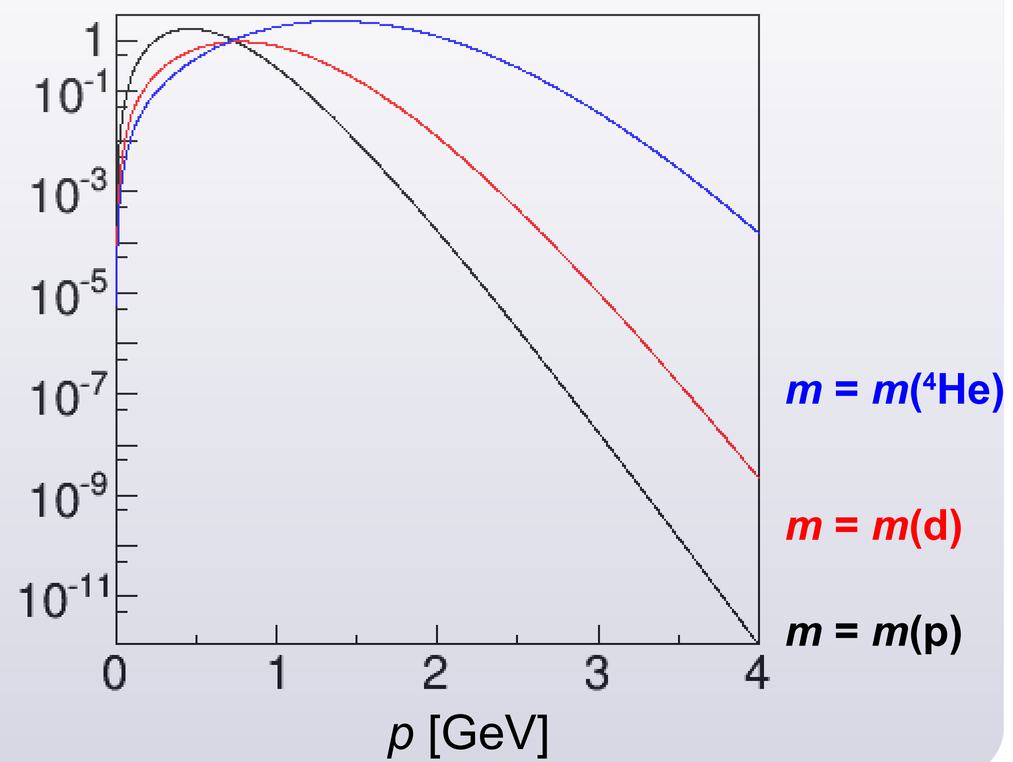
N_i, Z : stałe normalizacyjne

- **Jeśli $\beta_r \rightarrow 0$,** to $\alpha \rightarrow 0$. Wyrażenie [...] → 1 . W efekcie **rozkład S-R → rozkład Boltzmanna**

- Załóżmy: $m = m_{proton}$, T = 70 MeV
Rozkłady S-R dla coraz większych β_r :

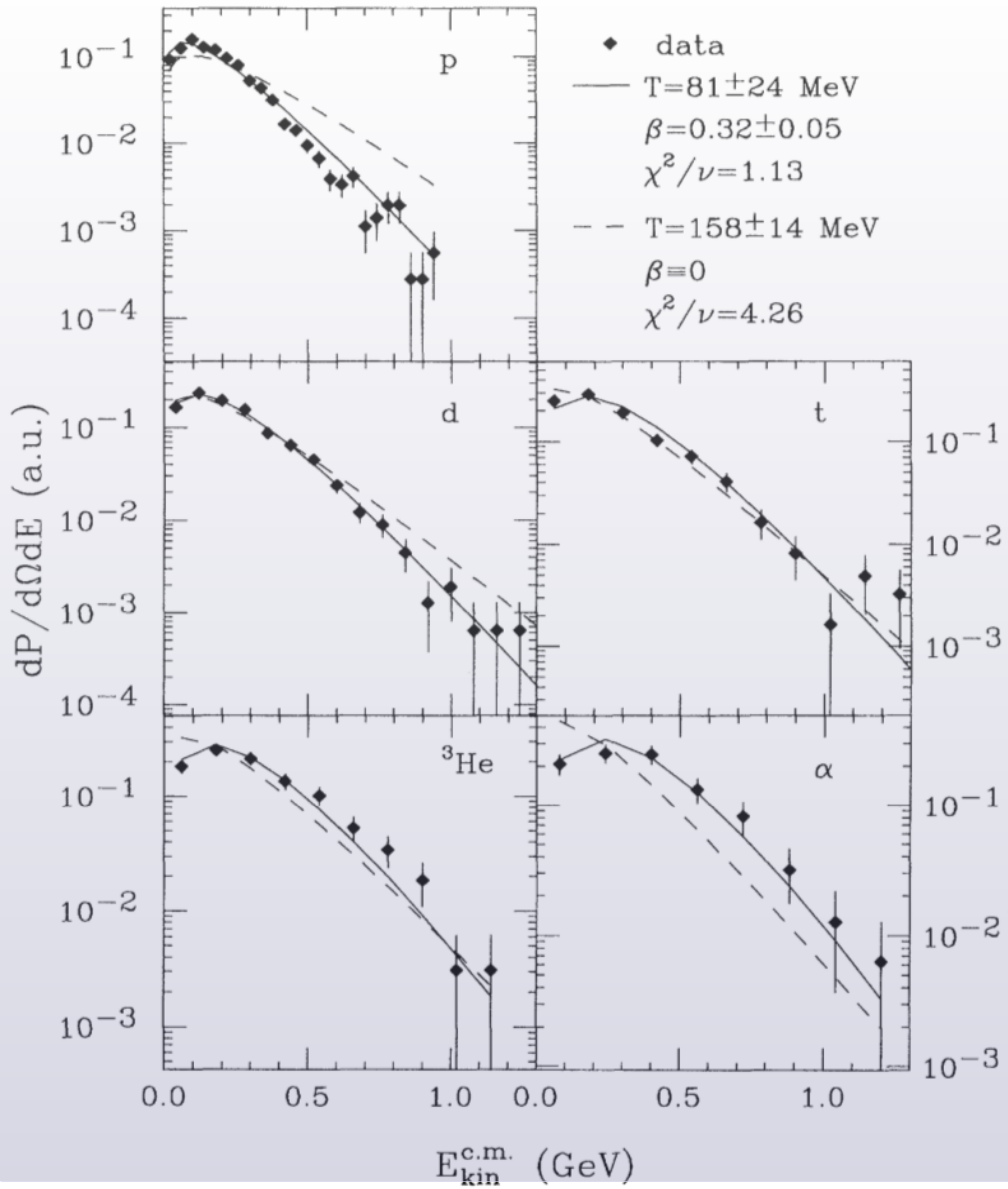


- Załóżmy: β_r = 0.3 , T = 70 MeV
Rozkłady S-R dla coraz większych mas :



- **Przykład.** Zderzenia centralne Au+Au @ 1.0*A* GeV

M. Lisa et al., Phys. Rev. Lett. 75, 2662 (1995)



- Rozkłady dN/dE_k^{CM} przy $\theta^{CM} \approx 90°$ (midrapidity)

  dla p, d, t, ^{3}He, ^{4}He

- Dopasowania:

  Boltzmann
  Siemens-Rasmussen

  Podane χ^2/v dotyczy:
  jednoczesnego fitu dla
  d, t, ^{3}He, ^{4}He (p wyłączone)

- χ^2/v wyraźnie lepsze dla modelu S-R, niż B.

- Wg. S-R temperatura jest znacznie niższa niż wg. B.

  $E_{kin} = E_{r.\,kolektywny} + E_{r.\,termiczny}$

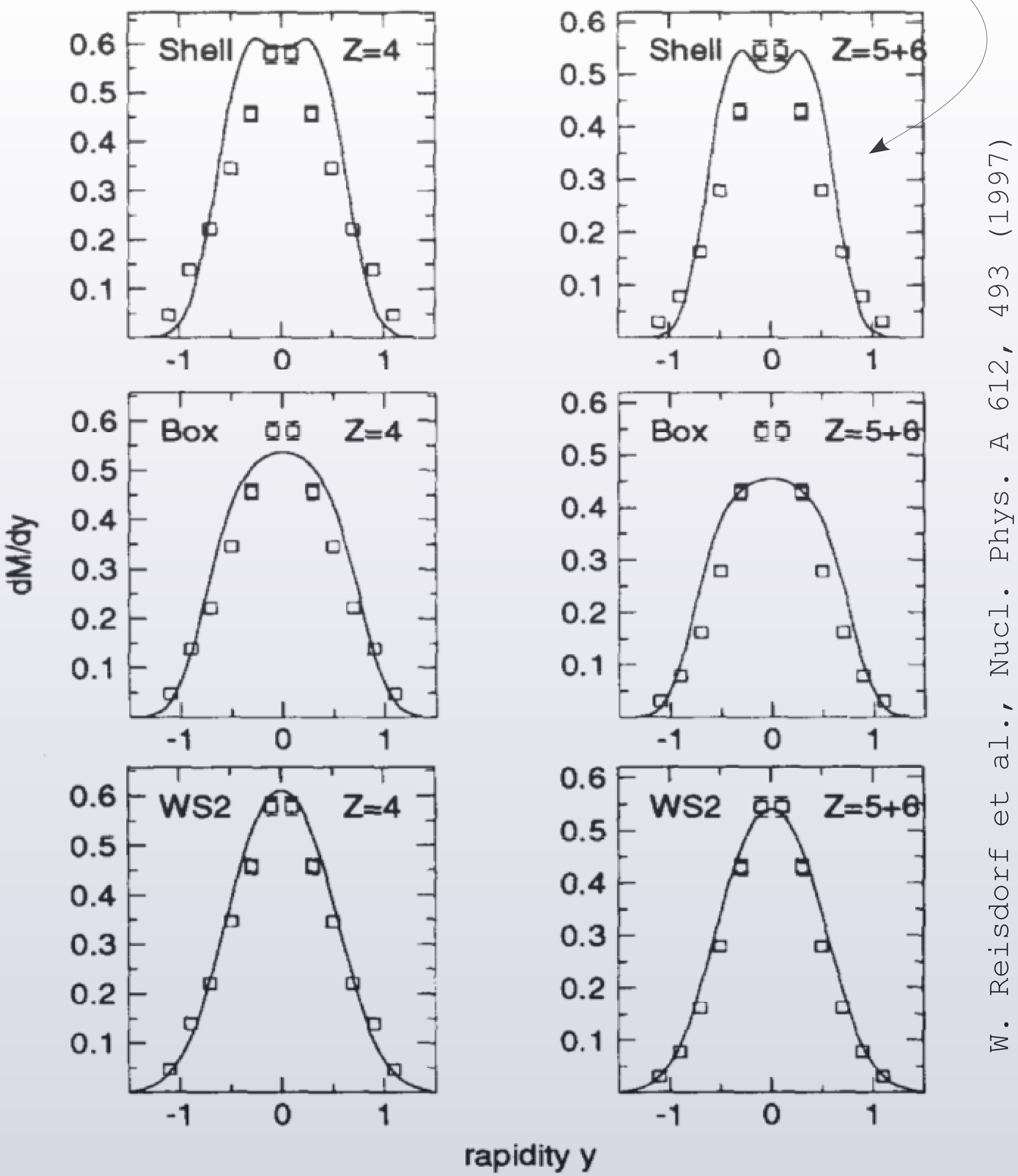
- Przewidywany w modelu SR rozkład nie opisywał niektórych rozkładów doświadczalnych.

Rozszerza się model „blast wave” , zastępując stałą β_r rozkładem $dN/d\beta_r$.

- **Przykład:** Zderzenia centralne
  Au+Au @ 0.25*A* GeV

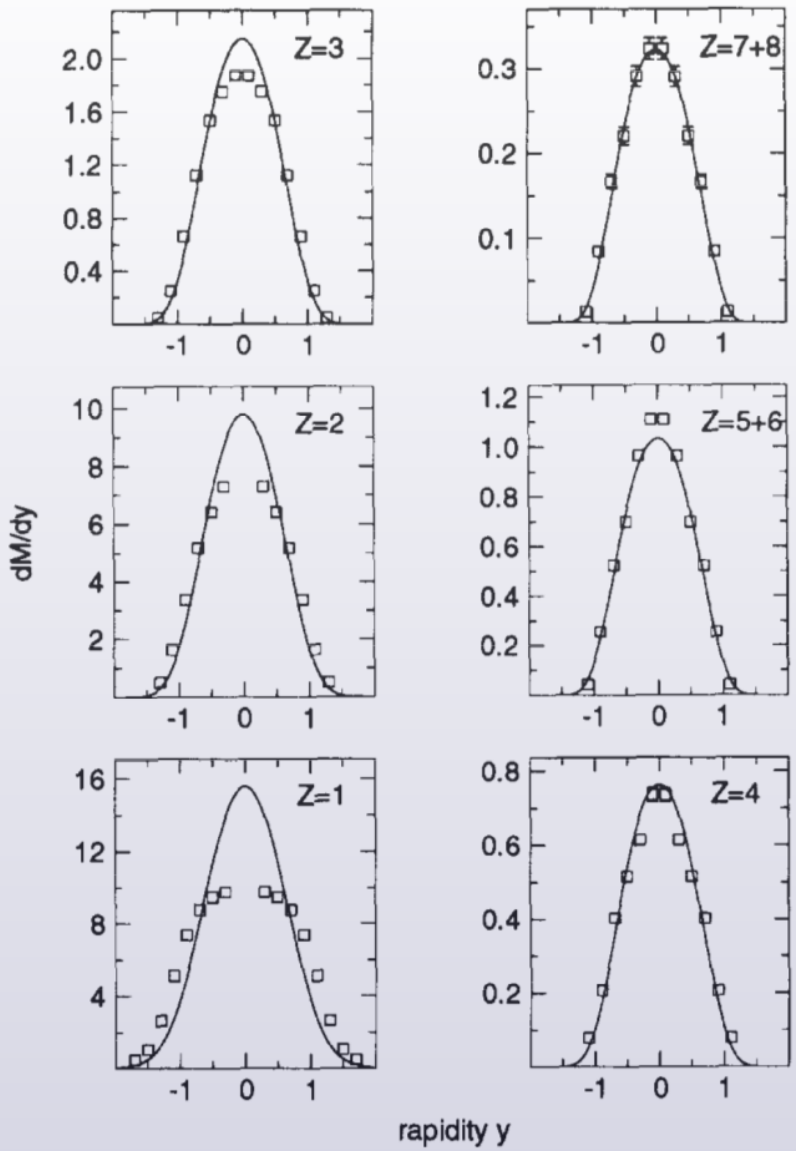
Różne scenariusze rozkładu $dN/d\beta_r$:

„**Shell**” : rozkład $\beta_r = \delta_{Diraca}$ (oryginalny S-R)
„**Box**” : rozkład β_r : płaski dla [0 .. β_{max}]
„**WS**” : rozkład β_r typu Woods-Saxon

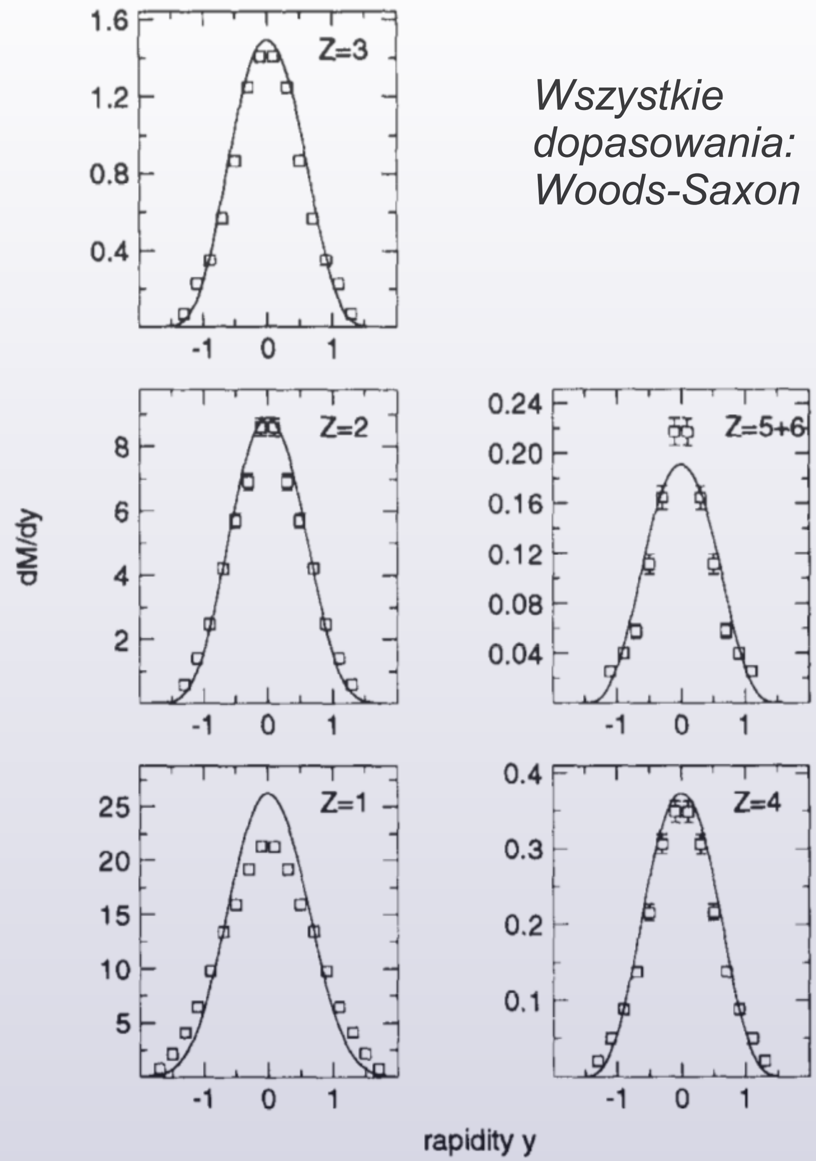


W. Reisdorf et al., Nucl. Phys. A 612, 493 (1997)

- Au+Au @ 0.15*A* GeV (centralne)



- Au+Au @ 0.40*A* GeV (centralne)



Wszystkie dopasowania: Woods-Saxon

W. Reisdorf et al., Nucl. Phys. A 612, 493 (1997)

Nieźle, ale nieidealnie. Odstępstwa szczególnie dla protonów.

11. Stopping / Transparencja

- **Q**: czy w zderzeniach rzeczywiście dochodzi do równowagi termodynamicznej?
- W dotychczasowym modelu (termiczny + SR) rozkład kątowy był izotropowy.

Pospieszność funkcjonuje też w kierunkach ⊥ (*x* lub *y*): $y_{x,y} = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_{x,y}}{E - p_{x,y}}$

Protony i deuterony z centralnych zderzeń Au+Au @ 1.5*A* GeV

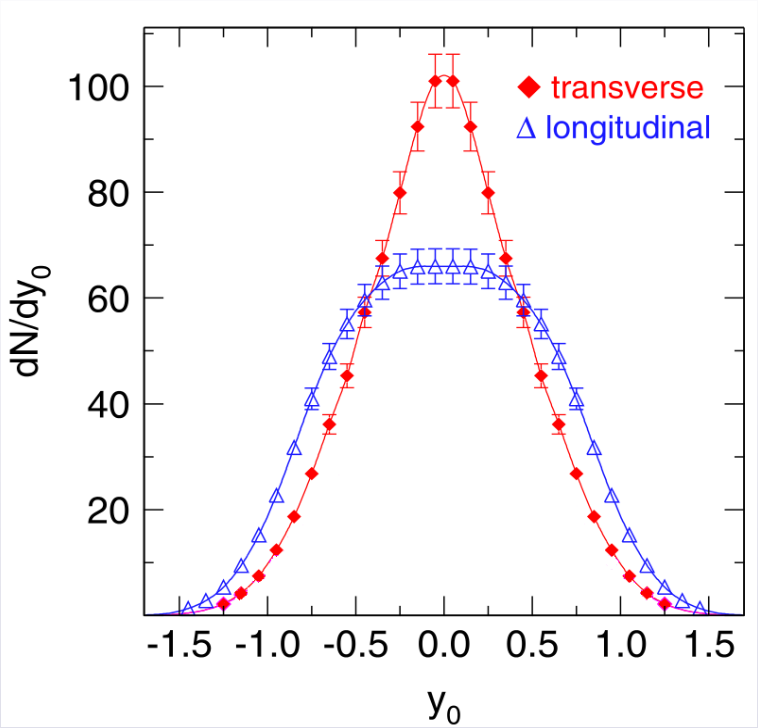
d*N*/dy_{0z}

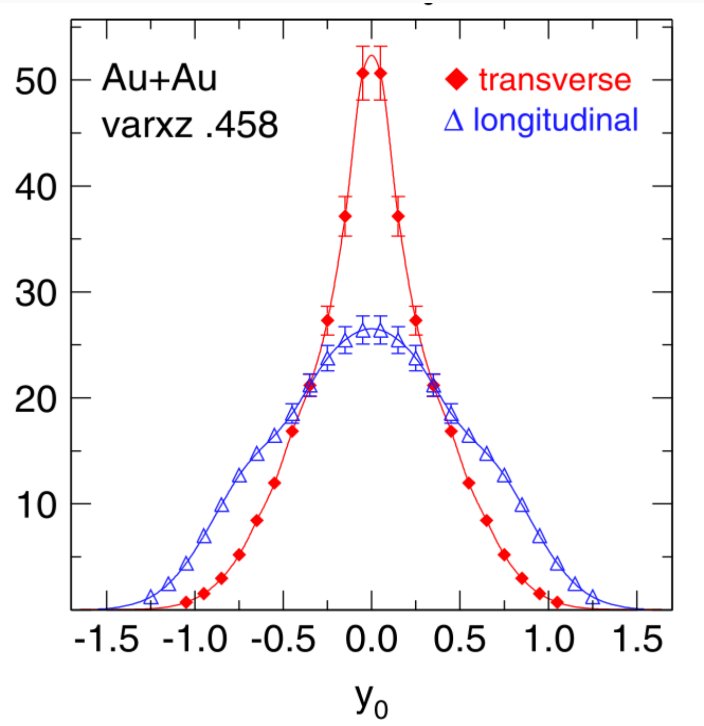
d*N*/dy_{0x}

przy czym:

$$y_0 = \frac{y - y_{CM}}{y_{CM}}$$

pospieszność zredukowana





W. Reisdorf et al, Nucl. Phys. A 848, 366 (2010)

Rozkłady emisji p, d z centralnych zderzeń Au+Au @ 1.5*A* GeV cechuje wyraźne wydłużenie w kierunku osi wiązki
(pamięć układu o kierunku pierwotnym nie zaciera się całkowicie)

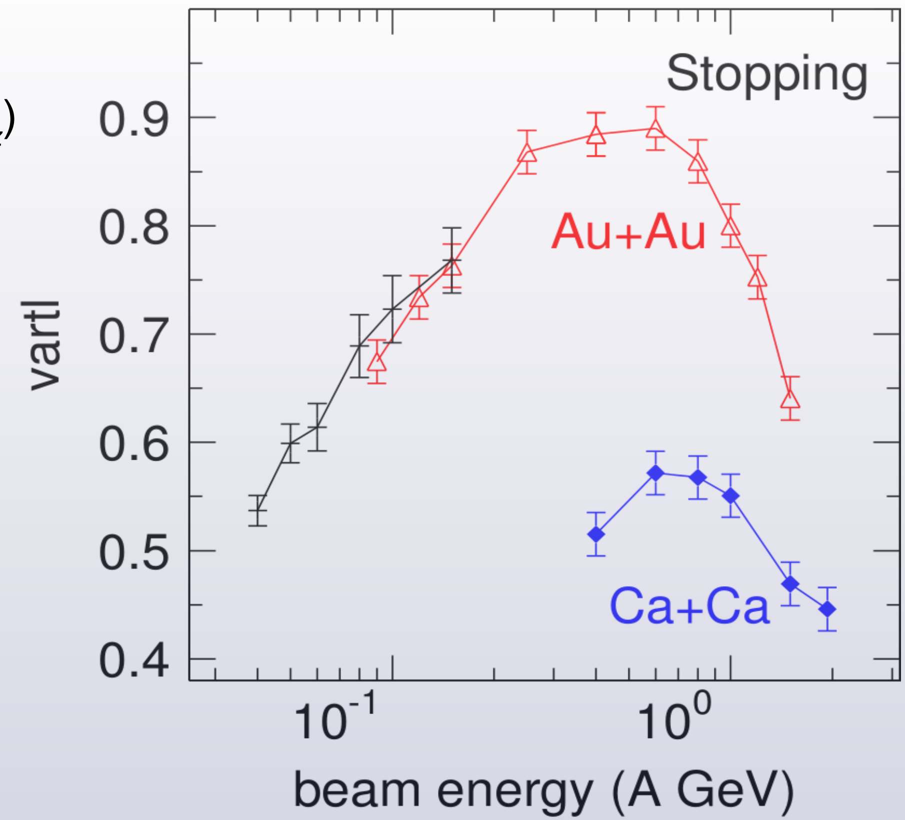
- Wydłużenie rozkładu można skwantyfikować:

  – wyznaczyć wariancję dN/dy w kierunku wiązki (σ_z) oraz w jednym z poprzecznych (np. σ_x)

  – wyznaczyć ich stosunek: $vartl \equiv \frac{\sigma_x}{\sigma_z}$

- Wykres zależności ***vartl* = f (*T*$_b$; rozmiar)** .
  Każdy punkt to:

  vartl : dla sumarycznego rozkładu dN/dy *wszystkich* naładowanych barionów.
  (Zderzenia centralne)



W.Reisdorf et al, Phys.Rev.Lett. 92, 232301 (2004)

➡ Wydłużenie rozkładów emisji wzdłuż osi wiązki jest <u>regułą</u>.
Im mniejszy układ, tym wydłużenie wyraźniejsze.

Możliwe przyczyny:
- pływ wzdłuż osi Z jako reakcja na kompresję podczas zderzenia
- transparencja (częściowe przenikanie się f. falowych – efekt kwantowy)

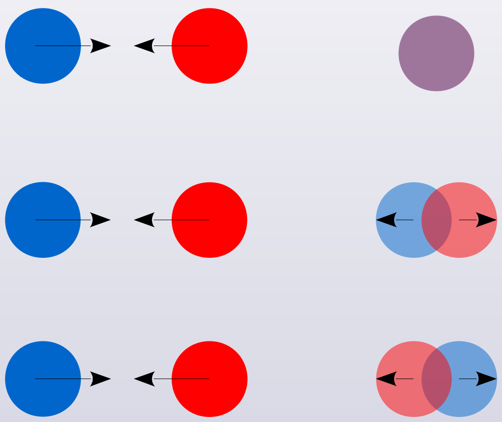
Q: z którym zjawiskiem mamy do czynienia?
– wzrost wydłużenia ze zmniejszaniem się układu sugerowałby transparencję...

- Dobierzmy dwa jądra o takich samych rozmiarach, ale z różną liczbą protonów, np. :

J. wiązki: ${}^{96}_{44}Ru_{52}$ $N/Z \approx 1.2$ J. tarczy: ${}^{96}_{40}Zr_{56}$ $N/Z = 1.4$

i obserwujmy rozkład dN/dy_z protonów. **3 scenariusze**:

- Pełna termalizacja → wymieszanie *n*, *p*. (zatarcie pamięci).
  Rozkład dN/dy_z protonów: symetryczny względem y_{CM}.
- Kompresja, a następnie odbicie.
  Rozkład dN/dy_z protonów: przewaga *p* po stronie *wiązki*
- (Częściowa) transparencja, tj. przenikanie przez siebie jąder.
  Rozkład dN/dy_z protonów: przewaga *p* po stronie *tarczy*

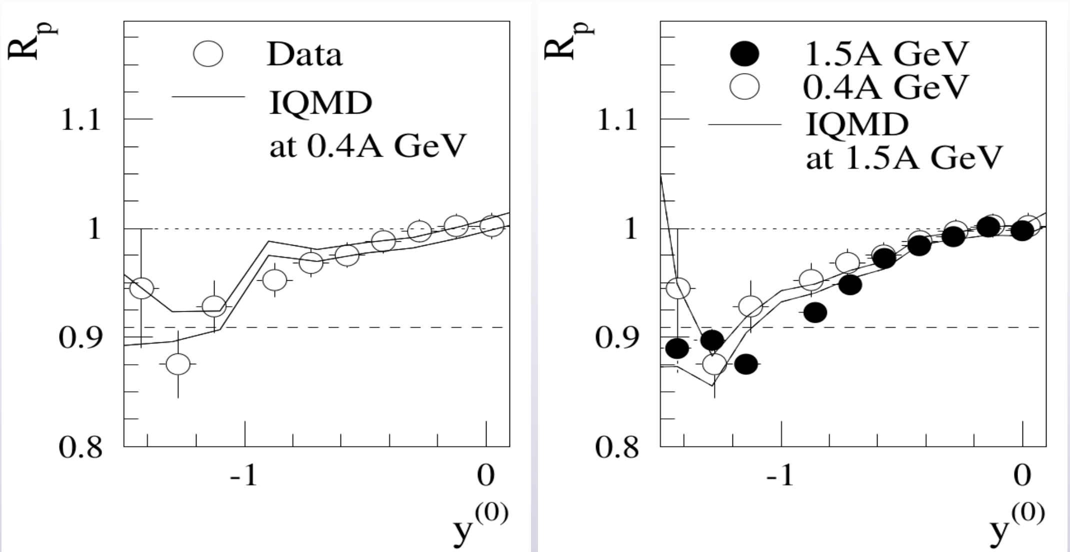


- Obserwabla:

$$R_p(y) = \frac{N_{RuZr}(y)}{N_{ZrRu}(y)}$$

- Dla $y < 0$ obserwujemy $R_p < 1$.
  (niedomiar *p* po stronie j. wiązki)

→ $\begin{cases} \exists \text{ transparencja (częściowa)}, \\ \nexists \text{ pełna termalizacja.} \end{cases}$



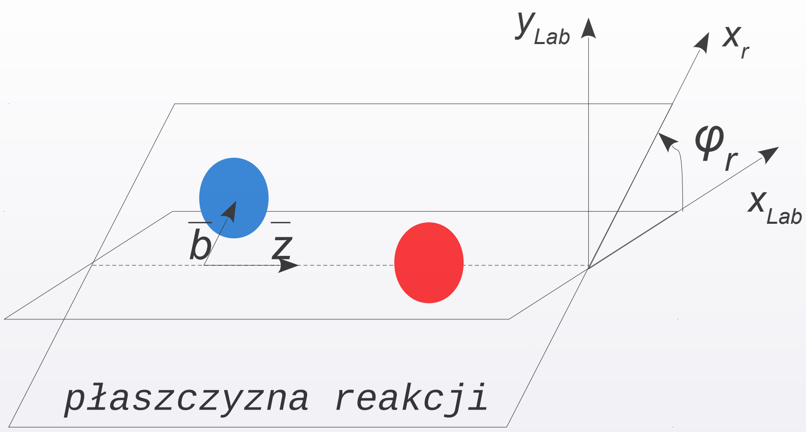
B. Hong, Nucl. Phys. A721, 317c (2003)

12. Rozkłady azymutalne

- Rozważmy zderzenie **nie-centralne**.

Płaszczyzna reakcji: rozpięta przez wektory osi wiązki $\bar{z}$ i parametru zderzenia $\bar{b}$.
Środki mas jąder leżą w płaszczyźnie reakcji.

W zderzeniu pł. reakcji tworzy z układem Lab kąt φ_r.
φ_r : „kąt płaszczyzny reakcji"



- Wg. modelu statystycznego: emisja izotropowa.
A jak jest doświadczalnie?

Kłopot:

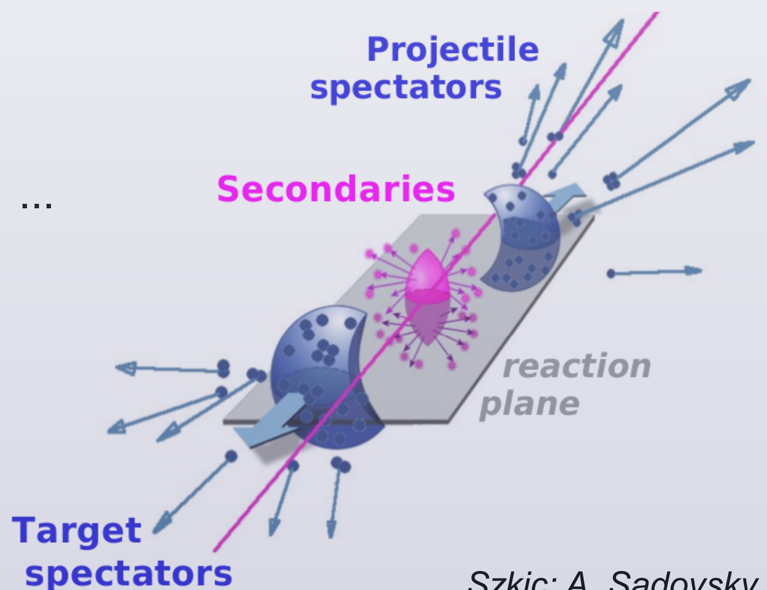
jeśli rozkład dN/d$\varphi_{\text{wzgl. Pł. Reakcji}}$ jest niejednorodny,
to chaotyczność φ_r ujednolica rozkład dN/d$\varphi_{w\ Lab}$.

- Gdyby <u>w każdym zdarzeniu</u> móc zrekonstruować kąt φ_r ...

… wówczas można by w każdym ze zdarzeń „przekręcić" p_T wszystkich cząstek wstecz o φ_r.

Uzyskalibyśmy pierwotny rozkład dN/dφ .

Q: Jak zrekonstruować kąt φ_r ?



Szkic: A. Sadovsky, HADES

Metoda pędów poprzecznych

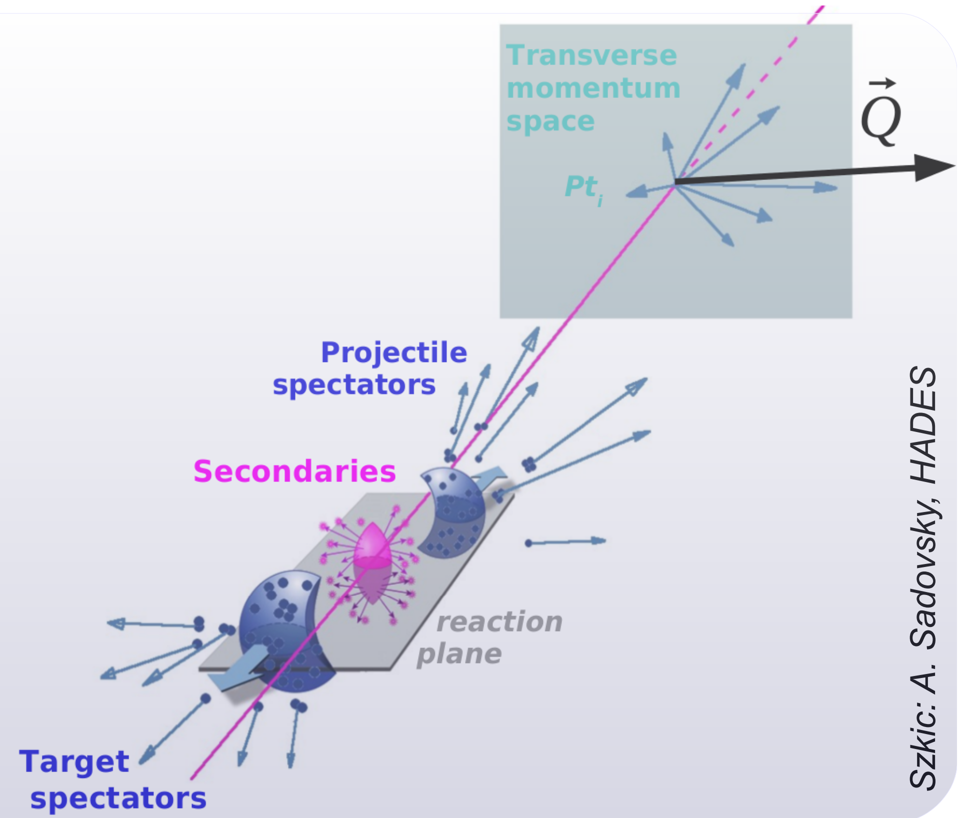
P. Danielewicz, G. Odyniec, Phys. Lett. B 157, 146 (1985)

Cząstki emitowane poza y_{CM} preferencyjnie pochodzą z obszarów widzów. Zbudujmy wektor $\overline{\mathrm{Q}}$:

$$\vec{Q} = \sum_{i=1}^{N_{widzów}} w_i \vec{p}_{t,i}$$

$$w_i = \begin{cases} 1 & y_{0,i} > \Delta y \\ -1 & y_{0,i} < -\Delta y \end{cases}$$

Jeśli istnieje jakakolwiek anizotropia (symetryczna względem pł. reakcji), to $\overline{\mathrm{Q}}$ ją wychwyci i ustawi się wzdłuż pł. reakcji (modulo fluktuacja statystyczna).



Szkic: A. Sadovsky, HADES

Rozkład na szereg Fouriera

φ : kąt azymutalny cząstki względem pł. reakcji. $\varphi \in [0, 2\pi) \rightarrow$ rozkład dN/dφ periodyczny.
Dowolną funkcję periodyczną można rozłożyć na szereg Fouriera. Czyli:

$$\frac{dN}{d\varphi} \sim \frac{1}{2\pi}\left(1 + 2\sum_{n\geq 1}^{\infty} v_n \cos n\varphi\right)$$

S. Voloshin, Y. Zhang, Z. Phys. C 70, 665 (1996)

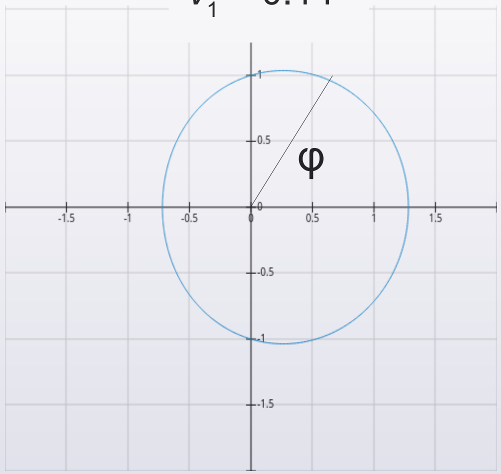
wkład izotropowy

v_n : wagi kolejnych wkładów, $v_n \in [-1, 1]$
Nazwa – *współczynniki pływu* (*flow coefficients*)

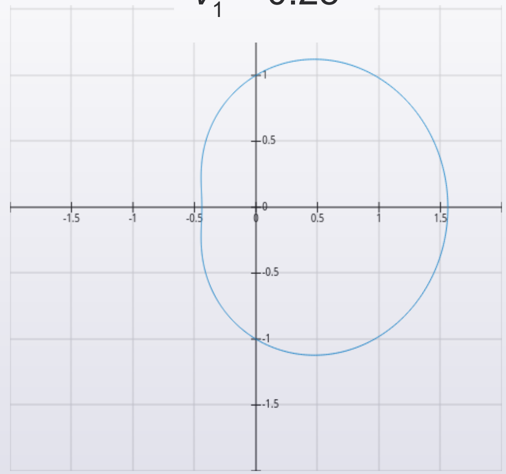
Zachodzi: $v_n = \langle \cos n\varphi \rangle$

- Przypadek: izotropia + v_1 (pływ skierowany / directed flow)

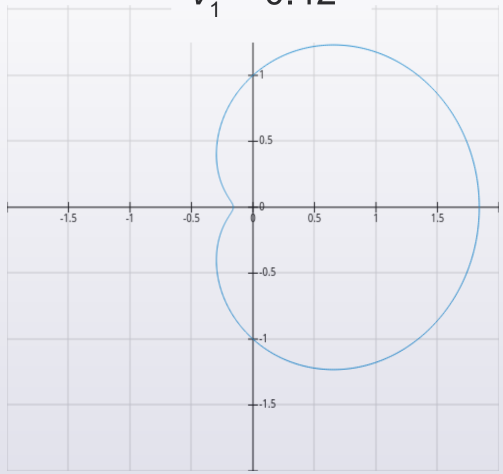
$v_1 = 0.14$



$v_1 = 0.28$

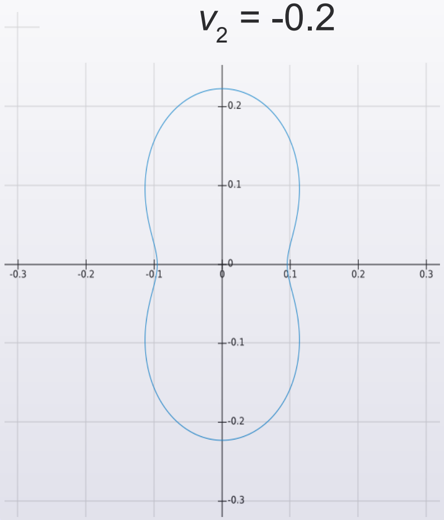


$v_1 = 0.42$

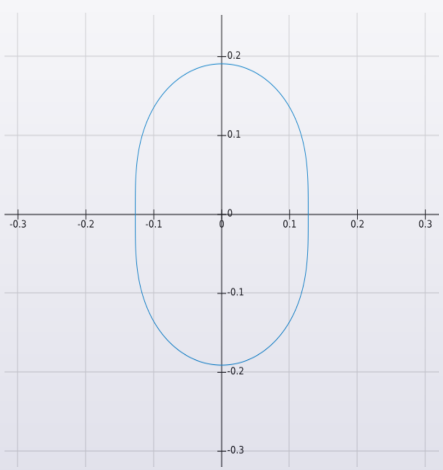


- Przypadek: izotropia + v_2 (pływ eliptyczny / elliptic flow)

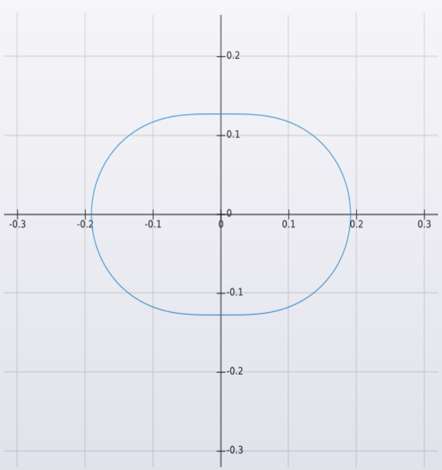
$v_2 = -0.2$



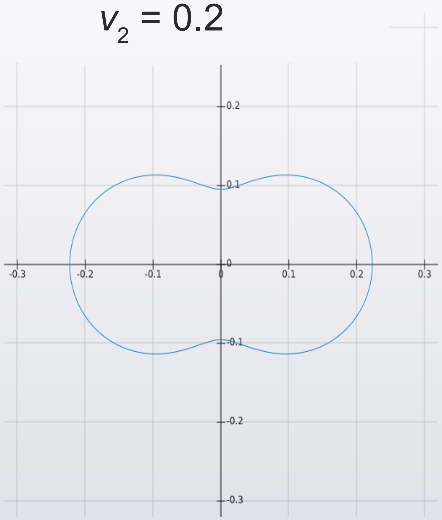
$v_2 = -0.1$



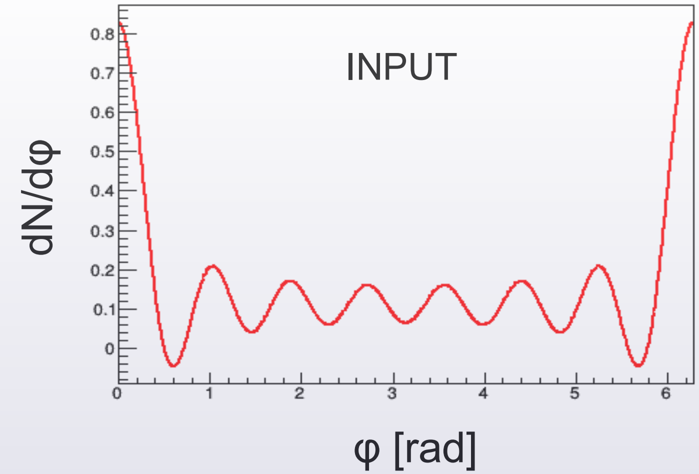
$v_2 = 0.1$



$v_2 = 0.2$



- Załóżmy, że rozkład dN/dφ składa się z 7 współczynników v_i o wartościach v_i = 0,3, i = {1 … 7}.

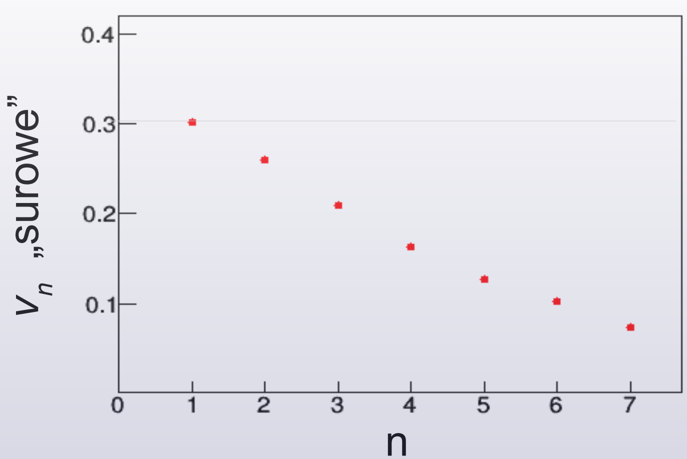


Symulacja: 10^5 zderzeń $\times$ 60 wyemitowanych cząstek.
Pęd każdej cząstki = 1 (uproszczenie).

- Każde zderzenie: φ_r próbkowany izotropowo
- Każda cząstka: φ_i próbkowany z dN/dφ
  i obracany do Lab : $\varphi_{Lab,i} = \varphi_i + \varphi_r$.

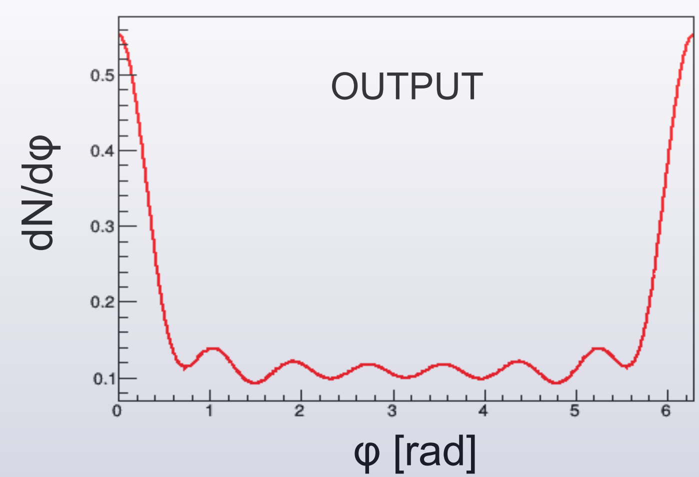
- Następnie **rekonstrukcja**. W każdym zderzeniu:
  - rekonstrukcja kąta płaszczyzny reakcji ψ_r via $\overline{Q}$ (*uwaga*: ψ_r to estymator φ_r)
  - transformacja kątów z Lab do pł. reakcji: $\varphi_i = \varphi_{Lab,i} - \psi_r$
  - Ekstrakcja v_n według: $v_n \approx \langle \cos n\varphi \rangle$

- Skutek:



Im wyższy stopień v_n (wyższe harmoniczne),

tym bardziej wkład został stłumiony...



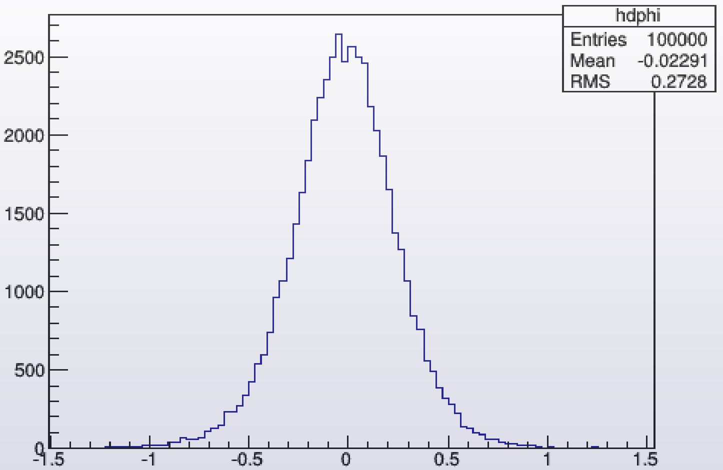
Q: Gdzie tkwi problem?

- Przyczyna problemu:

  jeżeli liczba cząstek w 1 zderzeniu nie jest wysoka, to zrekonstruowany kąt płaszczyzny reakcji ψ_r jest tylko estymatorem prawdziwego kąta φ_r, a pomiar „myli się" średnio o niepewność $\Delta\varphi_r$.

  Możemy to zobaczyć w symulacji →

  Jeżeli występuje anizotropia rozkładu $dN/d\varphi$, to ograniczona statystyka ją rozmywa.



$\psi_r - \varphi_r$ [rad]

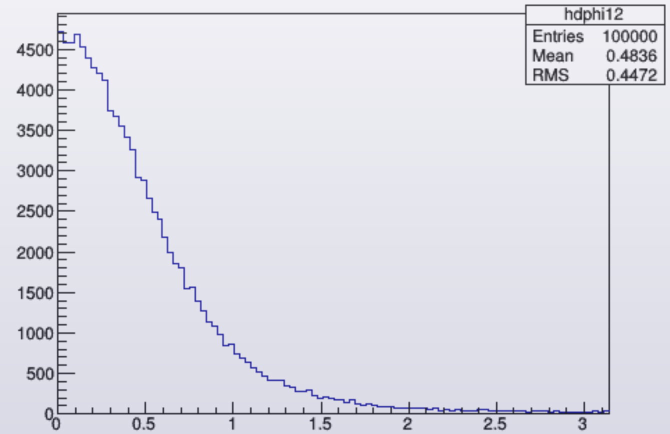
- ***„Metoda Ollitraulta"*** korekcji pływu. `[J-Y. Ollitrault, arXiv:nucl-ex/9711003]`
  Ograniczona statystyka w 1 zdarzeniu → $\overline{Q}$ rozmyte zgodnie z 2D rozkładem Gaussa.

- Rozmycie $\Delta\varphi_r$ osłabia coraz silniej kolejne współczynniki v_n, ale w sposób regularny:

$$\langle \cos n\psi \rangle = \langle \cos n\varphi \rangle \cdot \langle \cos n\Delta\varphi_r \rangle$$

estymator — wartość prawdziwa — współcz. osłabienia

- Jak oszacować $\Delta\varphi_r$, skoro nie znamy prawdziwego φ_r?
  W każdym zderzeniu dzieli się próbkę na 2 części.
  Wyznaczamy $\psi_{r,1}$ i $\psi_{r,2}$ z tych podpróbek.
  Wyrażenie $\Delta\varphi_{r12} = |\psi_{r,1} - \psi_{r,2}|$ podlega rozrzutowi →



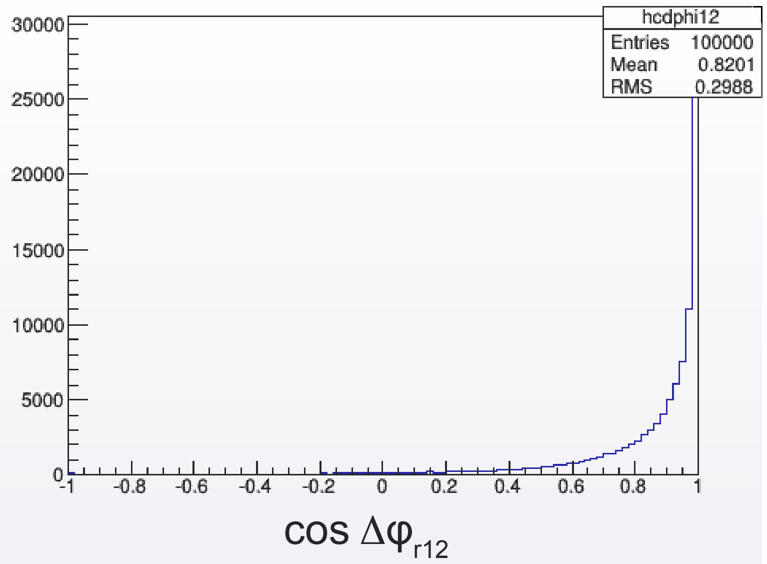
$\Delta\varphi_{r12} = |\psi_{r1} - \psi_{r2}|$ [rad]

- **Najkrótszy przepis na korekcję.**
  - Budujemy histogram zmiennej: $\cos \Delta\varphi_{r12}$ →
  - Pobieramy wart. średnią: $\langle\cos \Delta\varphi_{r12}\rangle$

  W ramach metody Ollitrault, wartość ta zależy od pewnego parametru χ :

$$\langle \cos \Delta\varphi_{r12} \rangle = \frac{\pi}{8}\chi^2 e^{-\chi^2} \cdot \left[I_0\left(\frac{\chi^2}{4}\right) + I_0\left(\frac{\chi^2}{4}\right) \right]^2$$

Ollitrault' 97 Eq. 14



gdzie I_0 : funkcja Bessel'a

  - Wyznaczamy wartość χ (np. numerycznie).

- Współczynniki korekcji dla kolejnych wyrazów v_n zależą tylko od χ i mają postac:

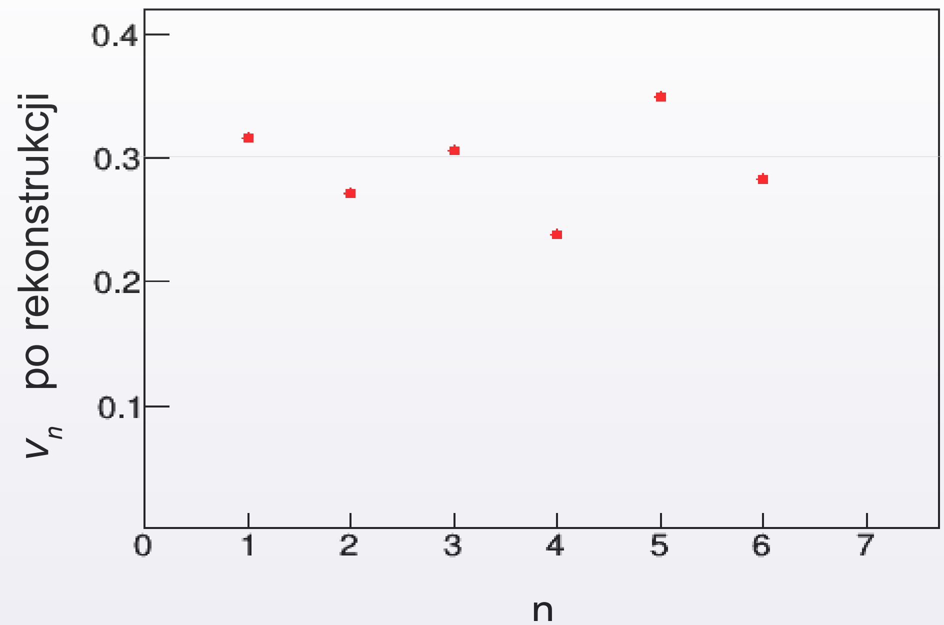
$$\langle \cos n\Delta\varphi_r \rangle = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\chi e^{-\chi^2/2} \cdot \left[I_{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{\chi^2}{2}\right) + I_{\frac{n+1}{2}}\left(\frac{\chi^2}{2}\right) \right]$$

Ollitrault '97 Eq. 8

gdzie I_x : funkcja Bessel'a

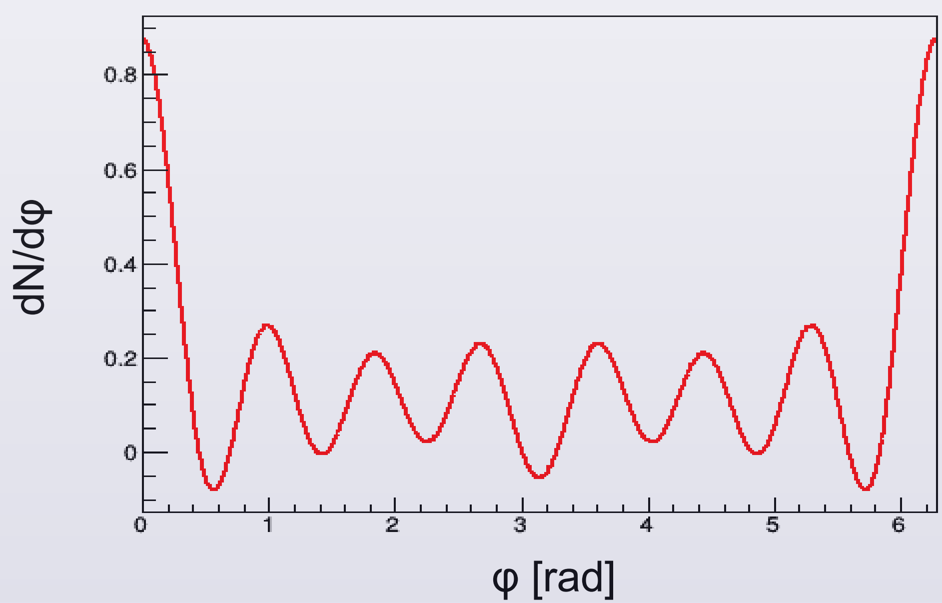
Clou: to się d a j e zrobić !

- Symulacja. Wynik korekcji metodą Ollitrault:



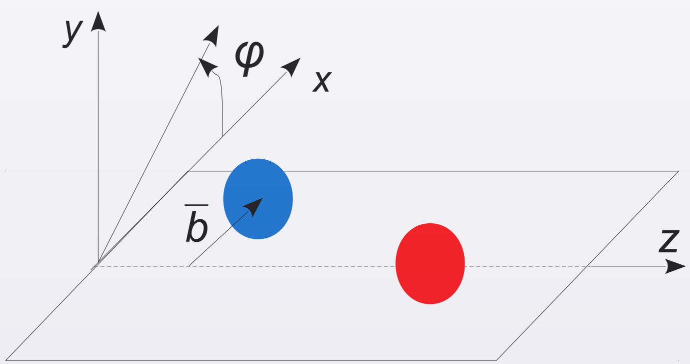
Rozrzut v_n związany z niepewnościami,

ale przeciętny $v_n \approx 0.3$ (trend opadający cofnięty)



Skorygowany rozkład $\frac{dN}{d\varphi}$

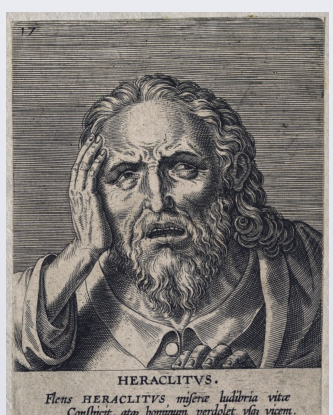
- Rozkłady dN/dφ protonów ze zderzeń Au+Au @ 1.15 – 8*A* GeV dla kolejnych plastrów $y^{(0)\,CM}$. (uśrednione po p_T)
- Orientacja kąta φ

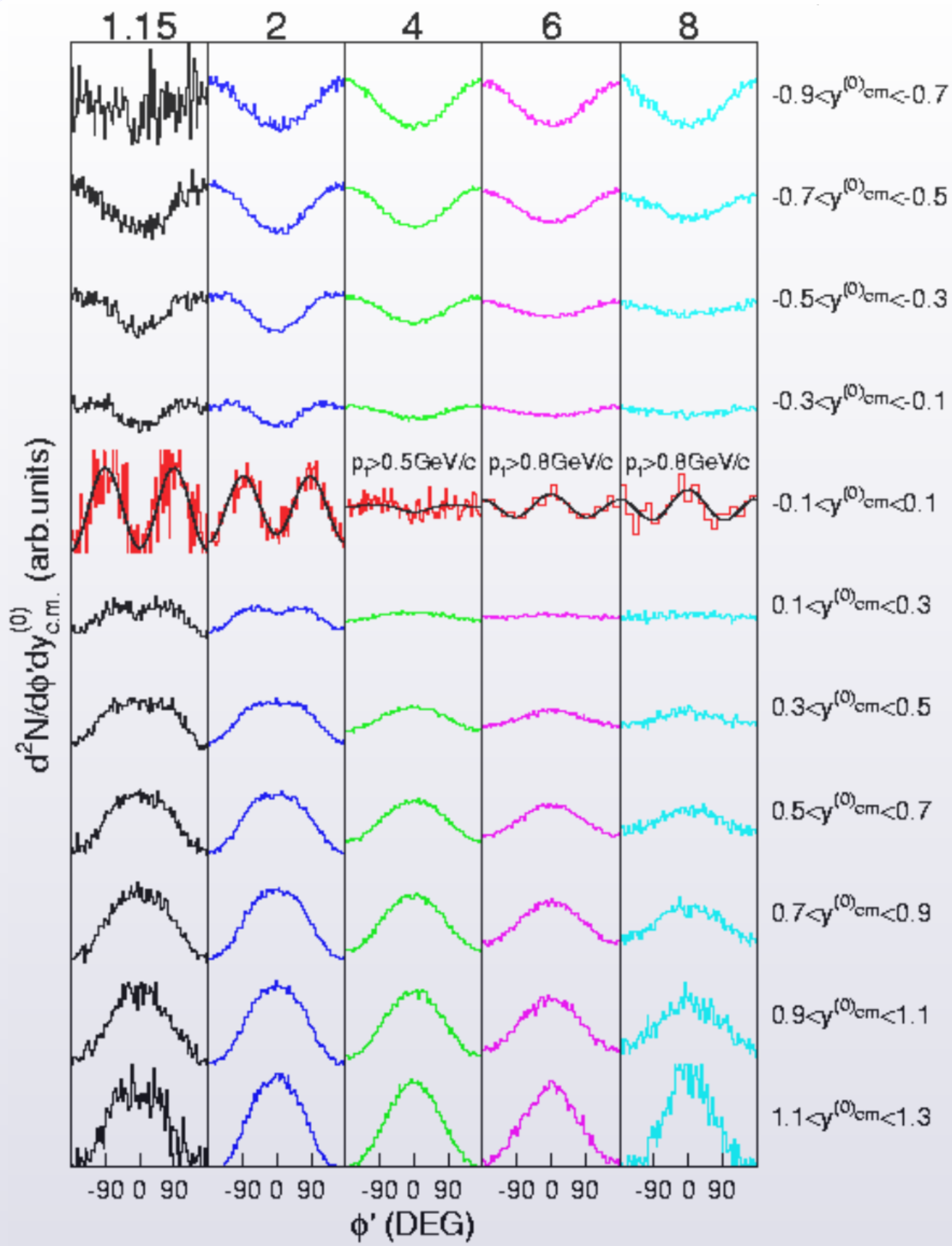


`płaszczyzna reakcji`

„Panta rhei … ”

Heraklit z Efezu





C.Pinkenburg et al., Phys.Rev.Lett 83,1295 (1999)

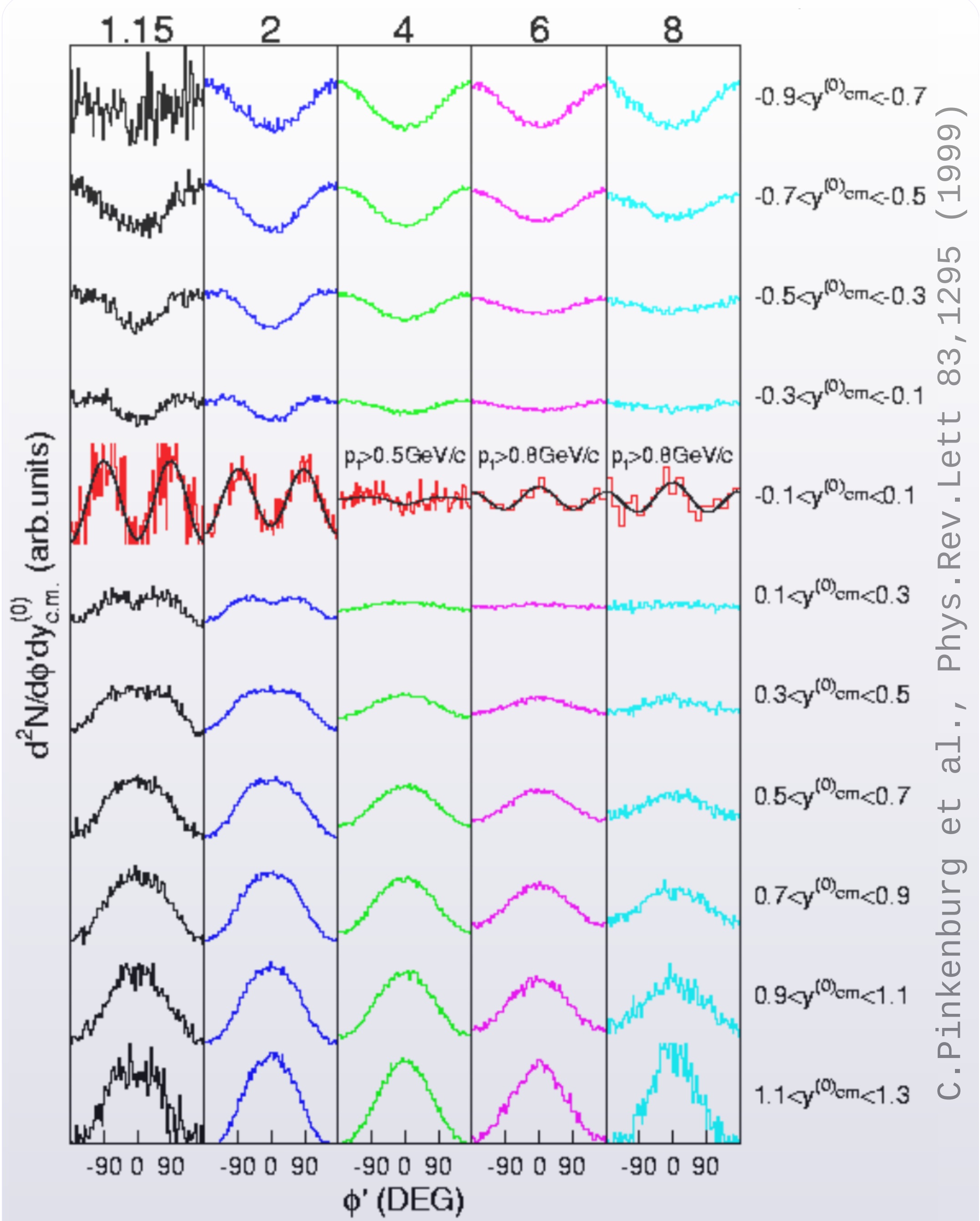
- *Spójrzmy na* $T_b \approx 1 .. 2A$ GeV

$y_z^{(0),CM}$	**Efekt wiodący**	v_1	v_2
< 0	**silna preferencja ku *x*<0**	**< 0**	
≈ 0	**silna preferencja ku OY ↕**		**< 0**
> 0	**silna preferencja ku *x*>0**	**> 0**	

- *Spójrzmy na* $T_b \approx 4 .. 8A$ GeV

$y_z^{(0),CM}$	**Efekt wiodący**	v_1	v_2
< 0	**silna preferencja ku *x*<0**	**< 0**	
≈ 0	**silna preferencja ku OX ↔**		**> 0**
> 0	**silna preferencja ku *x*>0**	**> 0**	

- Silne pływy:
  v_1 (skierowany / directed) i/lub
  v_2 (eliptyczny / elliptic)
- Jest to dodatkowy składnik ruchu kolektywnego (nie-termicznego)



- *Spójrzmy na* $T_b \approx 1 .. 2A$ GeV

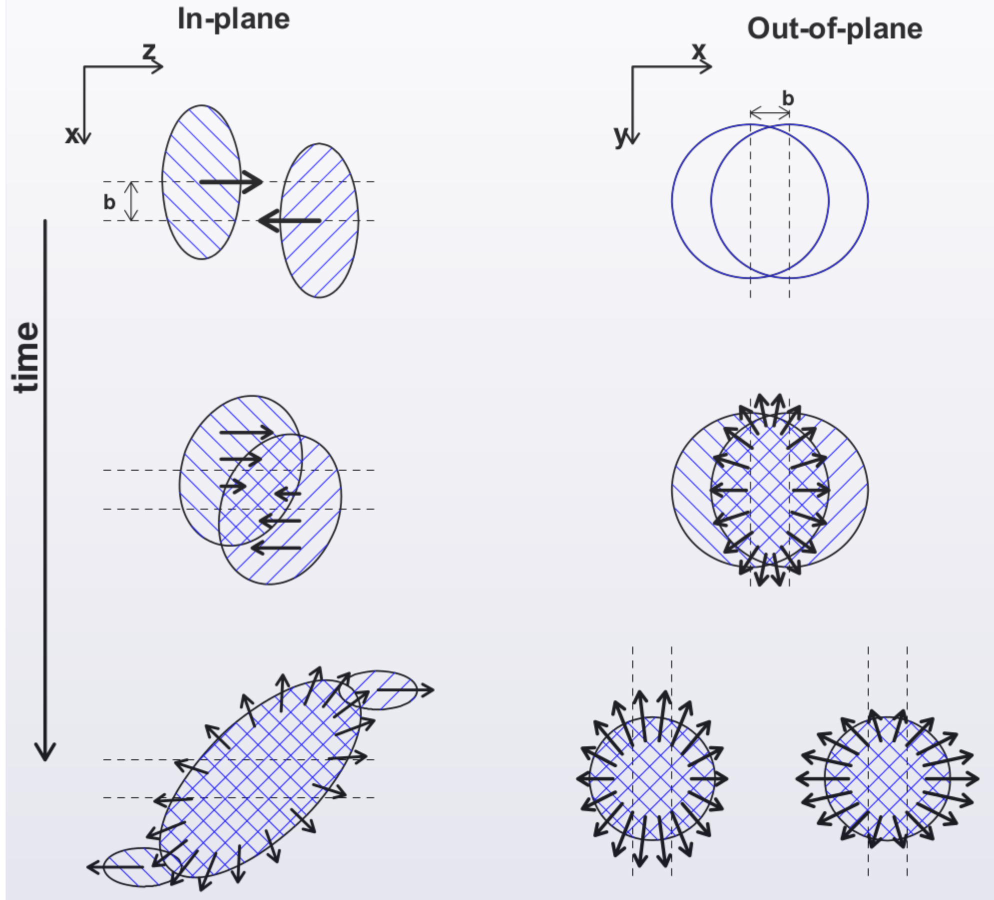
$y_z^{(0),CM}$	Efekt wiodący	v_1	v_2
< 0	silna preferencja ku $x<0$	< 0	
≈ 0	silna preferencja ku OY ↕		< 0
> 0	silna preferencja ku $x>0$	> 0	

- *Spójrzmy na* $T_b \approx 4 .. 8A$ GeV

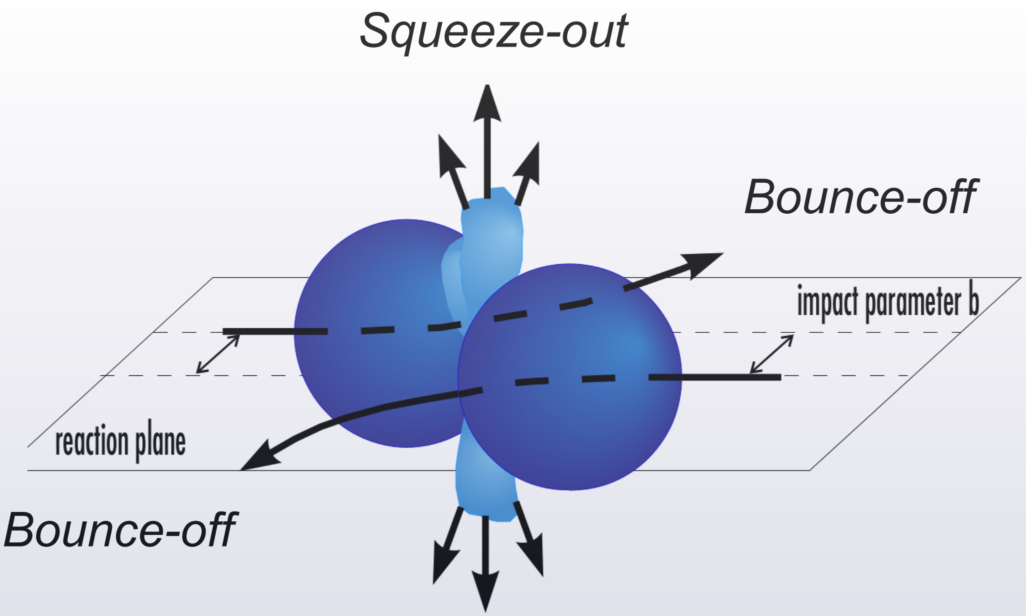
$y_z^{(0),CM}$	Efekt wiodący	v_1	v_2
< 0	silna preferencja ku $x<0$	< 0	
≈ 0	silna preferencja ku OX ↔		> 0
> 0	silna preferencja ku $x>0$	> 0	

- Silne pływy:
  v_1 (skierowany / directed) i/lub
  v_2 (eliptyczny / elliptic)
- Jest to dodatkowy składnik ruchu kolektywnego (nie-termicznego)

- **Interpretacja graficzna przebiegu zderzenia**



Źródło: N.Herrmann, FOPI/CBM



- *bounce-off* (wzdłuż pł. reakcji)
  ⇔ $v_1 > 0$ dla $y_z > 0$
  ⇔ $v_1 < 0$ dla $y_z < 0$
- *Squeeze-out* (na zewnątrz pł. reakcji)
  ⇔ $v_2 < 0$ obserwowany w midrapidity

- W. Reisdorf (2012)

Even under the constraints of symmetric heavy ion systems, the flow fields v_1 and v_2 have complex multidimensional dependences:

$$v_1 = v_1(E/u, A_{sys}, Z_{sys}, b_0, A, Z, y_0, u_{t0}) \tag{11}$$

$$v_2 = v_2(E/u, A_{sys}, Z_{sys}, b_0, A, Z, y_0, u_{t0}) \tag{12}$$

where E/u is the incident beam energy per mass unit, A_{sys}, Z_{sys} are the system mass and charge, A, Z is the ejectile composition. As a consequence a complete systematics encompasses an enormous amount of information. It is out of question to present all this information in one readable paper: the chosen one-dimensional cuts through the flow topology are necessarily restrictive and

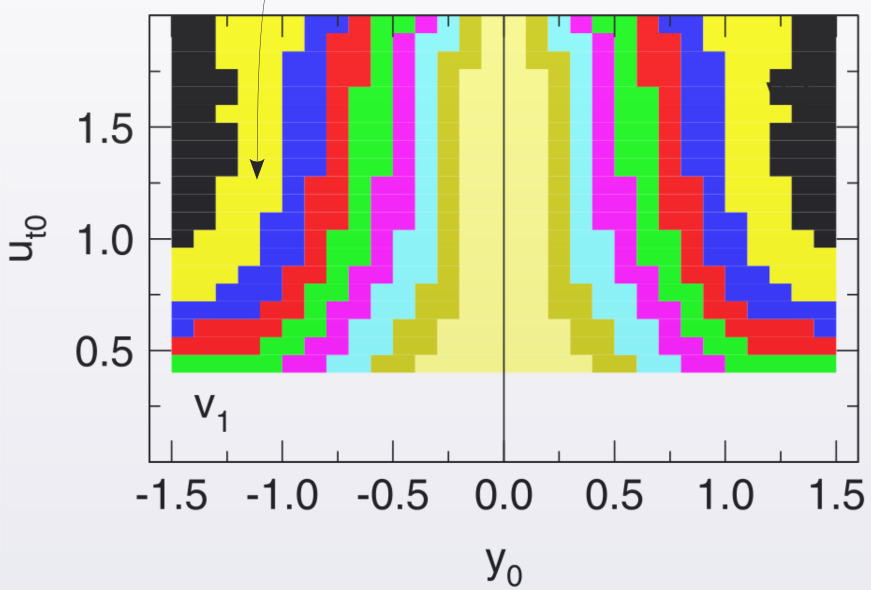
Omówimy jedynie wiodące efekty.

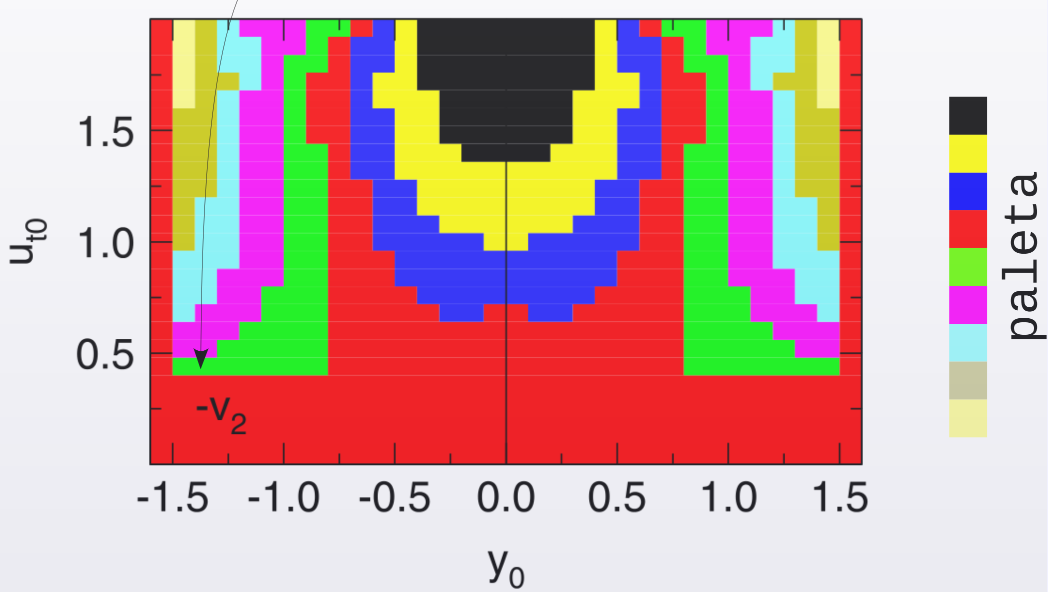
- Mapy pływów: skierowanego v_1 i eliptycznego v_2 w przestrzeni fazowej na przykładzie protonów z semicentralnych zderzeń Au+Au @ 1*A* GeV

$$u_{t0} \equiv \frac{\beta_t \gamma}{(\beta_t \gamma)^{wiązki}} \sim p_t$$

Dla $y_0 < 0$, v_1 odwrócono.

Uwaga na minus...





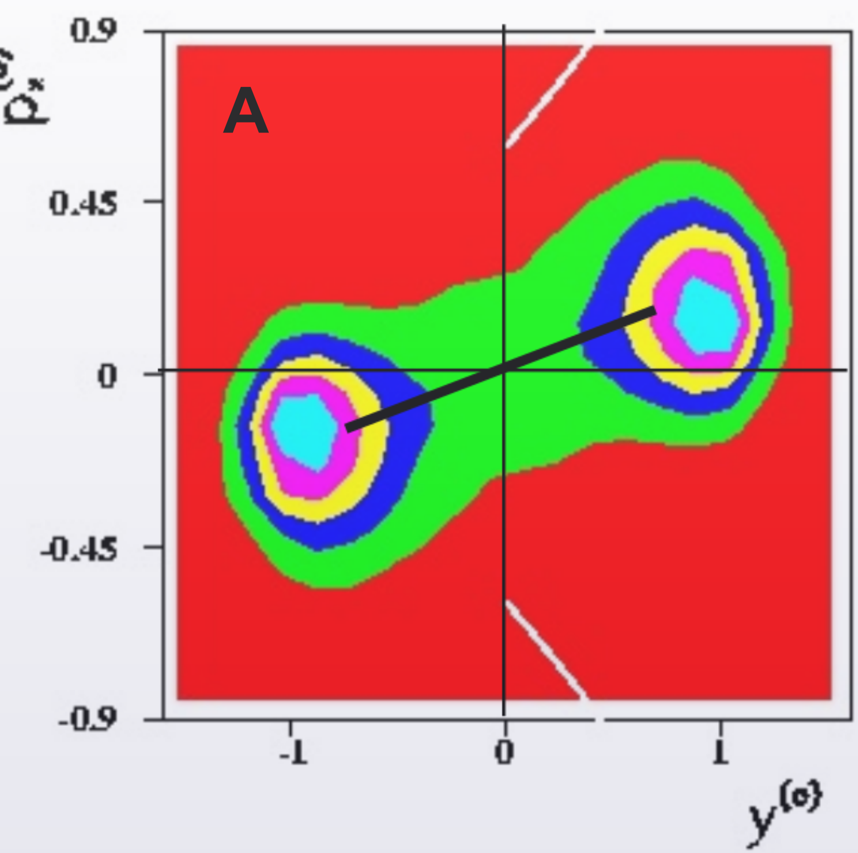
W. Reisdorf et al., Nucl. Phys. A 876, 1 (2012)

- Pływ v_1 (tendencja do emisji w kierunku OX) narasta z pospiesznością → Efekt bounce-off.
  Pływ v_1 narasta też z prędkością (pędem) $\perp$: im szybsze cząstki, tym bardziej na „bok".
  Dla $y_0 = 0$, pływ $v_1 = 0$ (w midrapidity v_1 zmienia znak)

- Pływ v_2 silnie ujemny w midrapidity (tendencja ku OY) → Efekt *squeeze-out*.
  Pływ v_2 : rośnie ujemna wartość z prędkością (pędem) $\perp$: im szybsze, tym squeeze-out silniejszy

- Rozkład dla ^{4}Li z Au+Au @ 400A MeV

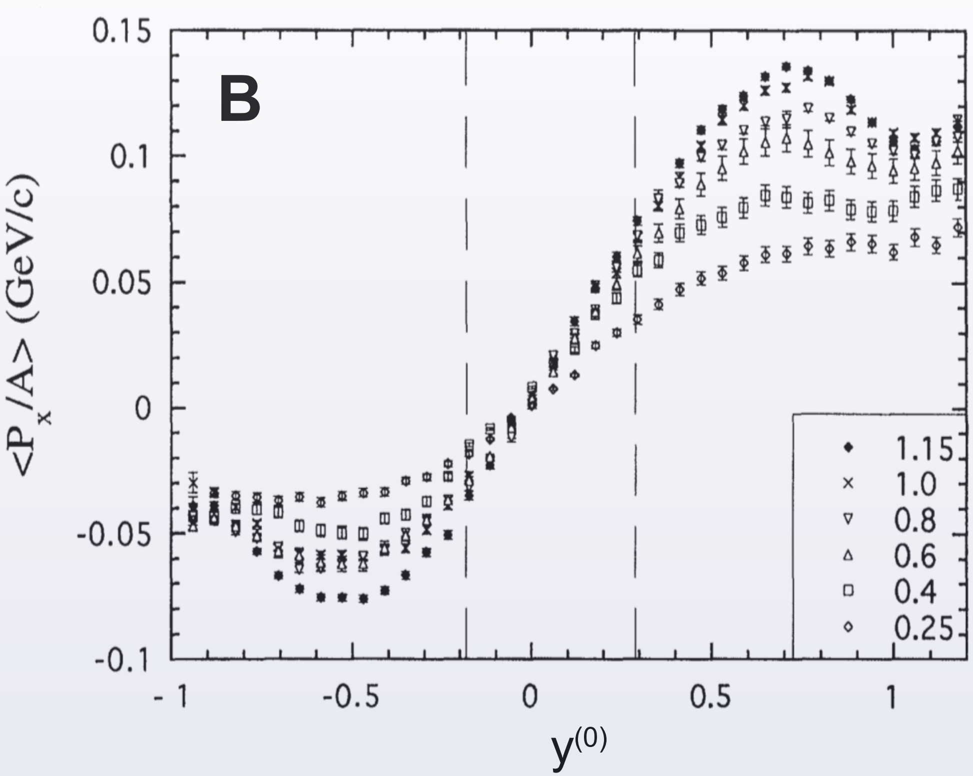
P.Crochet et al., Nucl.Phys.A 624, 755 (1997)



- Zmienne:

$$p_x^{(0)} \equiv \frac{p_x / A}{p_{beam}^{cm}} \qquad y^{(0)} \equiv \frac{y - y^{CM}}{y^{CM}}$$

- **Pływ boczny** p + d + t + ^{3,4}He (łącznie) z Au+Au przy T_{beam} = [0.25 … 1.15] A GeV.



M.Partlan et al., Phys.Rev.Lett 75, 2100 (1995)

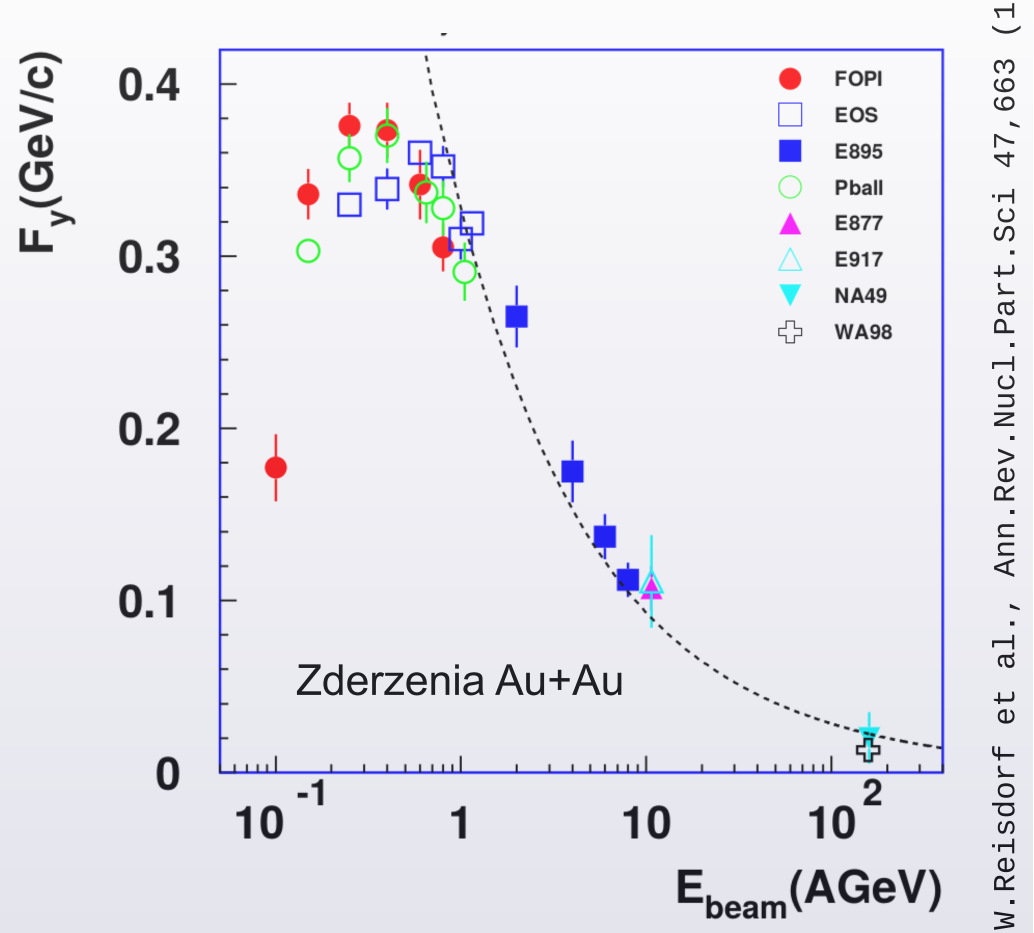
- Wykres B: zmienne b. podobne do tych z A. B jest „projekcją z A”, 2 → 1 dim.

- Ważne wnioski:
  (I) Pływ boczny zmienia się z T wiązki
  (II) Miara nasilenia: 1. pochodna w $y = y_{CM}$

- Zmienna F_y: („y” pochodzi od pochodnej po y)

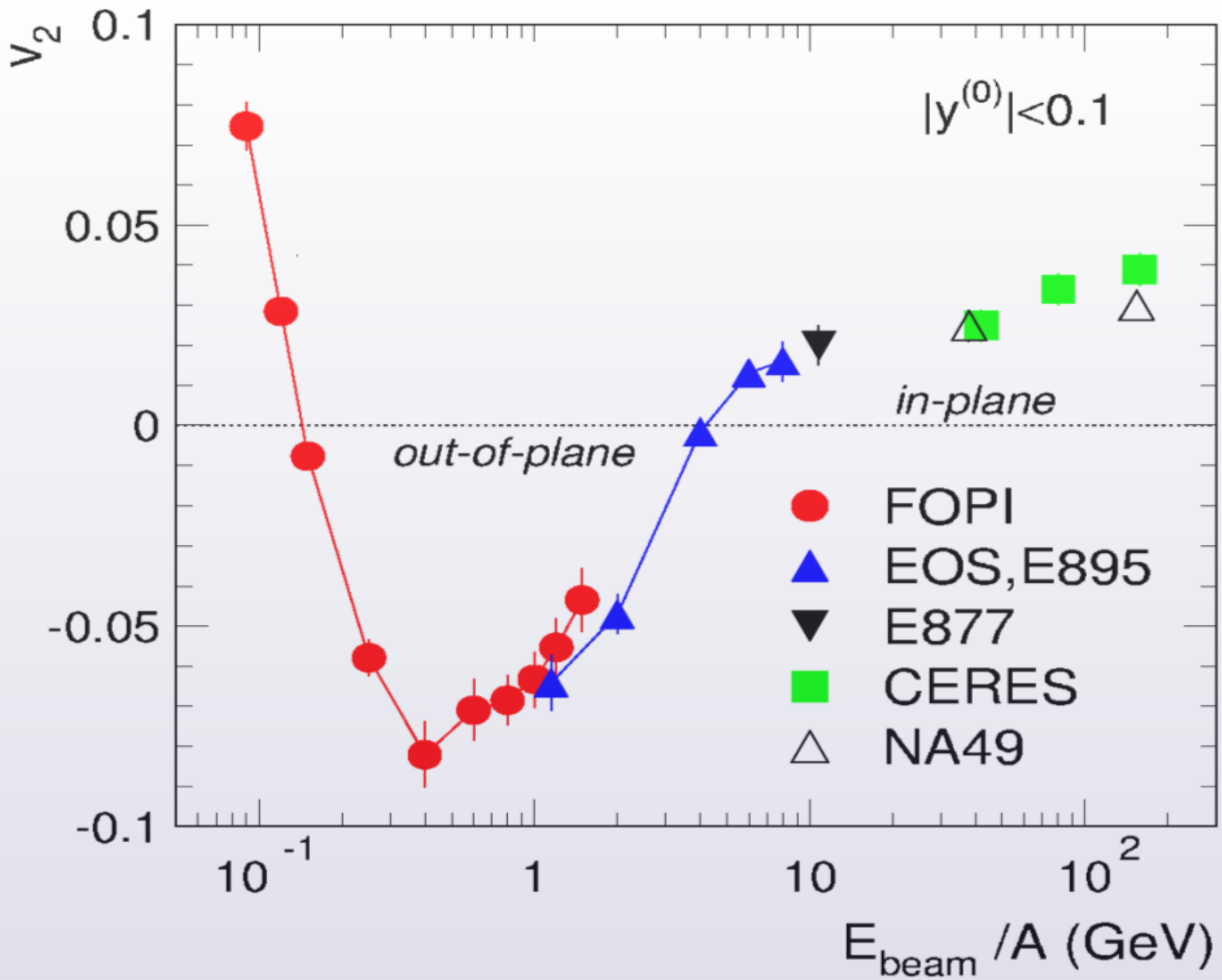
$$F_y \equiv \frac{d\langle p_x / A\rangle}{dy}\Bigg|_{y=y^{CM}}$$

- Funkcja wzbudzenia F_y (zależność od T_{beam}) dla emisji fragmentów z Au+Au



Pływ boczny:

- wyraźny przy T_{beam} ~ kilkaset A MeV,
- przy wyższych T_{beam} – słabnie.



A.Andronic et al., Phys. Lett. B 612, 173 (2005)

Pływ eliptyczny v_2 :

- Dodatni dla $T_{beam} \lesssim 0.1$A A GeV
- Ujemny dla $T_{beam} \in (0.1 .. 5)$ A GeV
- Dodatni dla $T_{beam} \gtrsim 5$ A GeV