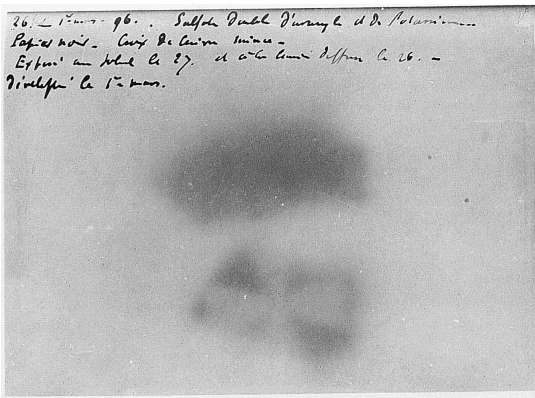
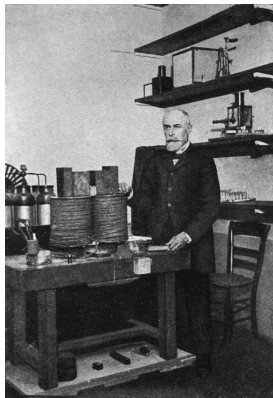


# Plan wykładu

- 1 Wstęp historyczny.
- 2 Widmo cząstek  $\beta$ . Złota reguła Fermiego. Funkcja Fermiego.
- 3 Prawdopodobieństwo rozpadu. Energia rozpadu. Całka Fermiego. Porównawczy czas życia  $\log(ft)$ . Klasyfikacja przejść. Efekt Pandemonium.
- 4 Model pola średniego. Potencjał Woodsa-Saxona. Stany jednocząstkowe.
- 5 Macierze Pauliego. Operatory spinu. Izospin. Jednocząstkowe elementy macierzowe. Operatory dozwolonych przejść beta.
- 6 Emisja cząstek opóźnionych. Przybliżenie WKB. Emisja protonów opóźnionych. Emisja neutronów opóźnionych. Zastosowania w energetyce i astrofizyce. Wzór Kratza-Hermanna. Model efektywnej gęstości. Emisja wielu neutronów opóźnionych.

# Część 1: Wstęp historyczny

# Henri Becquerel



# Henri Becquerel (2)

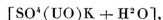
PHYSIQUE. — *Sur les radiations invisibles émises par les corps phosphorescents.*

Note de M. **HENRI BECQUEREL.**

« Dans la dernière séance, j'ai indiqué sommairement les expériences que j'avais été conduit à faire pour mettre en évidence les radiations invisibles émises par certains corps phosphorescents, radiations qui traversent divers corps opaques pour la lumière.

» J'ai pu étendre ces observations, et, bien que je me propose de continuer et de développer l'étude de ces phénomènes, leur actualité me conduit à exposer, dès aujourd'hui, les premiers résultats que j'ai obtenus.

» Les expériences que je rapporterai ont été faites avec les radiations émises par des lamelles cristallines de sulfate double d'uranyle et de potassium



corps dont la phosphorescence est très vive et la durée de persistance lumineuse inférieure à  $\frac{1}{100}$  de seconde. Les caractères des radiations lumineuses émises par cette substance ont été étudiés autrefois par mon père et j'ai eu, depuis, l'occasion de signaler quelques particularités intéressantes que présentent ces radiations lumineuses.

» On peut vérifier très simplement que les radiations émises par cette substance, quand elle est exposée au soleil ou à la lumière diffuse du jour, traversent, non seulement des feuilles de papier noir, mais encore divers métaux, par exemple une plaque d'aluminium et une mince feuille de cuivre. J'ai fait notamment l'expérience suivante :

» Une plaque Lumière, au gélatino-bromure d'argent, a été enfermée dans un châssis opaque en toile noire, fermé d'un côté par une plaque

Comptes Rendus 122(1896)501



# Henri Becquerel (3)

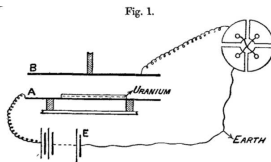
*Mogę potwierdzić, że promienie emitowane przez tę substancję  $[SO_4(UO)K+H_2O]$  wystawionej na działanie promieni słonecznych, przenikają nie tylko przez czarny papier, ale także różnorakie metale, na przykład przez płytkę aluminiową lub cienką płytkę miedzianą.(...)*

*W szczególności chciałem zwrócić uwagę na następujący fakt, który wydaje mi się szczególnie istotny i niespodziewany. Otóż te same kryształy, ustawione w ten sam sposób w stosunku do płyt fotograficznych, w tych samych warunkach i z tymi samymi ekranami, ale trzymane w ciemności, wciąż wytwarzają takie same obrazy na kliszy. Oto co doprowadziło do tej obserwacji: niektóre z eksperymentów zostały przygotowane w środę 26 i czwartek 27 lutego, ale ponieważ Słońce pokazało się jedynie przelotnie w tych dniach, pozostawiłem aparat przygotowany i schowałem go do ciemnego pudełka w szufladzie wraz z solą uranową. Ponieważ Słońce nie pokazało się także w następnych dniach, wywołałem płyty 1 marca, spodziewając się zobaczyć bardzo słabe obrazy. W zamian, zaciemnienie okazało się duże.*

*Natychmiast zrozumiałem, że należy kontynuować eksperyment w ciemności i przygotowałem następujące doświadczenie: Na dnie zaczernionego tekturowego pudła umieściłem płytkę fotograficzną. Na czulej stronie położyłem kryształy soli uranowej (...); następnie obok, na tej samej płycie położyłem inną porcję soli, ale oddzieloną od emulsji bromowej cienkim szkiełkiem (...). To samo zrobiłem z płytką zamkniętą w aluminiowym pudełku, gdzie włożyłem płytkę fotograficzną, a na zewnętrznej części wysypałem sól uranową. Wszystko było zamknięte w pudle, a następnie w szufladzie. Po pięciu godzinach wywołałem płyty i cienie soli uranowej pokazały się, tak jak w poprzednim eksperymencie, jakby były wywołane przez fosforenscencję na skutek działania promieni słonecznych.(...) Efekt od soli położonej na szkło był nieco przytłumiony, ale kształt kryształu był dobrze widoczny. Wreszcie ten od płytki aluminiowej był zauważalnie słabszy, ale tym niemniej doskonale widoczny.*

# Ważne wydarzenia w fizyce końca XIX wieku

- 1896 - H. Becquerel - promienie z rudy uranu ulegają odbiciu od lustra, załamaniu w pryzmacie i można je spolaryzować.
- 1897 - J. J. Thomson - korpuskuły, będące podstawowym budulcem materii emitowane w promieniowaniu katodowym. Około 1900 roku uznano, że są to wcześniej postulowane elektrony (ładunki elektryczności).
- 1898 - M. Curie-Skłodowska - w rudzie uranu znajduje się pierwiastek bardziej radioaktywny niż sam uran; aktywność rudy toru; termin radioaktywność; odkrycie polonu.
- 1899 - E. Rutherford, Phil. Mag. 47(1899)109



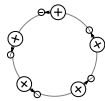
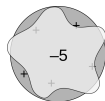
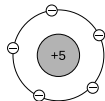
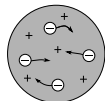
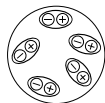
*Becquerel had found evidence of polarization and refraction, but in repeating experiments similar to those tried by him, I have been unable to find any evidence of either. (...)*

*These experiments show that the uranium radiation is complex, and that there are present at least two distinct types of radiation one that is very readily absorbed, which will be termed for convenience the  $\alpha$  radiation, and the other of a more penetrative character, which will be termed the  $\beta$  radiation.*

- 1900 - P. Villard - przenikliwe promienie z próbki radu nie zakrzywane przez magnes (nazwa  $\gamma$  nadana w 1903 przez Rutherforda).
- 1900 - H. Becquerel - stosunek  $e/m$  jest dla promieni  $\beta$  taki sam jak dla promieni katodowych.

# Modele atomu na początku XX wieku

- dynamidy - P. Lenard, Ann. Physik 12(1903)714
- "plum pudding" - J. J. Thomson, Phil. Mag. 7(1904)237
- saturn i satelity - H. Nagaoka, Phil. Mag. 7(1904)445
- elektronowy płyn - Lord Rayleigh, Phil. Mag. 11(1906)117
- archony - J. Stark, "Prinzipien der Atomdynamik" (1910)



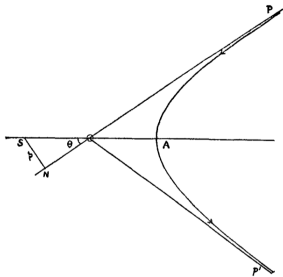
# Odkrycie jądra atomowego

E. Rutherford, Phil. Mag. 21(1911)669

LXXIX. *The Scattering of  $\alpha$  and  $\beta$  Particles by Matter and the Structure of the Atom.* By Professor E. RUTHERFORD, F.R.S., University of Manchester\*.

§ 1. IT is well known that the  $\alpha$  and  $\beta$  particles suffer deflexions from their rectilinear paths by encounters with atoms of matter. This scattering is far more marked for the  $\beta$  than for the  $\alpha$  particle on account of the much smaller momentum and energy of the former particle. There seems to be no doubt that such swiftly moving particles pass through the atoms in their path, and that the deflexions observed are due to the strong electric field traversed within the atomic system. It has generally been supposed that the scattering of a pencil of  $\alpha$  or  $\beta$  rays in passing through a thin plate of matter is the result of a multitude of small scatterings by the atoms of matter traversed. The observations, however, of Geiger and Marsden † on the scattering of  $\alpha$  rays indicate that some of the  $\alpha$  particles must suffer a deflexion of more than a right angle at a single encounter. They found, for example, that a small fraction of the incident  $\alpha$  particles, about 1 in 20,000, were turned through an average angle of  $90^\circ$  in passing through a layer of gold-foil about  $\cdot 00004$  cm. thick, which was equivalent in stopping-power of the  $\alpha$  particle to 1·6 millimetres of air. Geiger ‡ showed later that the most probable angle of deflexion for a pencil of  $\alpha$  particles traversing a gold-foil of this thickness was about  $0^\circ\cdot 87$ . A simple calculation based on the theory of probability shows that the chance of an  $\alpha$  particle being deflected through  $90^\circ$  is vanishingly small. In addition, it will be seen later that the distribution of the  $\alpha$  particles for various angles of large deflexion does not follow the probability law to be expected if such large deflexions are made up of a large number of small deviations. It seems reasonable to suppose that the deflexion through a large angle is due to a single atomic encounter, for the chance of a second encounter of a kind to produce a large deflexion must in most cases be exceedingly small. A simple calculation shows that the atom must be a seat of an intense electric field in order to produce such a large deflexion at a single encounter.

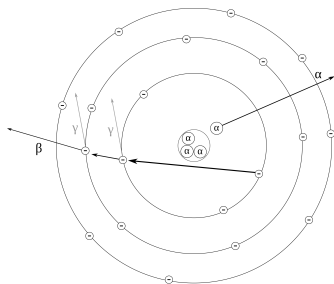
Fig. 1.



In order to form some idea of the forces required to deflect an  $\alpha$  particle through a large angle, consider an atom containing a positive charge  $Ne$  at its centre, and surrounded by a distribution of negative electricity  $Ne$  uniformly distributed within a sphere of radius  $R$ .

It is of interest to note that Nagaoka\* has mathematically considered the properties of a "Saturnian" atom which he supposed to consist of a central attracting mass surrounded by rings of rotating electrons. He showed that such a system was stable if the attractive force was large. From the point of view considered in this paper, the chance of large deflexion would practically be unaltered, whether the atom is considered to be a disk or a sphere. It may be remarked that the approximate value found for the central charge of the atom of gold ( $100e$ ) is about that to be expected if the atom of gold consisted of 49 atoms of helium, each carrying a charge  $2e$ . This may be only a coincidence, but it is certainly suggestive in view of the expulsion of helium atoms carrying two unit charges from radioactive matter.

# Wczesne modele jądra i promieniotwórczości (1)

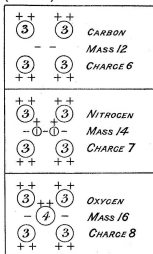
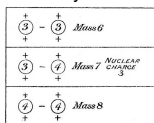


E. Rutherford, Phil. Mag. 24(1912)453

*In a previous paper I have given reasons for believing that the atom consists of a positively charged nucleus of very small dimensions, surrounded by a distribution of electrons in rapid motion, possibly of rings of electrons rotating in one plane. The instability of the atom which leads to its disintegration may be conveniently considered due to two causes, although these are not mutually independent, viz., the instability of the central nucleus and the instability of the electronic distribution. The former type leads to the expulsion of an  $\alpha$  particle, the latter to the appearance of  $\beta$  and  $\gamma$  rays. The instability which leads to the expulsion of a  $\beta$  ray may be mainly confined to one of the rings of concentric electrons, and leads to escape of a  $\beta$  particle from this ring with great velocity.*

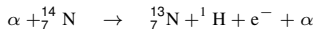
# Wczesne modele jądra i promieniotwórczości (2)

E. Rutherford, Phil. Mag 37(1919)581,  
Proc. Roy. Soc. A97(1920)374

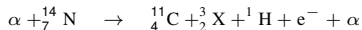
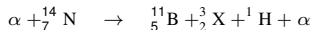


Na podstawie reakcji  $\alpha + {}^{14}\text{N} \rightarrow \text{H} + {}^{17}\text{O}$ .

*The expulsion of an H atom carrying one charge from nitrogen should lower the mass by 1 and the nuclear charge by 1. The residual nucleus should thus have a nuclear charge of 6 and mass 13, and should be an isotope of carbon. If a negative electron is released at the same time, the residual atom becomes an isotope of nitrogen.*



*The expulsion of mass 3 carrying two charges from nitrogen, probably quite independent of the release of the H atom, lowers the nuclear charge by 2 and the mass by 3. The residual atom should be thus an isotope of boron of nuclear charge 5 and mass 11. If an electron escapes as well, there remains an isotope of carbon of mass 11.*



*The data at present available are quite insufficient to distinguish between these alternatives.*



## F. Soddy, Wykład noblowski (1921)

*Thus uranium in the last place with an intra-atomic charge of about 90, must have between 2 and 3 units of mass per unit of charge. So that, if its nucleus be imagined to be composed of 60  $\alpha$ -particles with charge 120, there must be present is also 30 electrons to give the nuclear charge 90. This suggestion of Van den Broek was adopted by Bohr in his theoretical researches on the structure of the atom. Bohr's views required that the electronic system is stable, so that to remove an electron involves the expenditure of energy. Hence it followed that the  $\beta$ -particles expelled in radioactive change must come from the nucleus and not from the external electronic system. (...)*

*Thus the chemically identical elements - or isotopes, as I called them for the first time in this letter to Nature<sup>1</sup>, because they occupy the same place in the Periodic Table - are elements with the same algebraic or nett nuclear charge, but with different numbers of + and - charges in the nucleus. On the view that the concentrated positive charge is the massive particle in the atomic structure, since positive electricity has never been observed free possessing less than the mass of an atom, the atomic weight of the isotope is a function of the total number of positive charges in the nucleus and the chemical character a function of the nett number.*

<sup>1</sup>F. Soddy, Nature 91(1913)57



# Nazewnictwo (1)

Pierwiastek	Z	Nazwa historyczna	Symbol	A
Tal	81	Aktyn C''	AcC''	207
		Tor C''	ThC''	208
		Rad C''	RaC''	209
Ołów	82	Rad D	RaD	210
		Aktyn B	AcB	211
		Tor B	ThB	212
		Rad B	RaB	214
Bizmut	83	Rad E	RaE	210
		Aktyn C	AcC	211
		Tor C	ThC	212
		Rad C	RaC	214
Polon	84	Polon	Po	210
		Aktyn C'	AcC'	211
		Tor C'	ThC'	212
		Rad C'	RaC'	214
		Aktyn A	AcA	215
		Tor A	ThA	216
		Rad A	RaA	218
Radon	86	Aktyon	AcEm	219
		Toron	ThEm	220
		Radon	RaEm	222

# Nazewnictwo (2)

Pierwiastek	Z	Nazwa historyczna	Symbol	A
Rad	88	Aktyn X	AcX	223
		Tor X	ThX	224
		Rad	Ra	226
		Mezotor I	MsTh I	228
Aktyn	89	Aktyn	AcC	227
		Mezotor II	MsTh II	228
Tor	90	Radioaktyn	RaAc	227
		Radiotor	RdTh	228
		Ion	Io	230
		Tor	Th	232
		Uran X1	U X1	234
Proaktyn	91	Proaktyn	Pa	231
		Uran X2	U X2	234
Uran	92	Uran II	U II	234
		Uran III	U III	235
		Uran I	U I	238

# Lata 20 - postępy mechaniki kwantowej

- L. de Broglie, Compt. Ren. 177(1923)507, "Fale i kwanty" - fale de Broglie'a
- W. Pauli, Z. Phys. 31(1925)765, "O powiązaniach pomiędzy uzupełnianiem się grup elektronów w atomach ze strukturą widmową" - zakaz Pauliego.
- W. Heisenberg, Z. Phys. 33(1925)879, "O kwantowomechanicznym przeformuowaniu związków kinematycznych i mechanicznych" - podejście macierzowe.
- M. Born, P. Jordan, Z. Phys. 34(1925)858,
- M. Born, W. Heisenberg, Jordan, Z. Phys. 35(1926)557, "O mechanice kwantowej. II".
- P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. A110(1926)561, "Mechanika kwantowa i wstępna analiza atomu wodoru".
- E. Schrödinger, Ann. Phys., 79(1926)361, "Kwantyzacja jako problem wartości własnych (część I)" - równanie Schrödingera.
- M. Born, Z. Phys. 37(1926)863, 38(1926)803 "Mechanika kwantowa zderzeń" - probabilistyczna interpretacja f-cji falowej.
- W. Heisenberg, Z. Phys. 43(1927)172, "O obrazowym podejściu do kwantowej teorii kinematyki i mechaniki" - zasada nieoznaczoności.
- P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. A126(1929)360, "Teoria elektronów i protonów" - równanie Diraca.

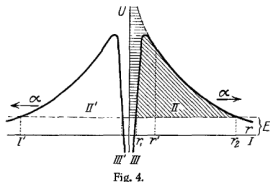
# Rozpad $\alpha$ (1)

## Zur Quantentheorie des Atomkernes.

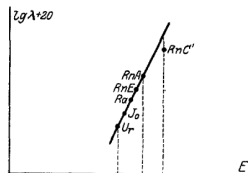
Von G. Gamow, z. Zt. in Göttingen.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 2. August 1928.)

Es wird der Versuch gemacht, die Prozesse der  $\alpha$ -Ausstrahlung auf Grund der Wellenmechanik näher zu untersuchen und den experimentell festgestellten Zusammenhang zwischen Zerfallskonstante und Energie der  $\alpha$ -Partikel theoretisch zu erhalten.



$$\lambda = D \cdot e^{-\frac{2\pi}{h} \sqrt{2m} \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{U-E} dr}$$



Von G. Gamow, Z. Phys. 51(1928)204

## THE PHYSICAL REVIEW

### QUANTUM MECHANICS AND RADIOACTIVE DISINTEGRATION<sup>1</sup>

BY R. W. GURNEY AND E. U. CONDON

#### ABSTRACT

Application of quantum mechanics to a simple model of the nucleus gives the phenomenon of radioactive disintegration. The statistical nature of the quantum mechanics gives directly disintegration as a chance phenomenon without any special hypothesis. §1 contains a presentation of those features of quantum mechanics which are here used and gives a simple calculation of the disintegration constant. §2 discusses the qualitative application of the model to the nucleus. §3 presents quantitative calculations amounting to a theoretical interpretation of the Geiger-Nuttall relation between the rate of disintegration and the energy of the emitted  $\alpha$ -particle. In getting this relation one arrives at the rather remarkable conclusion that the law of force between emitted  $\alpha$ -particle and the rest of the nucleus is substantially the same in all the atoms even where the decay rates stand in the ratio  $10^{10}$ . §4 calls attention to the natural way in which the paradoxical results of Rutherford and Chadwick on the scattering of fast  $\alpha$ -particles by uranium receive explanation with the model here used. §5 discusses certain limitations inherent in the methods employed.

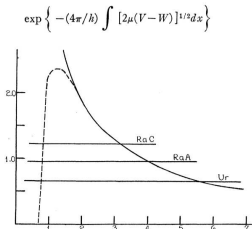


Fig. 6. The unit of ordinates is  $10^{-6}$  ergs, and the unit of abscissas  $10^{-12}$  cm.

**Beta-ray disintegration.**—It has been customary to assign the central core of the nucleus as the habitat of the nuclear electrons, with a potential energy curve of the type shown in Fig. 8. The outer slope  $AB$  again represents the Coulomb inverse-square field, as in Fig. 5. But since the charge of the electron is  $-e$  instead of  $+2e$  the potential energy is reversed in sign, and of half the magnitude of that in Fig. 5. There is nothing new in this assumed curve, although it looks somewhat artificial; this type of curve for the nuclear electron was obtained for example by Enskog in the paper referred to above.<sup>8</sup>

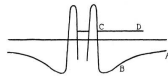


Fig. 8.

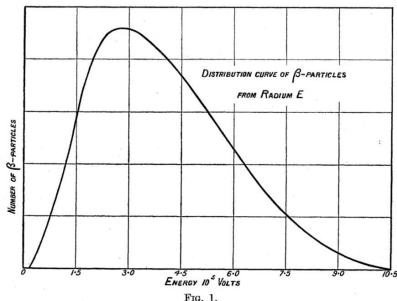
What is new is the suggestion that an electron in the internal region again has a certain chance of penetrating the barrier, and of escaping at any time along  $CD$  with kinetic energy given by the height of  $CD$  above the axis.

If we have alpha and beta-particles both with this chance of escaping from the nucleus, it might be thought that every radioactive element should be found to disintegrate part with expulsion of alpha-particles and part with beta-particles. But we would repeat that the chance of escape is extremely sensitive to the height to which the potential energy curve rises above the energy-level in question; and that if the size of this potential barrier be increased by a small factor the probability of escape may be decreased more than a million-fold. There seems then no reason why there should not be the three types of disintegration: that in which the probability of escape is much greater for an alpha-particle than for an electron; that in which it is much greater for an electron than for an alpha-particle; and that in which the probabilities of escape are comparable. The last gives the branching type of disintegration as shown by Ra C, of which 99.97 percent emits beta-particles, and 0.03 percent alpha-particles. By taking this view of the disintegration process, we have raised the question: Does any radioactive element have a unique mode of disintegration, or does it merely appear unique in most cases because the secondary mode is a million times less frequent and escapes detection? The present discussion certainly favours the latter alternative. It need not surprise us then that so few cases of branching disintegration have so far been discovered, since it is unlikely (so far as we know) that the areas of the potential barriers will in many nuclei happen to have just that relative size which will give for alpha and beta-particles comparable probabilities of escape.

# Widmo czątek $\beta$

Zagadka rozpadu  $\beta$ :

- Spektrometr  $\beta$  - Jan Kazimierz Danysz i Ludwik Wertenstein (1913)
- J. Chadwick, Vh. DPG 16(1914)383, ciągłe widmo radu B i radu C'
- C. D. Ellis i W. A. Wooster, Proc. Roy. Soc. A117(1927)109



- Zasada zachowania energii? Energia zachowania statystycznie (N. Bohr)?
- Na czym polega rozpad  $\beta$ ? Skąd się biorą elektrony?
- Jak elektron może być utrzymany w jądrze?
- Spin  $^{14}\text{N}$  i  $^6\text{Li}$  nie zgadzał się z modelem protonowo- elektronowym jądra

# Przykładowe zadanie

## Elektron w jądrze

Na podstawie stanu mechaniki kwantowej z 1929 roku oceń czy coś w pomysłach Guerneya i Condon na temat rozpadu  $\beta$  mogło budzić wątpliwości?

## Energia zachowana statystycznie

Na podstawie widma cząstek  $\beta$  zarejestrowanego przez Ellisa i Woodsa pokaż, że postulat statystycznego zachowania energii nie jest spełniony.

# Postulat istnienia neutronu

E. Rutherford, Proc. Roy. Soc. A97(1920)374

*Under some conditions, however, it may be possible for an electron to combine much more closely with the H nucleus, forming a kind of neutral doublet. Such an atom would have very novel properties. Its external field would be practically zero, except very close to the nucleus, and in consequence it should be able to move freely through the matter. Its presence would probably be difficult to detect by the spectroscope, and it may be impossible to contain it in a sealed vessel. On the other hand, it should enter readily the structure of atoms, and may either unite with the nucleus or be disintegrated by its intense field, resulting probably in the escape of a charged H atom or an electron or both.*

R. M. Langer and N. Rosen, Phys. Rev. 37(1931)1579

*The present article is devoted to a discussion of a combination of an electron and a proton of low energy and very small size which we shall speak of as the "neutron". Such a particle, if it exists, must have a mass but slightly smaller than that of a hydrogen, a diameter of  $10^{-12}$  to  $10^{-15}$  cm, and energy of the order of magnitude of  $m_0 c^2$  ( $15m_0 c^2$  is an upper limit;  $m_0 =$  electron mass) less than that of hydrogen in order to account for observed phenomena. It seems proper to begin by pointing out reasons for the assumption of the existence of a neutron and to show how it might help to explain certain phenomena*



# Odkrycie neutronu

- I. Curie and F. Joliot, 18 stycznia 1932, Comptes Rendus 194(1932)273 "Emisja protonów o dużej energii z substancji bogatych w wodór pod wpływem promieni  $\gamma$ "
- J. Chadwick, 27 lutego 1932, Nature 129(1932)312, "Prawdopodobne istnienie neutronu"
- I. Curie and F. Joliot, 11 kwietnia 1932, Comptes Rendus 194(1932)1229, "O naturze silnie penetrującego promieniowania wywołanego przez cząstki  $\alpha$  padające na lekkie jądra"
- J. Chadwick, 1 czerwca 1932, Proc. Roy. Soc. 136(1932)692, "O istnieniu neutronu"

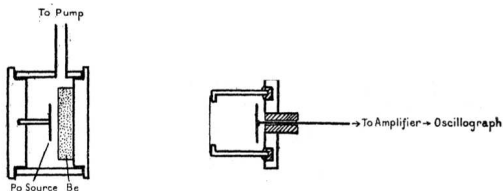
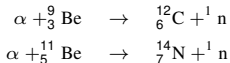
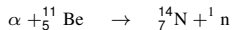
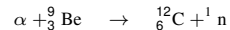
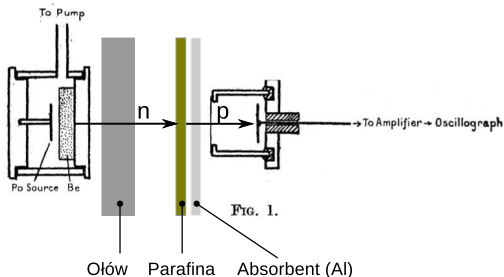


FIG. 1.



# Odkrycie neutronu

- I. Curie and F. Joliot, 18 stycznia 1932, Comptes Rendus 194(1932)273 "Emisja protonów o dużej energii z substancji bogatych w wodór pod wpływem promieni  $\gamma$ "
- J. Chadwick, 27 lutego 1932, Nature 129(1932)312, "Prawdopodobne istnienie neutronu"
- I. Curie and F. Joliot, 11 kwietnia 1932, Comptes Rendus 194(1932)1229, "O naturze silnie penetrującego promieniowania wywołanego przez cząstki  $\alpha$  padające na lekkie jądra"
- J. Chadwick, 1 czerwca 1932, Proc. Roy. Soc. 136(1932)692, "O istnieniu neutronu"



# Neutrino (1)

Offener Brief an die Gruppe der Radioaktiven bei der  
Gesellschafts-Tagung zu Tübingen.

Abschrift

Physikalisches Institut  
der Eidg. Technischen Hochschule  
Zürich

Zürich, 4. Dez. 1930  
Gloriastrasse

Liebe Radioaktive Damen und Herren,

Wie der Ueberbringer dieser Zeilen, den ich baldvollar  
anzuhören bitte, Ihnen des näheren auseinandersetzen will, bin ich  
angesichts der "falschen" Statistik der  $N$ - und  $Li-6$  Kerne, sowie  
des kontinuierlichen beta-Spektrums auf einen verweifelten Ausweg  
verfallen um den "Wechselsatz" (1) der Statistik und den Energieatz  
zu retten. Nämlich die Möglichkeit, es könnten elektrisch neutrale  
Teilchen, die ich Neutronen nennen will, in den Kernen existieren,  
welche den Spin  $1/2$  haben und das Ausschliessungsprinzip befolgen und  
sich von Lichtquanten ausserdem noch dadurch unterscheiden, dass sie  
nicht mit Lichtgeschwindigkeit laufen. Die Masse der Neutronen  
musste von derselben Grössenordnung wie die Elektronenmasse sein und  
jedemfalls nicht grösser als  $0,01$  Protonenmasse. Das kontinuierliche  
beta-Spektrum wäre dann verständlich unter der Annahme, dass beim  
beta-Zerfall mit dem Elektron jeweils noch ein Neutron emittiert  
wird, dazwischen, dass die Summe der Energien von Neutron und Elektron  
konstant ist.

Nun handelt es sich weiter darum, welche Kräfte auf die  
Neutronen wirken. Das wahrscheinlichste Modell für das Neutron scheint  
mir aus wellenmechanischen Gründen (näheres weiss der Ueberbringer  
dieser Zeilen) dieses zu sein, dass das ruhende Neutron ein  
magnetischer Dipol von einem gewissen Moment  $M$  ist. Die Experimente  
verlangten wohl, dass die ionisierende Wirkung eines solchen Neutrons  
nicht grösser sein kann, als die eines gamma-Strahls und darf dem  
 $M$  wohl nicht grösser sein als  $e \cdot (10^{-13} \text{ cm})$ .

Ich traue mich vorläufig aber nicht, etwas über diese Idee  
zu publizieren und wende mich erst vertrauensvoll an Euch, liebe  
Radioaktive, mit der Frage, wie es um den experimentellen Nachweis  
eines solchen Neutrons stände, wenn dieses ein ebensolches oder  
etwas grösseres Durchdringungsvermögen besitzen würde, wie ein  
gamma-Strahl.

Ich gebe zu, dass mein Ausweg vielleicht von vornherein  
wenig wahrscheinlich erscheinen wird, weil man die Neutronen, wenn  
sie existieren, wohl schon längst gesehen hätte. Aber nur wer wagt,  
gewinnt und der Ernst der Situation beim kontinuierlichen beta-Spektrum  
wird durch einen Ausbruch seines verehrten Vorgesetzten im Jahre  
Herrn Debye, beleuchtet, der mir kürzlich in Brüssel gesagt hat:  
"O, daran soll man am besten gar nicht denken, sowie an die neuen  
Steuern." Darum soll man jeden Weg zur Rettung ernstlich diskutieren.-  
Also, liebe Radioaktive, prüfet, und richtet.- Leider kann ich nicht  
persönlich in Tübingen erscheinen, da ich infolge eines in der Nacht  
vom 6. zum 7. Dez. in Zürich stattfindenden Balles hier unabkömmlich  
bin.- Mit vielen Grüssen an Euch, sowie an Herrn Reak, Euer  
untertänigster Diener

ges. W. Pauli

# Neutrino (2)

W. Pauli, list otwarty do grupy fizyków jądrowych na spotkaniu Gauverein w Tybindze, Zurych, 4 grudnia 1930

*Drodzy radioaktywni Panie i Panowie,*

*Posłaniec przekazujący te słowa, którego łaskawie proszę o wysłuchanie, wyjaśni sprawę w szczegółach. Albowiem wpadłem na desperacki sposób uratowania "teorii wymiany" statystyki [prawo zachowania spinu] i prawa zachowania energii, pomimo "złej" statystyki jąder N-[14] i Li-6 i ciągłego widma cząstek beta. Mianowicie, istnieje możliwość, że w jądrach znajduje się elektrycznie obojętna cząstka, którą nazwę neutronem, która posiada spin 1/2, która zachowuje się zgodnie z regułą wykluczania [zakazem Pauliego] i która także tym różni się od kwantów światła, że nie porusza się z prędkością światła. Masa neutronów powinna być podobnego rzędu co masa elektronów, a w każdym razie nie większa niż 0.01 masy protonu. Ciągłe widmo neutronów będzie miało sens, jeżeli założymy, że w rozpadzie beta, oprócz elektronu, jest emitowany także neutron i stała jest suma energii elektronu i neutronu.*

*Jest też kwestia sił, które działają na neutrony. Według mnie, najbardziej prawdopodobny model neutronu wydaje się taki, gdzie z powodów kwantowo-mechanicznych (posłaniec wie więcej), neutron w spoczynku jest magnetycznym dipolem o momencie  $\mu$ . Eksperymenty sugerują, że jonizacja wskutek neutronu nie może być większa niż od promieni gamma, a zatem  $\mu$  nie może być większe niż  $e \cdot 10^{-13}$  cm.*

*Jak dotąd nie odważyłem się opublikować nic na temat tego pomysłu i z ufnością zwracam się do was, drodzy radioaktywni ludzie, z pytaniem jakie sa możliwości eksperymentalnego potwierdzenia istnienia takiego neutronu, o ile miałby on takie same lub 10 razy większe zdolności do przenikania przez [materiał] niż promieniowanie gamma.*

*Przyznaje się, że moje rozwiązanie wydaje się niemal niemożliwe, ponieważ ktoś prawdopodobnie zauważyłby te neutrony, jeżeli istnieją, dawno temu. Ale bez ryzyka nie ma zysku, a powaga problemu ciągłego widma beta, jest podkreślona przez uwagę mojego wspaniałego profesora, Pana Debye'a, który ostatnio powiedział do mnie w Brukseli: "Lepiej o tym nie myśleć wcale, jak o nowych podatkach". A zatem powinniśmy poważnie porozmawiać nad tą metodą ratunku. Drodzy radioaktywni ludzie, piszcie i oceniacie. Niestety nie jestem w stanie osobiście pojawić się w Tybindze, gdyż, ze względu na bal w nocy z 6 na 7 grudnia, moja obecność w Zurychu jest konieczna. Z wyrazami szacunku dla Was i także dla Pana Back, wasz skromny*

*W. Pauli*

Nazwa *neutrino* została nadana, początkowo nieformalnie, przez Fermiego (po włosku neutron to neutrone = duży neutralny obiekt, neutrino = mały neutralny obiekt).

Enrico Fermi



- Artykuł Fermiego o rozpadzie  $\beta$  z wykorzystaniem neutrina, został odrzucony przez Nature ("it contained speculations too remote from reality to be of interest to the reader")
- Krótka notka La Ricerca Scientifica 2 (1933) 12 (?) "Tentativo di una teoria dei raggi  $\beta$ "
- Il Nuovo Cimento, Nuova Serie N. 1 (1934)1, "An attempt to a  $\beta$  rays theory"
- Z. Phys 88(1934)161 "Versuch einer Theorie der  $\beta$ -Strahlen. I."

# Podsumowanie

- 1 Wstęp i zasady zaliczenia
- 2 Odkrycie promieniotwórczości
- 3 Odkrycie promieni  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$
- 4 Odkrycie jądra atomowego
- 5 Powstanie mechaniki kwantowej
- 6 Opis promieniotwórczości  $\alpha$
- 7 Zagadka widma  $\beta$
- 8 Neutron i neutrino

## Część 2: Widmo cząstek $\beta$

# Widmo cząstek $\beta$

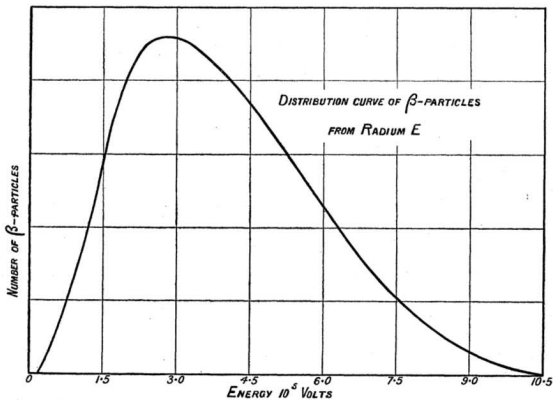


FIG. 1.

C. D. Ellis i W. A. Wooster, Proc. Roy. Soc. A117(1927)109



## Prawdopodobieństwo przejścia $k \leftarrow m$ na jednostkę czasu

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle k | H' | m \rangle|^2 \rho_f(E)$$

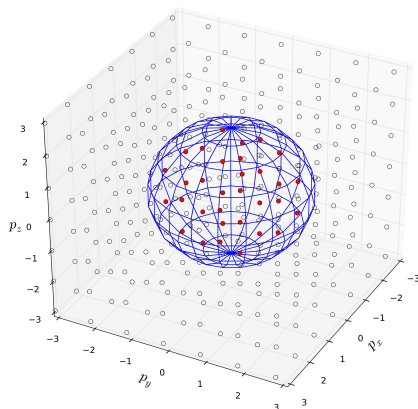
P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. A114(1927)243 "The Quantum Theory of the Emission and Absorption of Radiation"

The probability per unit time of a transition to a state for which each  $\gamma_k$  lies between  $\gamma_k'$  and  $\gamma_k' + d\gamma_k'$  is thus (apart from the normalising factor)

$$2\pi |a^0|^2 / \hbar \cdot |v(W^0, \gamma'; W^0, \gamma^0)|^2 J(W^0, \gamma') d\gamma_1' \cdot d\gamma_2' \dots d\gamma_{u-1}', \quad (24)$$

which is proportional to the square of the matrix element associated with that transition of the perturbing energy.

# Liczba stanów w przestrzeni fazowej



Poprawnie znormalizowana funkcja falowa swobodnej cząstki jednowymiarowej

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \exp\left(\frac{ipx}{\hbar}\right),$$

z okresowym warunkiem brzegowym na odcinku  $a$

$$\psi(a) = \psi(0)$$

# Widmo cząstek $\beta$ (1)

## Widmo całkowitej energii elektronów

$$I(f \leftarrow i; E) = \frac{|J_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^6} E(E_0 - E) \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_{\bar{\nu}}^2 c^4}$$

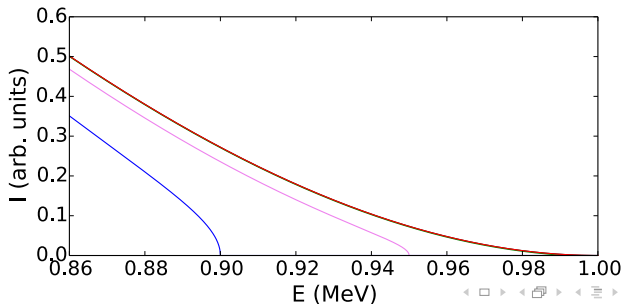
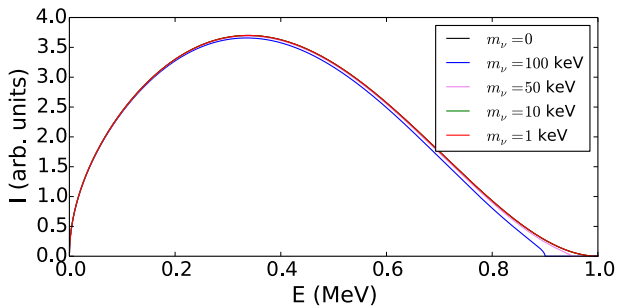
## Widmo energii kinetycznej elektronów ( $\tau = T/m_e c^2$ )

$$I(f \leftarrow i; \tau) = \frac{|J_{fi}|^2 m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} (1 + \tau)(\tau_0 - \tau + m_{\bar{\nu}}/m_e) \sqrt{(1 + \tau)^2 - 1} \sqrt{(\tau_0 - \tau + m_{\bar{\nu}}/m_e)^2 - m_{\bar{\nu}}^2/m_e^2}$$

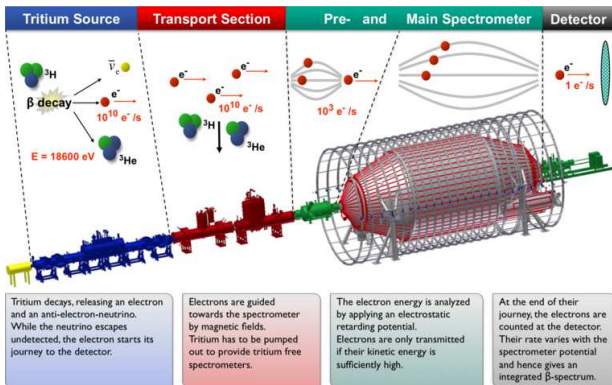
## Widmo energii kinetycznej elektronów dla $m_{\bar{\nu}} = 0$

$$I(f \leftarrow i; \tau) = \frac{|J_{fi}|^2 m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} (1 + \tau)(\tau_0 - \tau)^2 \sqrt{(1 + \tau)^2 - 1}$$

# Widmo cząstek $\beta$ (2)



# Eksperyment KATRIN (1)



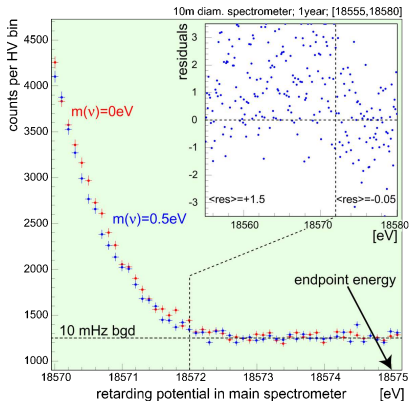
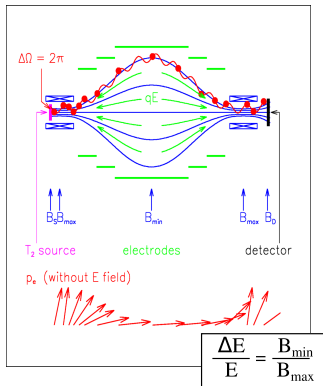
KARlsruhe TRItium Neutrino (KATRIN) (w budowie)

# Eksperyment KATRIN (2)



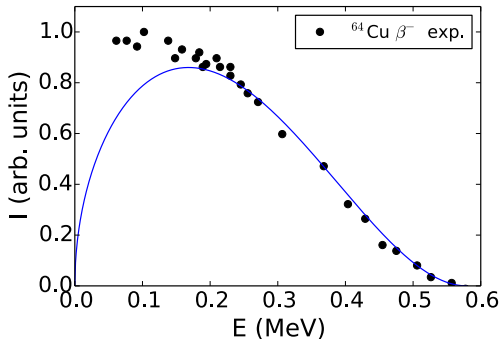
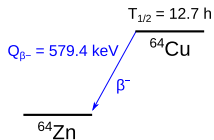
Karlsruhe TRItium Neutrino (KATRIN) (zakończenie eksperymentu w 2015)

# Eksperyment KATRIN (3)



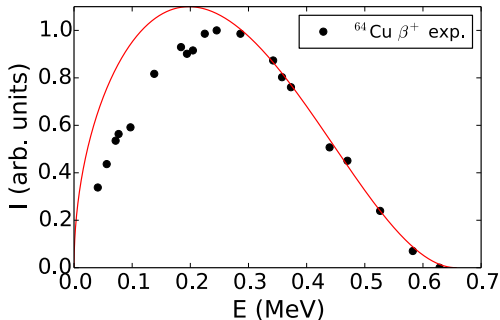
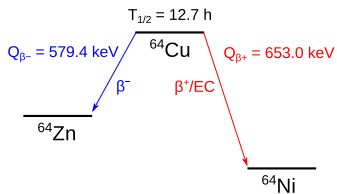
- Poprzedni wynik (2001) (95% CF)  
 $m_{\bar{\nu}} < 2.2 \text{ eV}/c^2$
- Czulość KATRIN (symulacje)
  - $m_{\bar{\nu}} = 0.35 \text{ eV}/c^2 - 5\sigma$
  - $m_{\bar{\nu}} = 0.30 \text{ eV}/c^2 - 3\sigma$

# Eksperymentalne widmo $\beta$ $^{64}\text{Cu}$





# Eksperymentalne widmo $\beta$ $^{64}\text{Cu}$



# Funkcja Fermiego (1)

## Funkcja Fermiego

$$F(Z, E) = \frac{|\psi_e(0)|^2}{|\psi_e^{Z=0}(0)|^2}$$

## Postać relatywistyczna

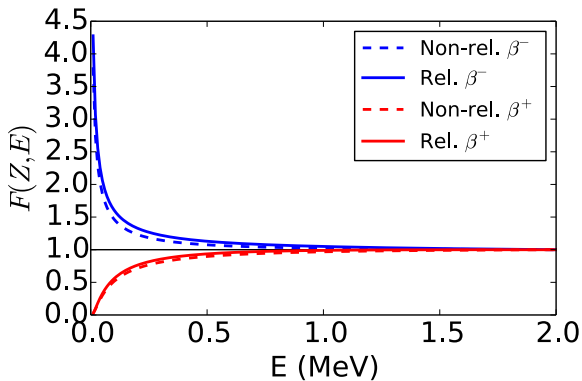
$$F(Z, E) = \frac{2(1+s)}{\Gamma(2s)^2} (2\rho\rho)^{2s-2} \exp(\pi\eta) |\Gamma(s-1+i\eta)|^2$$

$$s = \sqrt{1 - \alpha^2 Z^2}, \quad \alpha \approx 1/137, \quad \eta = \pm \frac{Ze^2}{\hbar v}, \quad (+ \text{ dla } \beta^-), \quad \rho = \frac{R}{\hbar/mc^2}$$

## Przybliżenie nierelatywistyczne

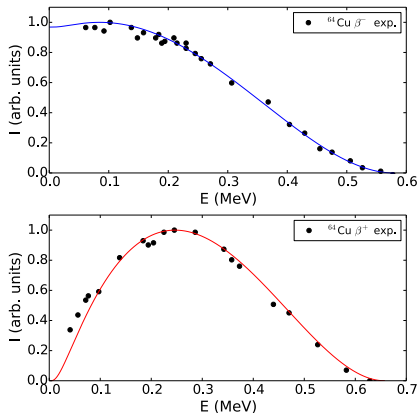
$$F(Z, E) = \frac{2\pi\eta}{1 - \exp(-2\pi\eta)}$$

# Funkcja Fermiego (2)



Obliczenia dla rozpadu  $\beta^-/\beta^+$   $^{64}\text{Cu}$

# Eksperymentalne widma $\beta$



Inne poprawki (nieuwzględnione):

- Ekranowanie przez elektrony
- Skończony rozmiar jądra
- Odrzut jądra

- 1 Złota reguła Fermiego
- 2 Widmo cząstek  $\beta$
- 3 Eksperymentalne widma  $\beta$
- 4 Funkcja Fermiego

## Część 3: Własności rozpadu $\beta$

## Prawdopodobieństwo rozpadu

$$\lambda = \int_1^{\tilde{E}_0} \frac{|J_{fi}|^2 m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} \tilde{E} (\tilde{E}^2 - 1) (\tilde{E}_0 - \tilde{E})^2 F(Z_f, \tilde{E}) d\tilde{E}$$

## Całka Fermiego

$$f_0 = \int_1^{\tilde{E}_0} \tilde{E} (\tilde{E}^2 - 1) (\tilde{E}_0 - \tilde{E})^2 F(Z_f, \tilde{E}) d\tilde{E}$$

W przybliżeniu nierelatywistycznym funkcji Fermiego

$$f_0^{\text{nr}} \approx \frac{1}{30} (\tilde{E}_0^5 - 10\tilde{E}_0^2 + 15\tilde{E}_0 - 6) F(\pm Z_f, \tilde{E})$$

## Rozpad $\beta^-$

$$Q_{\beta^-} = M(A, Z) - M(A, Z + 1)$$

$$\tilde{E}_0 = \frac{Q_{\beta^-} + m_e c^2}{m_e c^2}$$

## Rozpad $\beta^+$

$$Q_{\beta^+} = M(A, Z) - M(A, Z - 1) - 2m_e c^2$$

$$\tilde{E}_0 = \frac{Q_{\beta^+} + m_e c^2}{m_e c^2}$$

## Wychwył elektronu

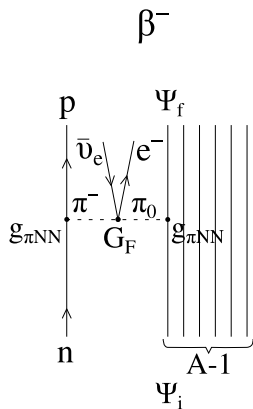
$$Q_{EC} = M(A, Z) - M(A, Z - 1)$$

$$\frac{Q_{\beta^+} + m_e c^2}{m_e c^2} = \frac{Q_{EC} - m_e c^2}{m_e c^2} = \tilde{E}_0$$

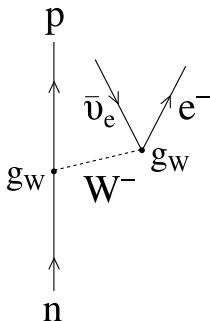




# Procesy niewzględnione



# Oddziaływania słabe



$$\frac{G_F}{(\hbar c)^3} = \frac{\sqrt{2}g_W^2}{8(m_W c^2)^2}$$

$$\frac{G_F}{(\hbar c)^3} = 1.16637(1) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

$$m_W c^2 = 80.423(39) \text{ GeV}$$

# Rozpad $\beta^+$ i wychwytywanie elektronu

## Całka Fermiego dla EC

Wychwytywanie elektronu z powłoki K

$$f_0^{(EC)} = 2\pi(\alpha Z_i)^3(\epsilon_0 + \tilde{E}_0)^2$$

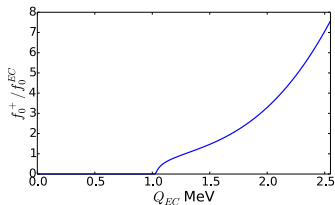
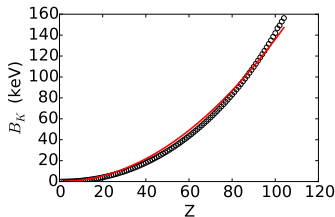
$$\epsilon_0 = \frac{m_e c^2 - B}{m_e c^2}$$

w przybliżeniu

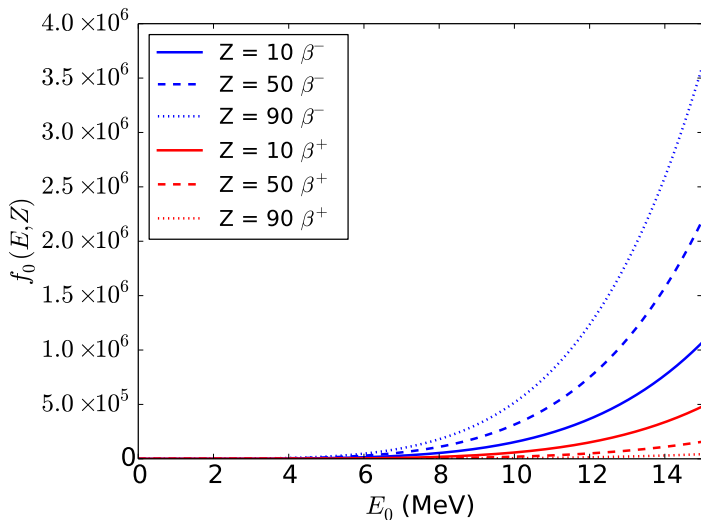
$$\epsilon_0 \approx 1 - 1/2(\alpha Z_i)^2$$

## Całka Fermiego dla $\beta^+$ /EC

$$f_0 = f_0^+ + f_0^{(EC)}$$



# Wartości całki Fermiego



# Tablice całek Fermiego

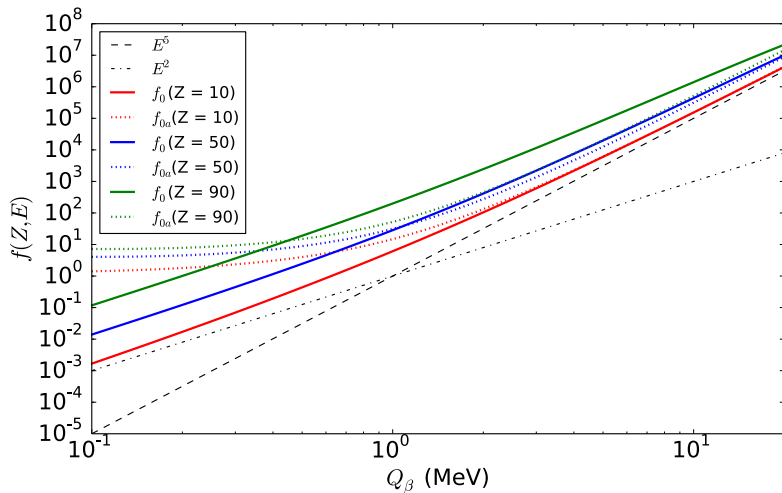
## Tablice całek Fermiego

- D. H. Wilkinson and B. E. F. Macefield, Nucl. Phys. A232(1974)58 - parametryzacja  $f_0^\pm$  w zakresie 0–25 MeV
- N. B. Gove and M. J. Martin, Nucl. Data Tables 10(1971)205 - tablice wartości  $f_0^-$ ,  $f_0^+$ ,  $f_0^{EC}$  oraz  $f_1^{\pm,EC}$  w zakresie 0–10 MeV
- B. S. Dzhelepov, L. N. Zyrianova and Yu. P. Suslov, “Beta processes” Leningrad, Nauka 1972 - wartości  $f_0^\pm$  w zakresie 0–10 MeV

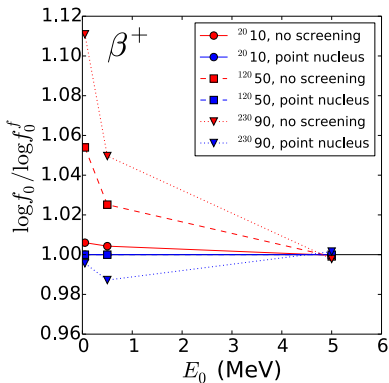
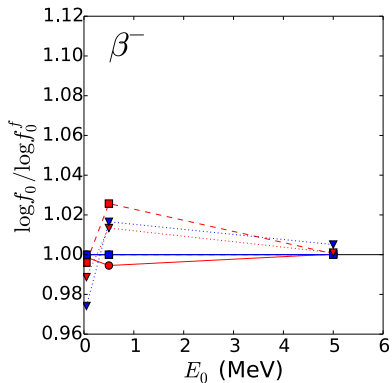
## Tablice funkcji Fermiego

- H. Behrens, J. Jänecke, Landolt-Börnstein Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology, Group I: Nuclear Physics and Technology, Vol. 4 Numerical Tables for Beta-decay and Electron Capture, Springer-Verlag 1969

# Wartości całki Fermiego



# Znaczenie poprawek





# Całkowity czas życia

## Stała rozpadu

$$\lambda = \frac{G_F^2 m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} |\mathcal{M}_{fi}|^2 f_0(E, Z_f)$$

## Czas połowicznego zaniku

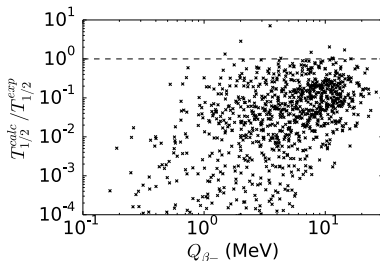
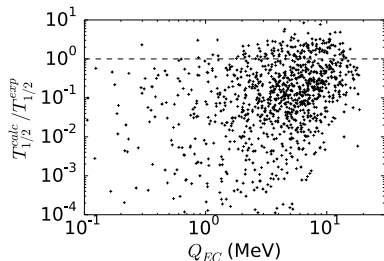
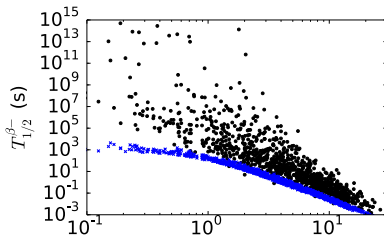
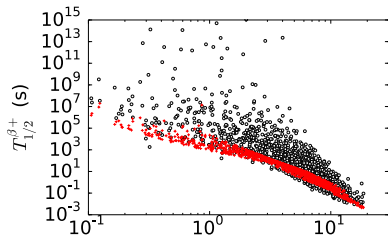
$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\kappa}{f_0 |\mathcal{M}_{fi}|^2}$$

$$\kappa = \frac{2 \ln 2 \pi^3 \hbar^7}{G_F^2 m_e^5 c^4} = 6147 \text{ s}$$

## Porównawczy czas życia

$$f_0 t_{1/2} = \frac{\kappa}{|\mathcal{M}_{fi}|^2}$$

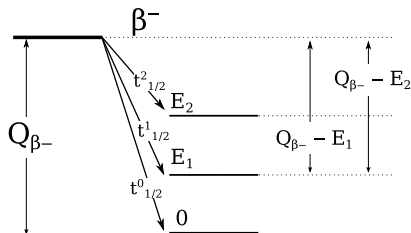
# Eksperymentalne i obliczone czasy życia



Dane eksperymentalne z AME2013: 1091  $\beta^+/\text{EC}$ , 1048  $\beta^-$

# Gdzie oszukaliśmy?

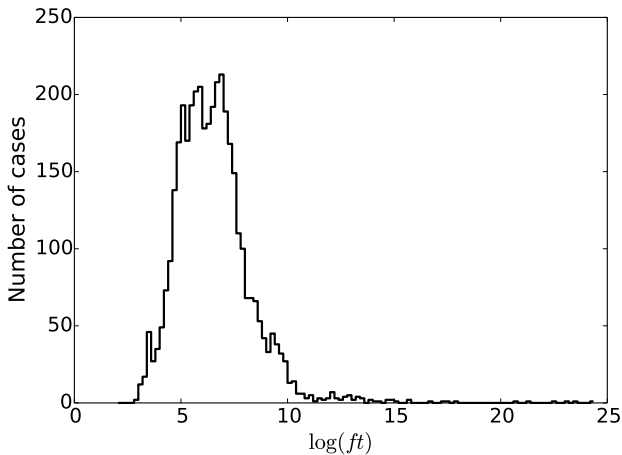
- $|\mathcal{M}|^2$  nie muszą być równe 1
- Uznaliśmy, że leptony są falą płaską
- Przejścia mogą zasilać wiele różnych stanów (także wzbudzone)



$$t_{1/2}^i = \frac{\kappa}{f_0(Q_{\beta^-} - E_i^*, Z_f) |\mathcal{M}_{fi}|^2}$$
$$\frac{1}{T_{1/2}} = \sum_i \frac{1}{t_{1/2}^i}$$

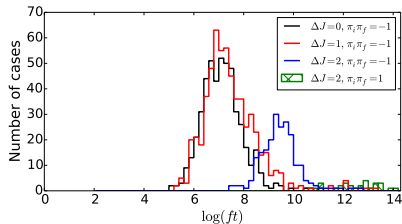
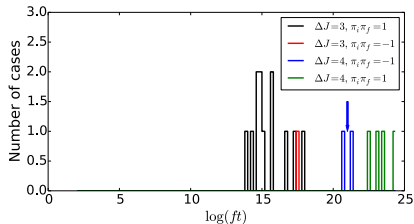
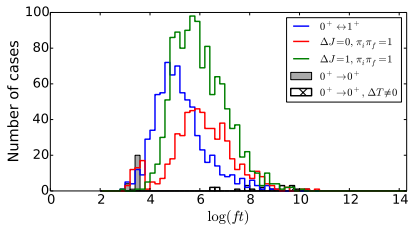
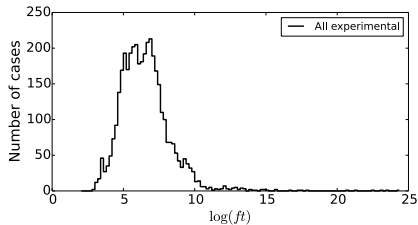
## Zadanie 1

Oszacować, korzystając z podanych przybliżeń, czas życia ze względu na rozpad  $\beta$ , izotopu  ${}_{116}^{290}\text{Lv}$ . Określić rodzaj rozpadu  $\beta$ , porównać czas życia ze zmierzonym czasem połowicznego zaniku.



Dane z B. Singh et al., Nucl. Data Sheets 84(1998)487

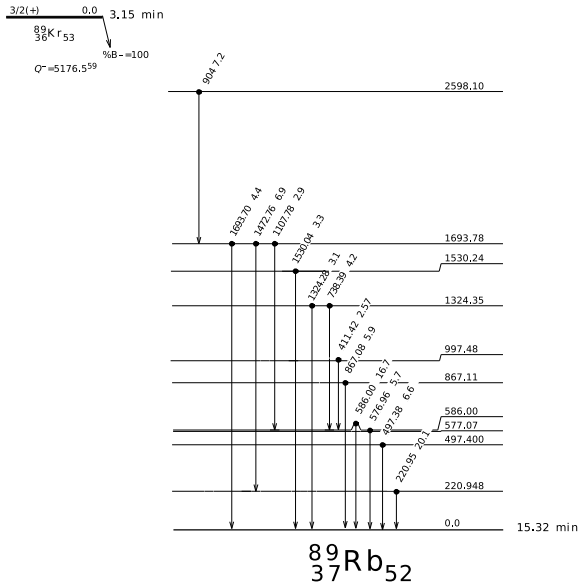
# $\log(ft)$



# Klasyfikacja przejść $\beta$

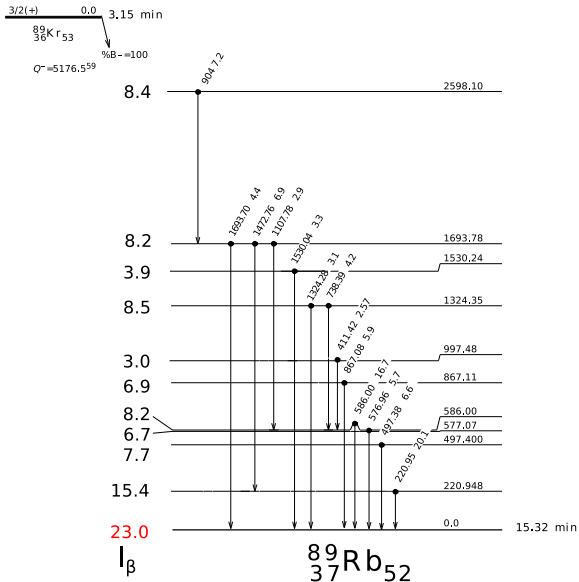
Kategoria	Właściwości	typowe $\log(ft)$ (skrajne)
super-dozwolone	$0^+ \rightarrow 0^+, \Delta T = 0$	3.3 - 3.5 (3.1 - 3.6)
isospinowo wzbronione	$0^+ \rightarrow 0^+, \Delta T \neq 0$	7.5 - 9.5 (6.4 - 10.3)
dozwolone	$\Delta J = 0, \pm 1, \pi_i \pi_f = +1$	4.0 - 7.0 (2.9 - 10.6)
w tym	$0^+ \leftrightarrow 1^+$	2.9 - 7.2
wzbronione pierwszego rodzaju (nie-unikatowe)	$\Delta J = 0, \pm 1, \pi_i \pi_f = -1$	6.0 - 8.0 (5.0 - 11.0)
wzbronione pierwszego rodzaju unikatowe	$\Delta J = 2, \pi_i \pi_f = -1$	8.5 - 10.5 (7.5 - 12.8)
wzbronione drugiego rodzaju	$\Delta J = 2, \pi_i \pi_f = +1$	11.5 - 13.5 (10.6 - 14.2)
wzbronione drugiego rodzaju unikatowe	$\Delta J = 3, \pi_i \pi_f = +1$	14.5 - 16.5 (13.9 - 18.0)
wzbronione trzeciego rodzaju	$\Delta J = 3, \pi_i \pi_f = -1$	17.5
wzbronione trzeciego rodzaju unikatowe	$\Delta J = 4, \pi_i \pi_f = -1$	21.1
wzbronione czwartego rodzaju	$\Delta J = 4, \pi_i \pi_f = +1$	22.5 - 24.0
...		

# Analiza rozpadu $^{89}\text{Kr}$ (1)





# Analiza rozpadu $^{89}\text{Kr}$ (1)



# Analiza rozpadu $^{89}\text{Kr}$ (2)

$$Q_{\beta^-} = 5176.5 \text{ MeV}, T_{1/2} = 189 \text{ s}$$

$$t_{1/2}^i = T_{1/2} / I_{\beta}^i$$

$E^*$ (keV)	$Q - E^*$	$\log(f)$	$I_{\beta}$ (%)	$\log(t)$	$\log(ft)$
0	5176.5	4.18	23.0	2.92	7.09
221	4955.5	4.11	15.4	3.16	7.20
497	4679.5	3.99	7.7	3.46	7.38
577	4599.5	3.95	6.7	3.52	7.40
586	4590.5	3.94	8.2	3.43	7.30
867	4309.5	3.82	6.9	3.51	7.26
997	4179.5	3.77	3.0	3.87	7.57
1324	3852.5	3.62	8.5	3.42	6.96
1530	3646.5	3.51	3.9	3.76	7.20
1694	3482.5	3.42	8.2	3.00	6.78
2598	2578.5	2.98	8.4	3.42	6.33



# Analiza rozpadu $^{89}\text{Kr}$ (4)

$E^*$ (keV)	$Q - E^*$	$\log(f)$	$I_\beta$ (%)	pop. $I_\beta$	$\log(t)$	$\log(ft)$	pop. $\log(ft)$
0	5176.5	4.18	23.0	23.0	2.92	7.09	7.09
221	4955.5	4.11	<0.9	15.4	>4.03	>8.14	7.20
497	4679.5	3.99	1.2	7.7	3.90	7.89	7.38
577	4599.5	3.95	4.3	6.7	3.35	7.30	7.40
586	4590.5	3.94	2.3	8.2	3.62	7.56	7.30
867	4309.5	3.82	<0.6	6.9	4.20	>8.02	7.26
997	4179.5	3.77	<0.4	3.0	4.38	>8.15	7.57
1324	3852.5	3.62	3.5	8.5	3.44	7.06	6.96
1530	3646.5	3.51	2.7	3.9	3.55	7.06	7.20
1694	3482.5	3.42	10.2	8.2	2.97	6.39	6.78
2598	2578.5	2.98	12.9	8.4	2.87	5.85	6.33

# Analiza rozpadu $^{89}\text{Kr}$ (4)

$E^*$ (keV)	$Q - E^*$	$\log(f)$	$I_\beta$ (%)	pop. $I_\beta$	$\log(t)$	$\log(ft)$	pop. $\log(ft)$
0	5176.5	4.18	23.0	23.0	2.92	7.09	7.09
221	4955.5	4.11	<0.9	15.4	>4.03	>8.14	7.20
497	4679.5	3.99	1.2	7.7	3.90	7.89	7.38
577	4599.5	3.95	4.3	6.7	3.35	7.30	7.40
586	4590.5	3.94	2.3	8.2	3.62	7.56	7.30
867	4309.5	3.82	<0.6	6.9	4.20	>8.02	7.26
997	4179.5	3.77	<0.4	3.0	4.38	>8.15	7.57
1324	3852.5	3.62	3.5	8.5	3.44	7.06	6.96
1530	3646.5	3.51	2.7	3.9	3.55	7.06	7.20
1694	3482.5	3.42	10.2	8.2	2.97	6.39	6.78
2598	2578.5	2.98	12.9	8.4	2.87	5.85	6.33

# Efekt Pandemonium

J. C. Hardy et al., Phys. Lett. B71(1977)307  
Rozpad fikcyjnego, statystycznego jądra Pandemonium

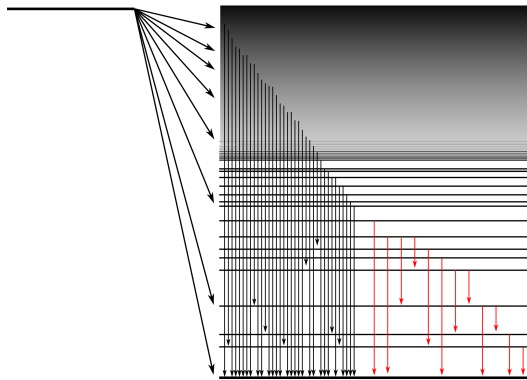
*The rest were all  
Far to the inland retired, about the walls  
Of Pandemonium city and proud seat  
Of Lucifer.*

J. Milton, "Paradise Lost" (1667)

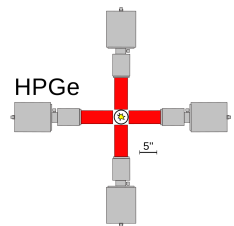
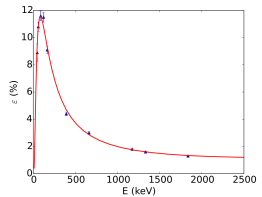


J. Martin (1823)

# Efekt Pandemonium



Widziane przez detektory o wysokiej rozdzielczości



## Zadanie 2

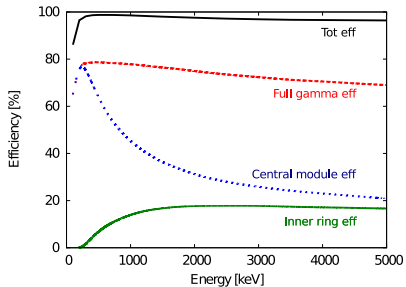
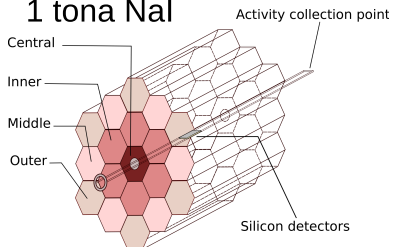
Wybrać jedno z 10 jąder o największym kumulatywnym natężeniu w rozszczepieniu  $^{235}\text{U}$ . Ze znanego schematu rozpadu beta i następujących po nim emisji gamma wybrać do 10 przejść o największej intensywności, narysować nowy schemat rozpadu i policzyć  $\log(ft)$ . Porównać wyniki z wartościami dostępnymi w bazach danych dla wybranego jądra.



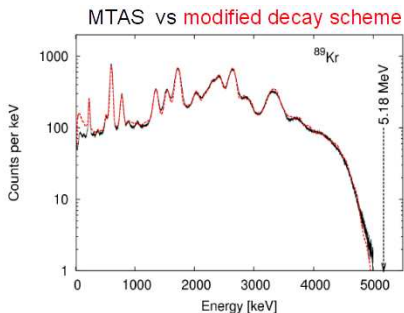
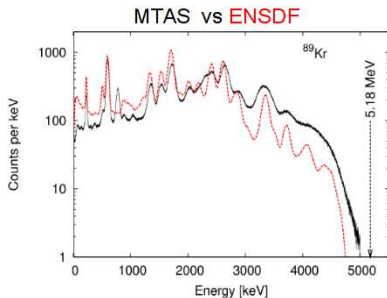
# Spektrometria pełnej absorpcji



## 1 tona NaI



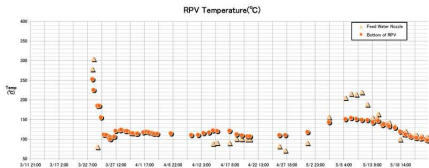
# Spektrometria pełnej absorpcji



36% wzrostu średniej energii kwantu gamma

A. Fijałkowska Nucl. Data Sheets 120 (2014)

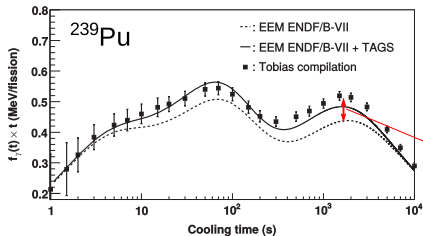
# Ciepło rozpadu



Credit: Wikimedia Commons



Credit: Wikimedia Commons



Różnica w emisji:  $\gamma$  lub  $\beta$

A. Algora et al. Phys. Rev. Lett. 105 (2010) 202501

# Przykłady log ft

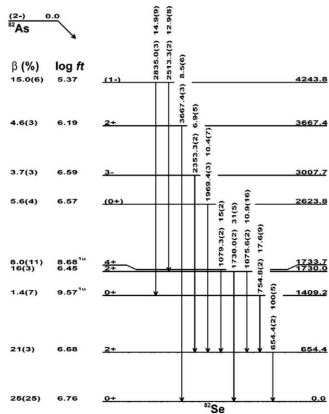


FIG. 4. Levels of  $^{82}\text{Se}$  populated in the decay of the  $2^-$  ground state of As. The large uncertainty of the  $\beta$ -feeding to the ground state is discussed in the text. For absolute  $\gamma$  intensities in %, multiply by 0.54.

H. Gausemel Phys. Rev. C 70 (2004) 037301

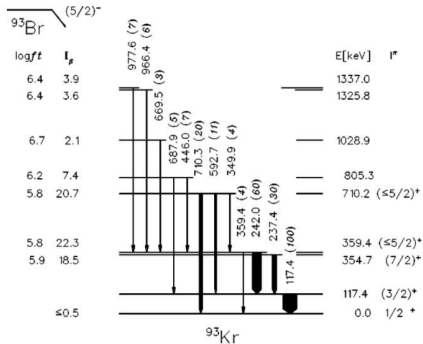
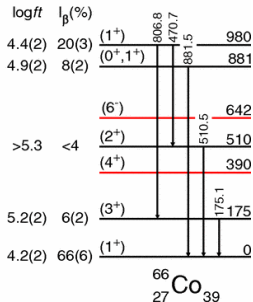
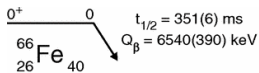


FIG. 1. Partial decay scheme of  $^{93}\text{Br}$  to  $^{93}\text{Kr}$ . In calculating the  $\beta$  feedings it has been taken into account that a fraction of the observed  $\gamma$ -ray intensity is not placed in the scheme; see Table I.

G. Lhersonneau et al., Phys. Rev. C 63 (2001) 034316

# Przykłady log ft



S. Liddick et al., Phys.Rev. C87 (2013) 014325

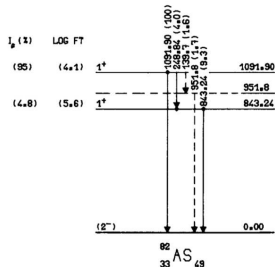
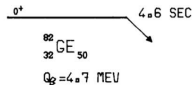
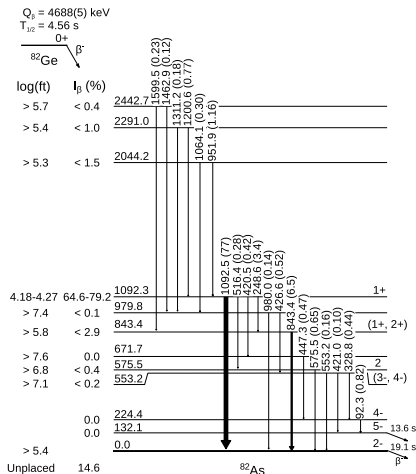


Fig. 14. Decay scheme of  ${}^{82}\text{Ge}$ . The  $2^-$  state may not be the ground state of  ${}^{82}\text{As}$ .

P. Hoff et al., Nucl. Phys. A 368 (1981) 710

# Przykłady $\log ft$



K.M. Phys. Rev. C 90 (2014) 034311

## Zadanie 3

Korzystając z tablic B. Singh et al. znaleźć trzy rozpady, których wartości  $\log(ft)$  mieszczą się w przedziałach 4.5-5.5, 6.5-7.5, 8.5-9.5 (poza tym dowolnie wybrane). Na podstawie schematów rozpadów (np. z bazy NNDC) przedyskutować, na ile pewne jest przypisanie wartości  $\log(ft)$  w danym przypadku.

# Podsumowanie

- 1 Całkowite prawdopodobieństwo przejścia
- 2 Energia rozpadu beta
- 3 Całka Fermiego
- 4 Czas życia w rozpadzie beta
- 5 Porównawczy czas życia
- 6 Klasyfikacja przejść
- 7 Pandemonium



# Część 4: Model pola średniego

# Model pola średniego

$$H = T + V = \sum_{i=1}^A t(r_i) + \sum_{i,j=1, i < j}^A v(r_i, r_j)$$

$$H = T + \sum_{i=1}^A v(r_i) + \left[ V - \sum_{i=1}^A v(r_i) \right]$$

Ruch opisujemy w uśrednionym potencjale pochodzących od wszystkich cząstek

$$H_{MF} = \sum_{i=1}^A (t_i(r_i) + v(r_i)), \quad V_{MF} = \sum_{i=1}^A v(r_i)$$

$$v(r_i) = \frac{1}{\Delta T} \int_T^{T+\Delta T} dt \sum_{i=1, i \neq j}^A v(r_i(t), r_j(t))$$

Mamy nadzieję, że pozostała część oddziaływania jest mała i będziemy mogli użyć rachunku zaburzeń

$$V_{RES} = V - V_{MF} \ll V_{MF}$$

# Potencjał Woodsa-Saxona

Fenomenologiczny potencjał opisujący średnie pole

## Potencjał jądrowy

$$v_{WS}(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp((r - R)/a)}$$

$$R = r_0 A^{1/3} = 1.27 A^{1/3} \text{ fm}$$

$$a = 0.67 \text{ fm}$$

$$V_0 = \left( 51 \pm 33 \frac{N - Z}{A} \right) \text{ MeV}$$

## Potencjał kulombowski (dla protonów)

$$v_C(r) = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \begin{cases} \frac{3R^2 - r^2}{2R^3} & r \leq R \\ \frac{1}{r} & r > R \end{cases}$$

Otrzymujemy  $A$  niezależnych równań

$$h(r)\phi_\alpha(r) = \varepsilon_\alpha(r)\phi_\alpha,$$

gdzie każde sprowadza się do poniższego problemu

## Radialne równanie Schrödingera

$$\left\{ \frac{-\hbar^2}{2m_N} \left[ \Delta_r^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] + v_{WS}(r) + v_C(r) \right\} \psi(r) = \varepsilon_{nl} \psi(r)$$

# Metoda Numerowa

Numeryczna metoda rozwiązywania równań różniczkowych drugiego rzędu postaci

$$\left[ \frac{d^2}{dx^2} + a(x) \right] y(x) = 0,$$

gdzie  $a(x)$  to znana funkcja. Jest to schemat 4 rzędu.

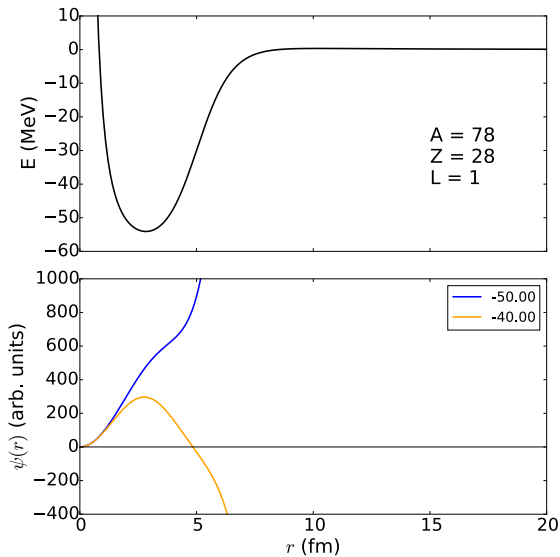
Rozwiązanie w punkcie  $x_{n+1} = x_n + h$

$$y_{n+1} = \frac{\left(2 - \frac{5h^2}{6}a_n\right)y_n - \left(1 + \frac{h^2}{12}a_{n+1}\right)y_{n-1}}{1 + \frac{h^2}{12}a_{n+1}}$$

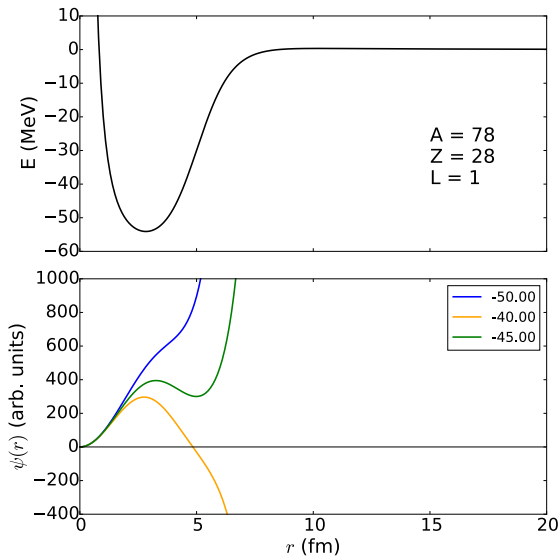
W szczególności dla równania Schrödingera mamy

$$a(x) = 2\frac{m_n}{\hbar^2}(E - V(x))$$

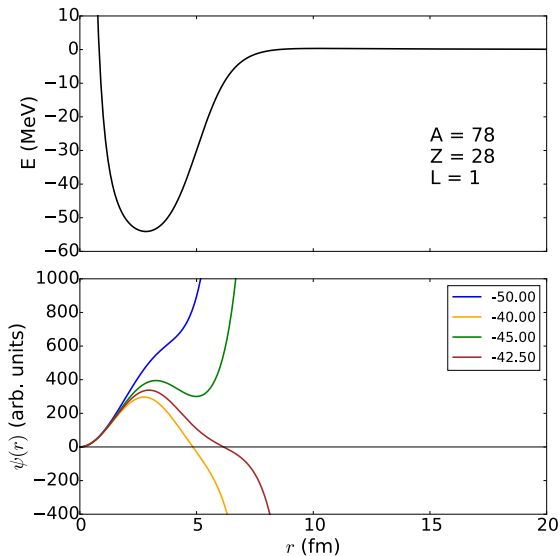
# Metoda Numerowa



# Metoda Numerowa

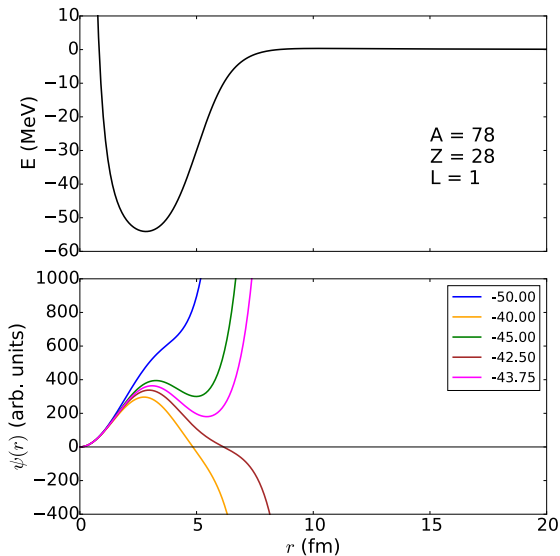


# Metoda Numerowa

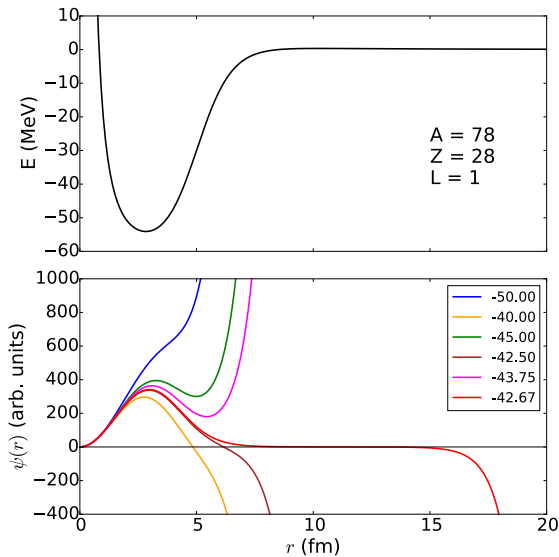




# Metoda Numerowa



# Metoda Numerowa



# Rozwinięcie w bazie oscylatora harmonicznego

Równanie oscylatora harmonicznego

$$\left\{ \frac{-\hbar^2}{2m_N} \left[ \Delta_r^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] - V_1 + 1/2 m_N \omega^2 \right\} g_{nl}(r) = \varepsilon_{nl} g_{nl}(r)$$

Rozwiązania

$$g_{nl}(r) = \sqrt{\frac{2n!}{b^3 \Gamma(n+l+3/2)}} \left(\frac{r}{b}\right)^l e^{-r^2/2b} L_n^{(l+1/2)}(r^2/b^2)$$

gdzie  $L$  to stowarzyszone wielomiany Legendre'a

$$L_{(n)}^k(x) = \frac{n+k}{n} L_{(n-1)}^k(x) - \frac{x}{n} L_{(n-1)}^{k+1}(x)$$

a  $b$  to długość oscylatora

$$b \equiv \sqrt{\frac{\hbar}{m_N \omega}}, \quad \hbar \omega = (45A^{-1/3} - 25A^{-2/3}) \text{ (MeV)}.$$

# Rozwinięcie w bazie oscylatora harmonicznego

Rozwiązania oscylatora tworzą bazę ortonormalną

$$\int_0^{\infty} r^2 dr g_{nl}(r) g_{n'l}(r) = \delta_{nn'}$$

Rozwiązania z potencjałem Woods-Saxona można przedstawić jako liniową kombinację stanów własnych oscylatora harmonicznego

$$f_{nl} = \sum_{\nu} A_{\nu} g_{\nu l}(r), \quad \sum_{\nu} [A_{\nu}^{(nl)}]^2 = 1$$

Współczynniki znajdujemy konstruując macierz hamiltonianu w bazie oscylatora i jej diagonalizację.

$$\int_0^{\infty} r^2 dr g_{nl}(r) h_{ij} g_{n'l}(r) = \langle \nu' | h_{ij}(r) | \nu \rangle$$

W ogólności rozmiar macierzy jest nieskończony, ale w praktyce rozmiar jest zdeterminowany przez zbieżność rozwiązań.

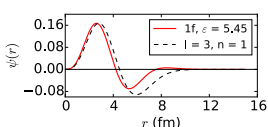
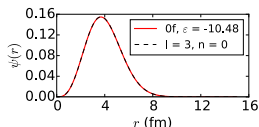
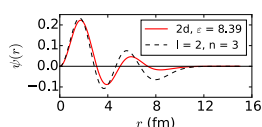
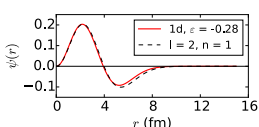
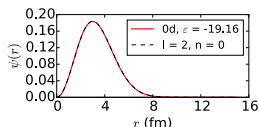
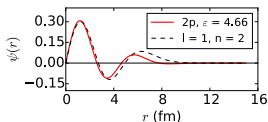
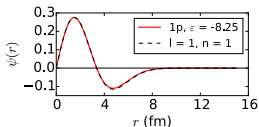
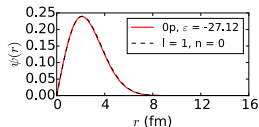
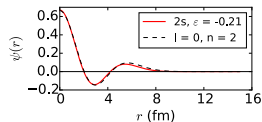
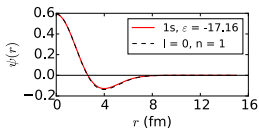
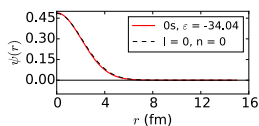
# Rozwinięcie w bazie oscylatora harmonicznego

---

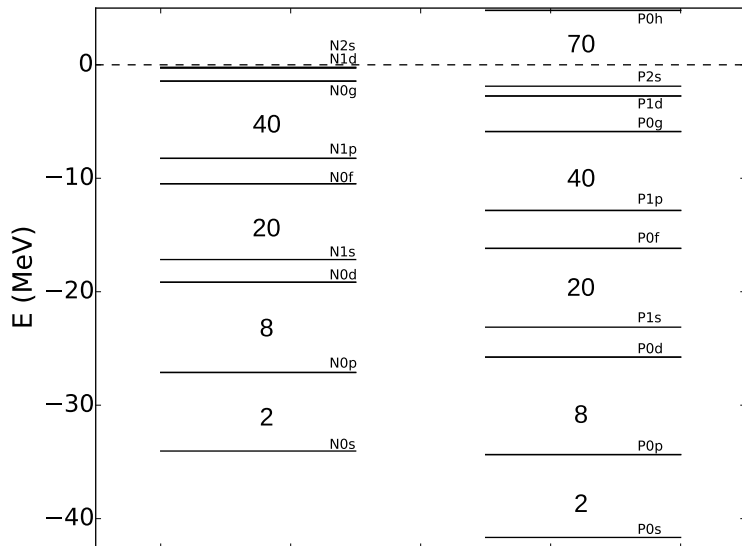
$nl$	$\varepsilon_{nl}$ (MeV)	$\nu = 0$	$\nu = 1$	$\nu = 2$	$\nu = 3$	$\nu = 4$	$\nu = 5$
0s	-41.41	-0.988	0.142	0.050	-0.012	0.001	-0.003
0p	-33.35	-0.997	0.033	-0.048	0.038	-0.011	-0.006
0d	-23.75	-0.995	0.076	-0.015	0.047	0.032	-0.002
...							
2p	4.98	0.041	-0.111	0.766	0.628	-0.064	-0.002
2d	8.89	0.023	0.263	0.605	-0.738	0.138	0.017

---

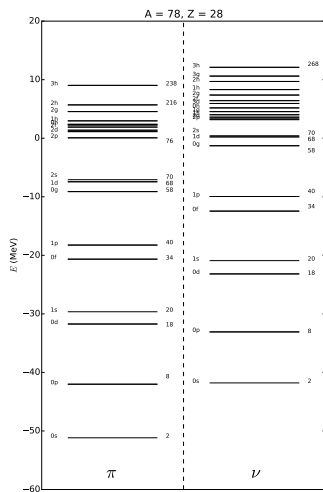
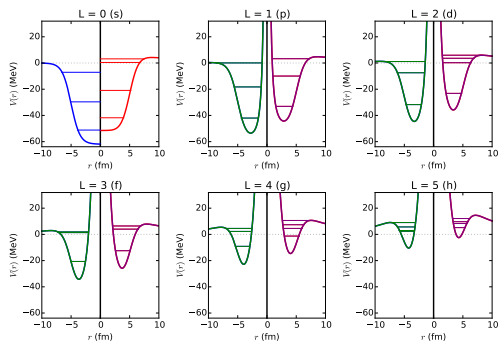
# Rozwinięcie w bazie oscylatora harmonicznego



# Rozwiązania w potencjale Woods-Saxona

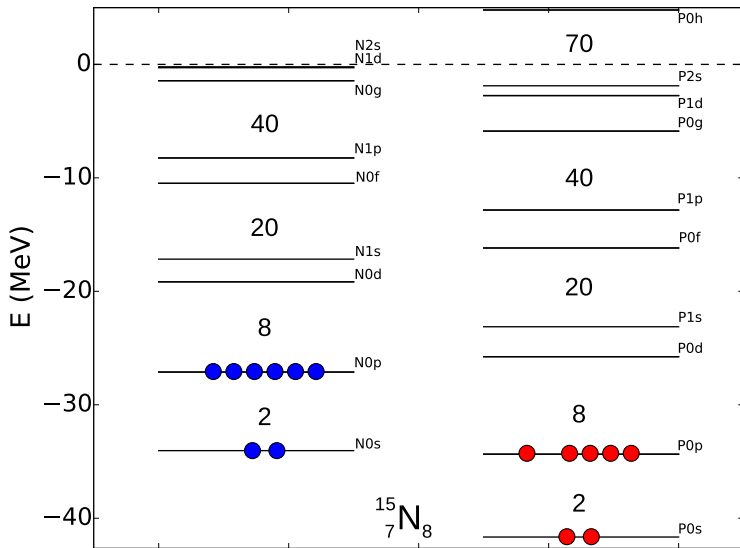


# Rozwiązania w potencjale Woods-Saxona (Metoda Numerowa)

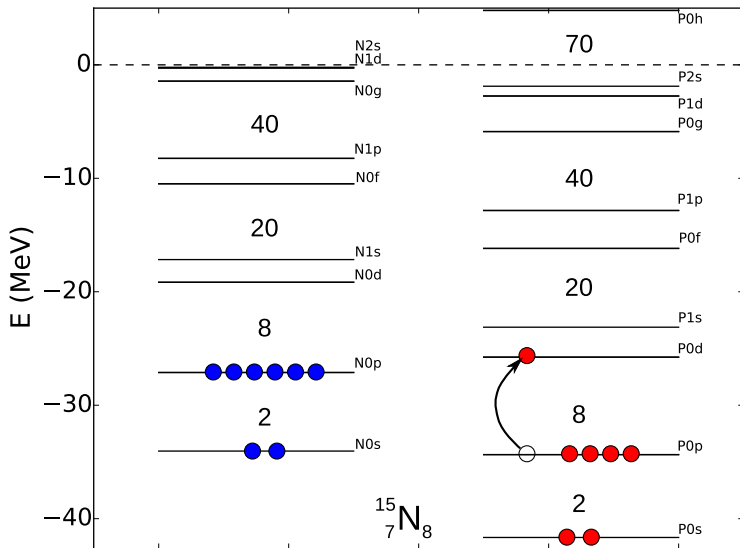




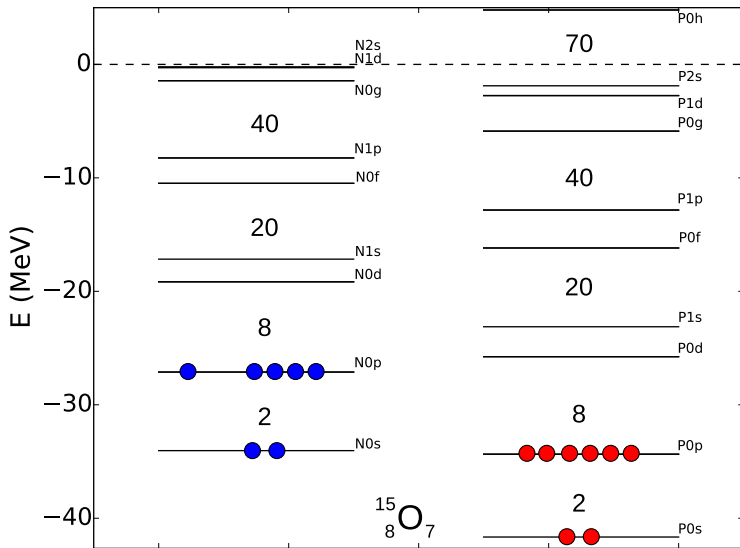
# Porównanie z danymi eksperymentalnymi



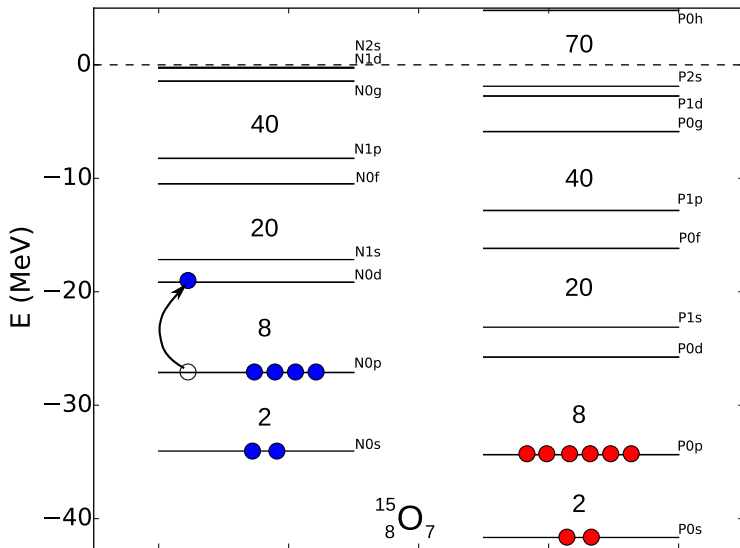
# Porównanie z danymi eksperymentalnymi



# Porównanie z danymi eksperymentalnymi

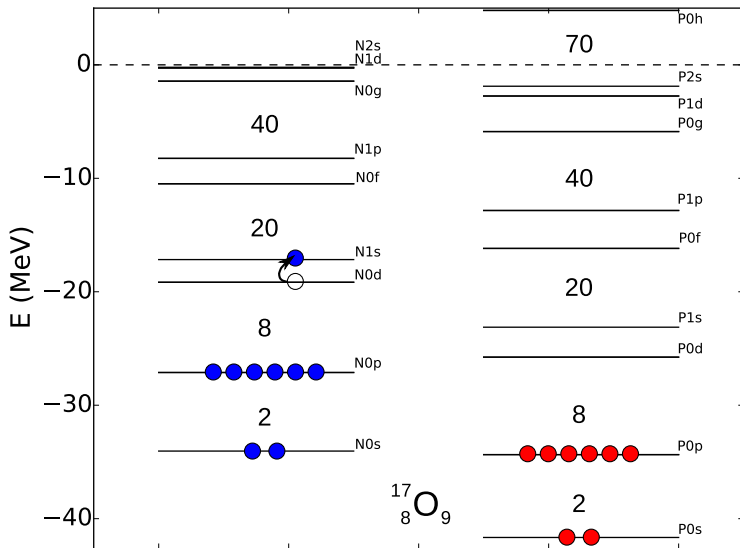


# Porównanie z danymi eksperymentalnymi



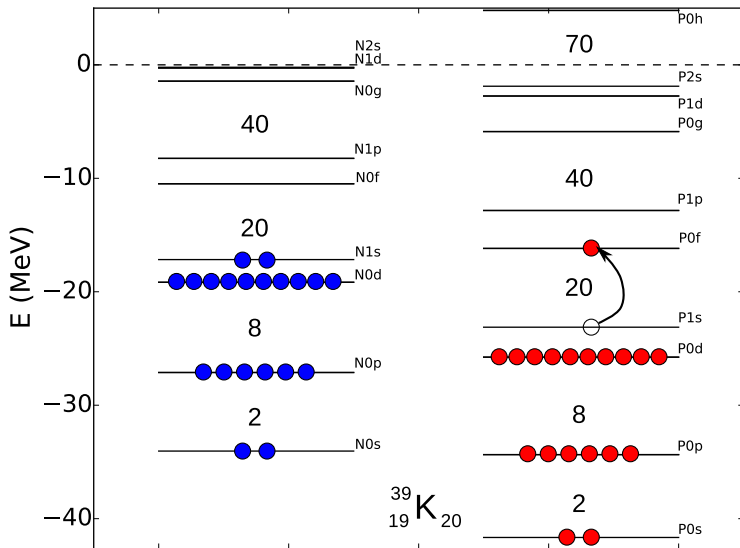
Exp: 5183 keV

# Porównanie z danymi eksperymentalnymi



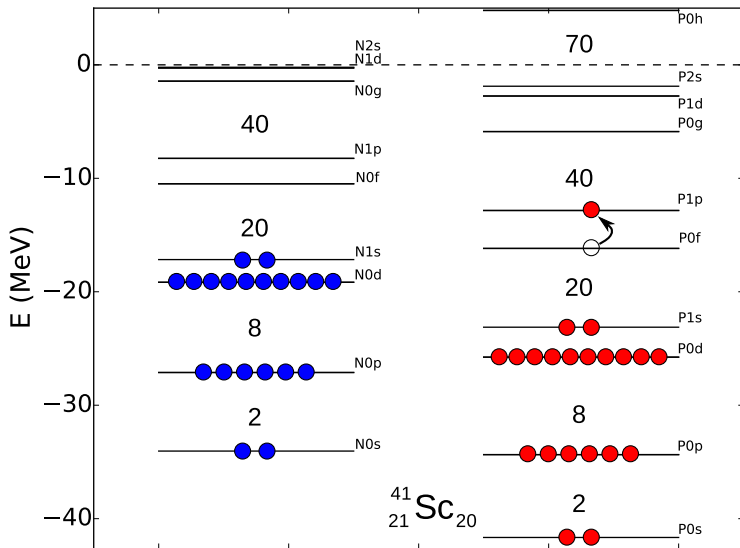
Exp: 870 keV

# Porównanie z danymi eksperymentalnymi



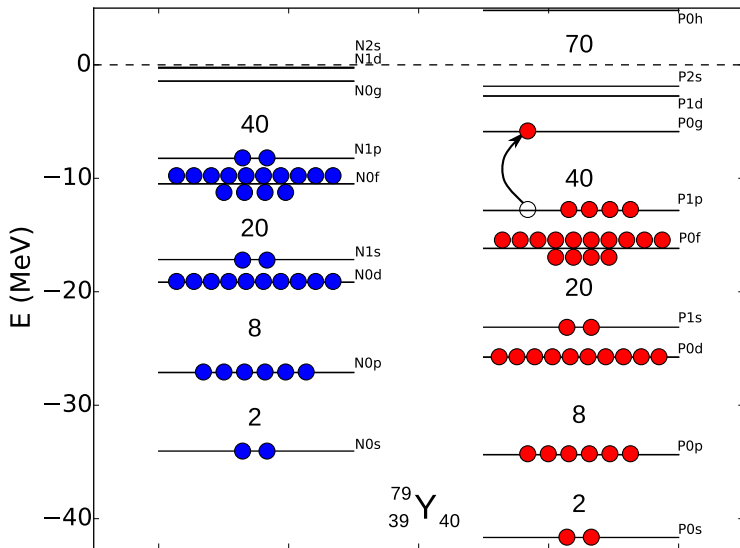
Exp: 2522 keV

# Porównanie z danymi eksperymentalnymi



Exp: 1716 keV

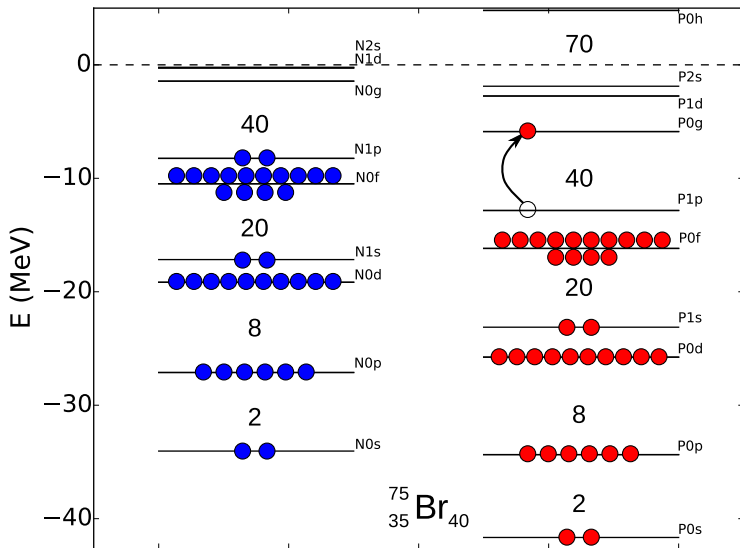
# Porównanie z danymi eksperymentalnymi



Exp: 184 keV

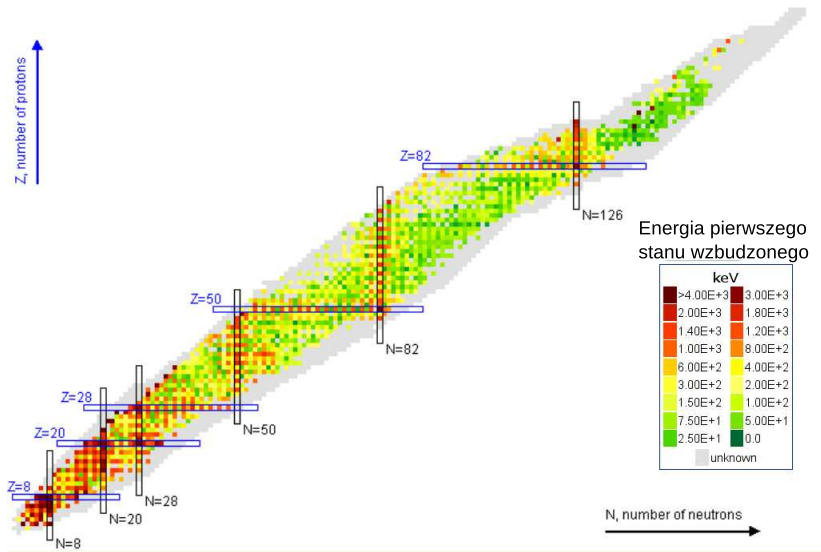


# Porównanie z danymi eksperymentalnymi



Exp: 119 keV

# Liczby magiczne



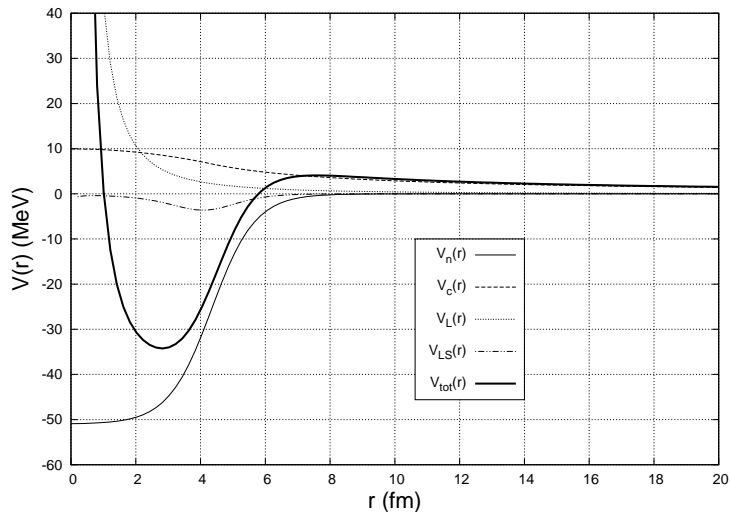
## Potencjał spin-orbita

$$v_{LS} = v_{LS}^0 \frac{r_0^2}{\hbar^2} \frac{1}{r} \left[ \frac{d}{dr} \frac{1}{1 + \exp((r - R)/a)} \right]$$
$$v_{LS}^0 = 0.44 V_0$$

## Radialne równanie Schrödingera

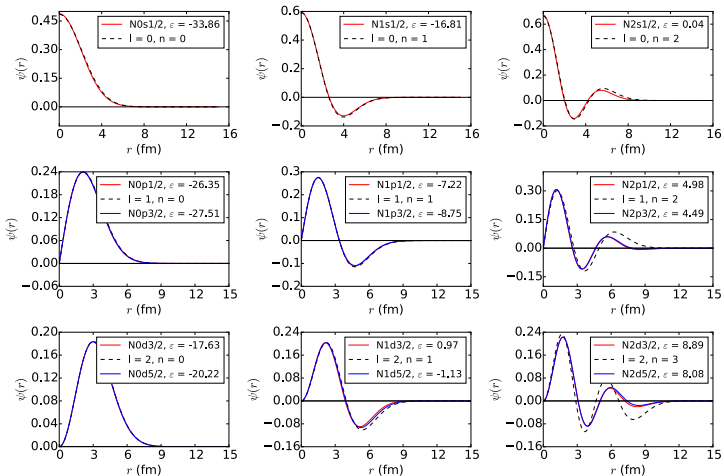
$$\left\{ \frac{-\hbar^2}{2m_N} \left[ \Delta_r^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] + v_{WS}(r) + v_C(r) + \right. \\ \left. 1/2 [j(j+1) - l(l+1) - 3/4] \hbar^2 v_{LS}(r) \right\} \psi(r) = \epsilon_{nlj} \psi(r)$$

# Potencjał Woodsa-Saxona

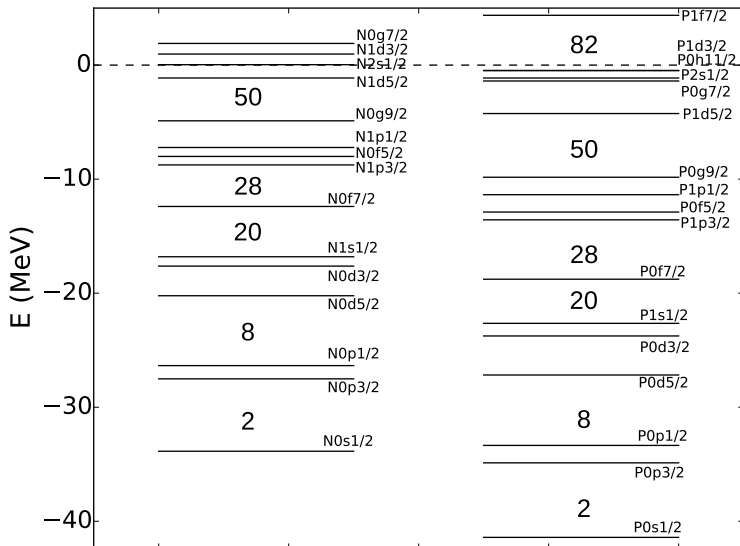


$$A = 40, Z = 20, L = 1, S = -1/2$$

# Potencjał spin-orbita



# Potencjał spin-orbita



- 1 Stany jednocząstkowe
- 2 Potencjały fenomenologiczne
- 3 Metody rozwiązywania

# Część 5: Operatory rozpadu beta



## Macierze Pauliego

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$
$$[\hat{\sigma}_i, \hat{\sigma}_j] = 2i\epsilon_{ijk}\hat{\sigma}_k$$

## Stany własne operatorów spinu

$$\hat{s} = \frac{1}{2}\hbar\hat{\sigma}$$
$$\hat{s}_z |s, m_s\rangle = m_s\hbar |s, m_s\rangle$$
$$\hat{s}^2 |s, m_s\rangle = s(s+1)\hbar^2 |s, m_s\rangle$$

## Operatory podnoszenia spinu

$$\hat{S}_0 = \hat{S}_z$$

$$\hat{S}_+ = \hat{S}_x + i\hat{S}_y$$

$$\hat{S}_- = \hat{S}_x - i\hat{S}_y$$

$$\hat{S}_0 |s, m_s\rangle = \hbar m_s |s, m_s\rangle$$

$$\hat{S}_+ |s, m_s\rangle = \hbar \sqrt{(s - m_s)(s + m_s + 1)} |s, m_s + 1\rangle$$

$$\hat{S}_- |s, m_s\rangle = \hbar \sqrt{(s + m_s)(s - m_s + 1)} |s, m_s - 1\rangle$$

## Działanie operatorów na stany $s = 1/2$

$$\hat{S}_0 |1/2, +1/2\rangle = \hbar/2 |1/2, +1/2\rangle$$

$$\hat{S}_0 |1/2, -1/2\rangle = \hbar/2 |1/2, -1/2\rangle$$

$$\hat{S}_+ |1/2, +1/2\rangle = 0$$

$$\hat{S}_+ |1/2, -1/2\rangle = \hbar |1/2, +1/2\rangle$$

$$\hat{S}_- |1/2, +1/2\rangle = \hbar |1/2, -1/2\rangle$$

$$\hat{S}_- |1/2, -1/2\rangle = 0$$

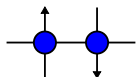
## Operatory $\hat{\sigma}_0, \hat{\sigma}_+, \hat{\sigma}_-$

$$\hat{\sigma}_0 = \frac{2}{\hbar} \hat{S}_0$$

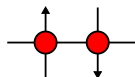
$$\hat{\sigma}_+ = \frac{\sqrt{2}}{\hbar} \hat{S}_+$$

$$\hat{\sigma}_- = \frac{\sqrt{2}}{\hbar} \hat{S}_-$$

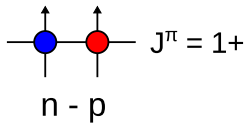
# Deuter, diproton i dineutron



n - n

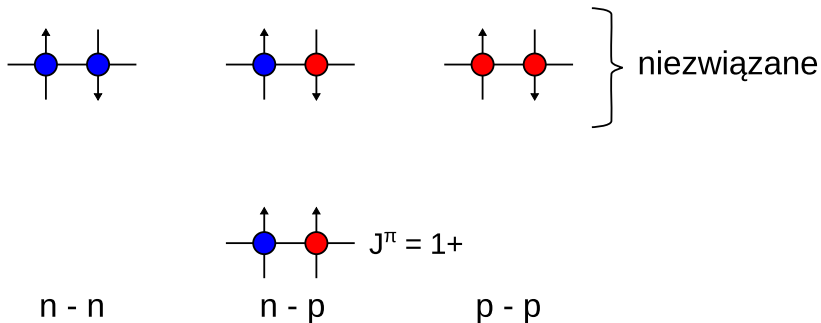


p - p

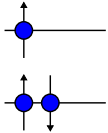


n - p

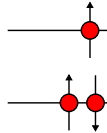
# Deuter, diproton i dineutron



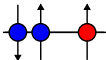
# ${}^3\text{He}$ i ${}^3\text{H}$



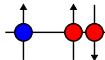
n - n - n



p - p - p

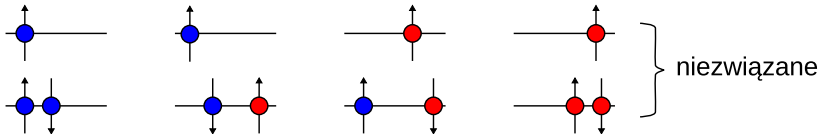


n - n - p

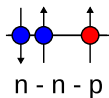


n - p - p

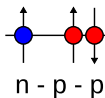
# ${}^3\text{He}$ i ${}^3\text{H}$



n - n - n



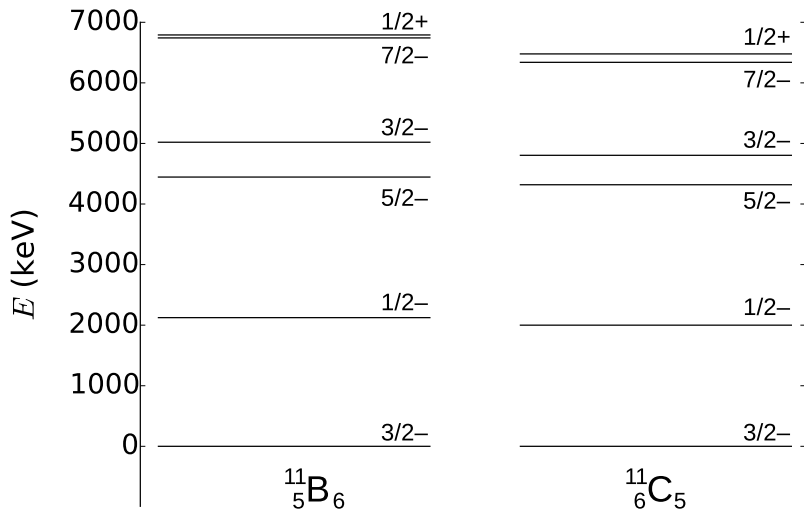
n - n - p



n - p - p

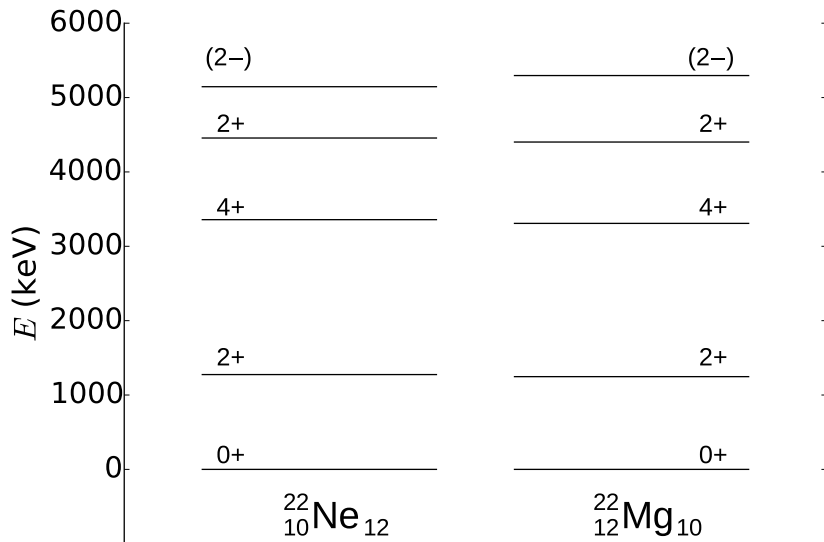
p - p - p

# Symetria w jądrach lustrzanych

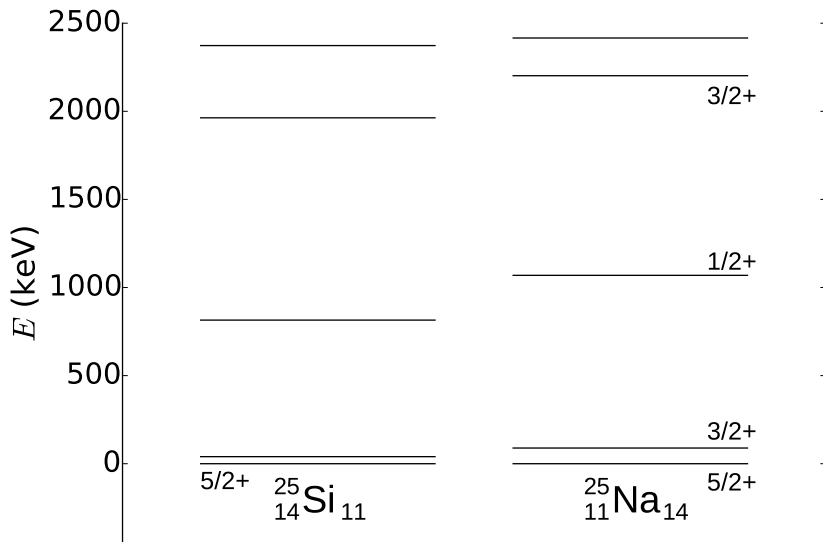




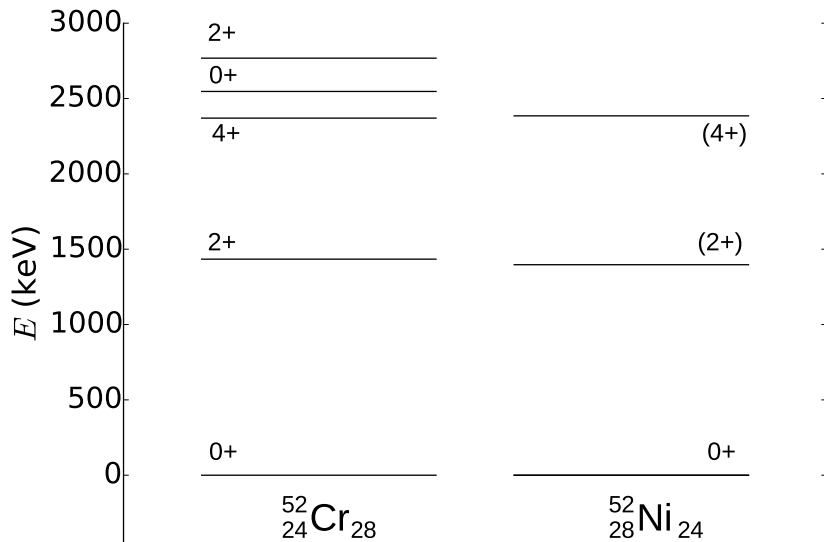
# Symetria w jądrach lustrzanych



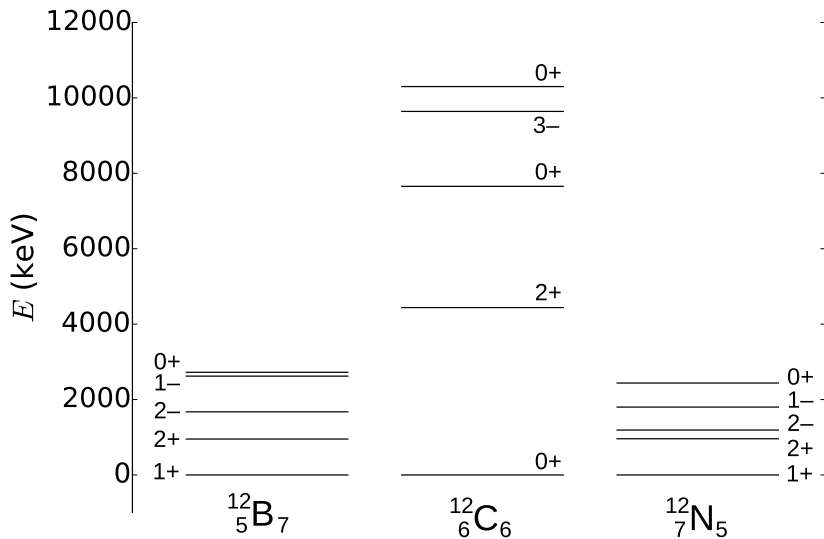
# Symetria w jądrach lustrzanych



# Symetria w jądrach lustrzanych



# Symetria w jądrach lustrzanych



# Przesunięcie kulombowskie

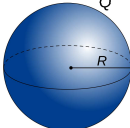
Policzmy różnicę mas pomiędzy dwoma jądrami lustrzanymi (różniącymi się jednym nukleonem)

$$\begin{aligned}M(Z, N) - M(Z + 1, N - 1) &= Nm_n + ZM_H + E_n(A, T) + E_c(Z) - [(N - 1)m_n + \\ &\quad (Z + 1)M_H + E_n(A, T) + E_c(Z + 1)] = \\ &= m_n - M_H + E_c(Z) - E_c(Z + 1) \\ &= \Delta_{nH} - \Delta E_c(Z + 1, Z)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}M(Z, N) - M(Z - 1, N + 1) &= Nm_n + ZM_H + E_n(A, T) + E_c(Z) - [(N + 1)m_n + \\ &\quad (Z - 1)M_H + E_n(A, T) + E_c(Z - 1)] = \\ &= -m_n + M_H + E_c(Z) - E_c(Z - 1) \\ &= -\Delta_{nH} + \Delta E_c(Z, Z - 1)\end{aligned}$$

# Przesunięcia kulombowskie

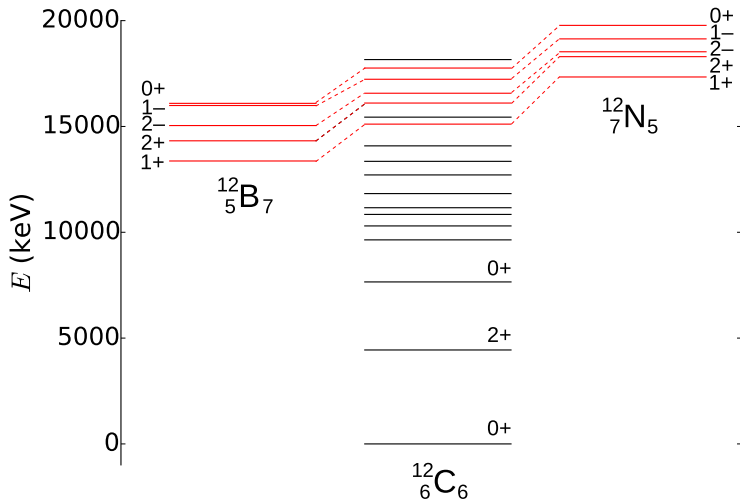
## Energia jednorodnie naładowanej kuli

$$E = \frac{3}{5} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R}$$
A blue sphere representing a uniformly charged sphere. A horizontal line from the center to the right edge is labeled 'R', representing the radius. A dashed line above the sphere indicates the top of the sphere. The letter 'Q' is placed above the sphere, representing the total charge.

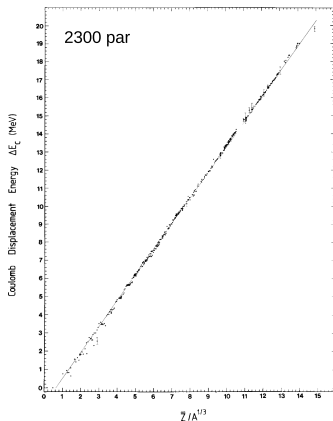
## Energia kulombowska jądra

$$\begin{aligned} E(Ze) - E((Z-1)e) &= \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R} (Z^2 - (Z-1)^2) \\ &= 1440 \text{ keV fm} \frac{6}{5 \cdot 1.2A^{1/3} \text{ fm}} (Z - 1/2) \\ &= 1440 \frac{Z - 1/2}{A^{1/3}} \text{ keV} \\ E((Z+1)e) - E(Ze) &= 1440 \frac{Z + 1/2}{A^{1/3}} \text{ keV} \end{aligned}$$

# Przesunięcia kulombowskie



# Przesunięcia kulombowskie - eksperymentalne wartości



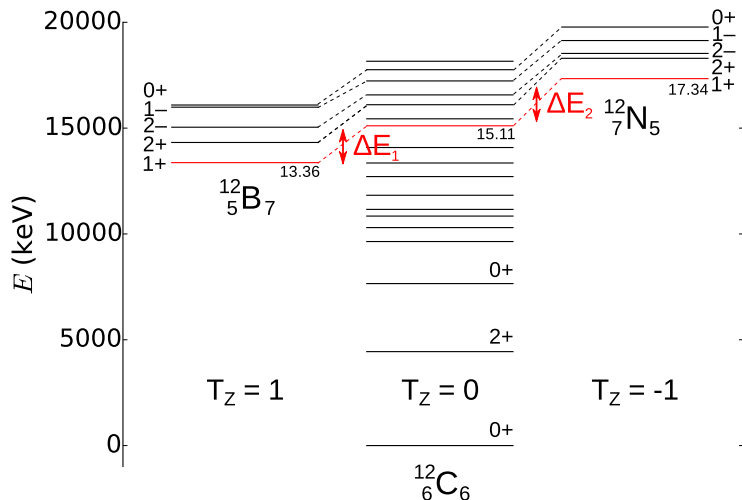
M. S. Antony, A. Pape, J. Britz, At. Data Nucl. Data Tables 66 (1997) 1

$$\Delta E_C = 1413.6(1)\bar{Z}/A^{1/3} - 913.38(11)$$

$$\bar{Z} = (Z_{<} + Z_{>})/2$$



# Przesunięcia kulombowskie



$$\Delta E_1 = \Delta E_c(^{12}\text{C} - ^{12}\text{B}) - \Delta_{nH} = 1703 \text{ keV, exp. } 1741 \text{ keV}$$

$$\Delta E_2 = \Delta E_c(^{12}\text{N} - ^{12}\text{C}) - \Delta_{nH} = 2321 \text{ keV, exp. } 2228 \text{ keV}$$

Z punktu widzenia oddziaływania silnego proton i neutron jest taką samą cząstką (nukleonem). Izospin będzie opisywał stan tej cząstki poprzez rzut na oś Z

$$t_z^p = -1/2, \quad t_z^n = +1/2.$$

Dla całego jądra

$$T_z = \sum_{i=1}^A t_z^i, \quad \hat{T} = \sum_{i=1}^A \hat{t}^i$$

Podobnie do spinu zdefiniujemy stany

$$|n\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |p\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

i operatory

$$\hat{t}_z = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \hat{t}_x = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{t}_y = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

## Stany własne

$$\begin{aligned}\hat{t}_z |t, t_z\rangle &= t_z |t, t_z\rangle \\ \hat{t}^2 |t, t_z\rangle &= t(t+1)\hbar^2 |t, t_z\rangle\end{aligned}$$

## Operatory podnoszenia izospinu

$$\begin{aligned}\hat{t}_0 &= \hat{t}_z \\ \hat{t}_+ &= \hat{t}_x + i\hat{t}_y \\ \hat{t}_- &= \hat{t}_x - i\hat{t}_y\end{aligned}$$
$$\begin{aligned}\hat{t}_0 |n\rangle &= 1/2 |n\rangle & \hat{t}_0 |\rho\rangle &= 1/2 |\rho\rangle \\ \hat{t}_+ |n\rangle &= 0 & \hat{t}_+ |\rho\rangle &= |n\rangle \\ \hat{t}_- |n\rangle &= |\rho\rangle & \hat{t}_- |\rho\rangle &= 0\end{aligned}$$

## Systematyka przesunięć

M. S. Antony, A. Pape, J. Britz, At. Data Nucl. Data Tables 66 (1997) 1

$$\Delta E_C = 1348.5(1)\bar{Z}/A^{1/3} - 644.9(2) \text{ keV dla } T = 1/2$$

$$\Delta E_C = 1414.4(2)\bar{Z}/A^{1/3} - 912.7(8) \text{ keV dla } T = 1$$

$$\Delta E_C = 1411.1(3)\bar{Z}/A^{1/3} - 886.8(13) \text{ keV dla } T = 3/2$$

$$\Delta E_C = 1406.7(6)\bar{Z}/A^{1/3} - 872.8(32) \text{ keV dla } T = 2$$

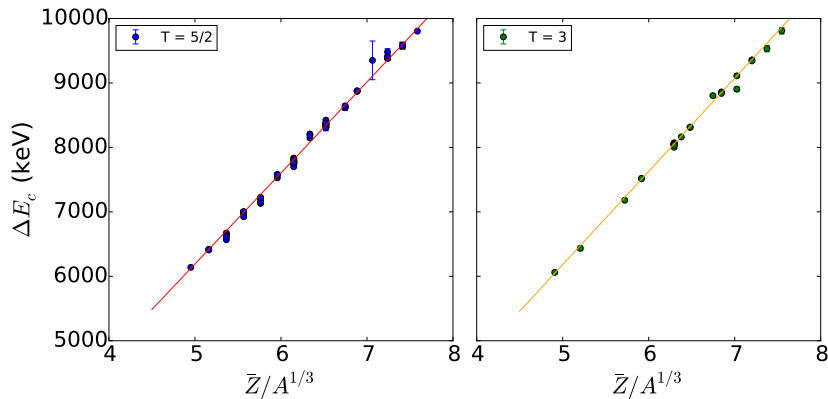
$$\bar{Z} = (Z_{<} + Z_{>})/2$$

K. M. Acta Phys. Pol. B44 (2013) 483

$$\Delta E_C = 1412.0(7)\bar{Z}/A^{1/3} - 868.9(39) \text{ keV dla } T = 5/2$$

$$\Delta E_C = 1446.3(9)\bar{Z}/A^{1/3} - 1050.9(58) \text{ keV dla } T = 3$$

# Przesunięcia kulombowskie



# Operator dozwolonych przejść beta

## Operator przejść beta

$$H' = G_V \sum_{k=1}^A \hat{t}_{\pm}(k) + G_A \sum_{k=1}^A \hat{\sigma}(k) \hat{t}_{\pm}(k)$$

## Reguły wyboru dozwolonych przejść beta

Przejścia Fermiego

$$\begin{aligned}\Delta T &= 0 \\ \Delta T_Z &= \pm 1 \\ \Delta J &= 0 \\ \Delta \pi &= 0\end{aligned}$$

Przejścia Gamowa-Tellera

$$\begin{aligned}\Delta T &= 0, \pm 1 \\ \Delta T_Z &= \pm 1 \\ \Delta J &= 0, \pm 1 \text{ (ale } 0^+ \not\rightarrow 0^+) \\ \Delta \pi &= 0\end{aligned}$$

# Jednocząstkowe elementy macierzowe

## Typu gamowa-tellera

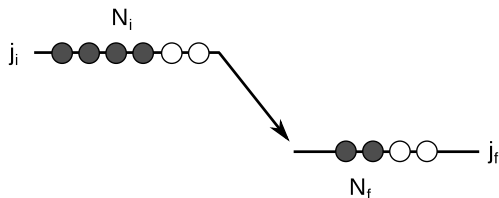
$$|M_{GT}^0|^2 =$$

$j_f \downarrow j_i \rightarrow$	$l + 1/2$	$l - 1/2$
$l + 1/2$	$\frac{2l+3}{2l+1}$	$\frac{4(l+1)}{2l+1}$
$l - 1/2$	$\frac{4l}{2l+1}$	$\frac{2l-1}{2l+1}$

## Typu fermiego

$$|M_F^0|^2 = (T \mp T_z)(T \pm T_z + 1) \quad (\beta^+/\beta^-)$$

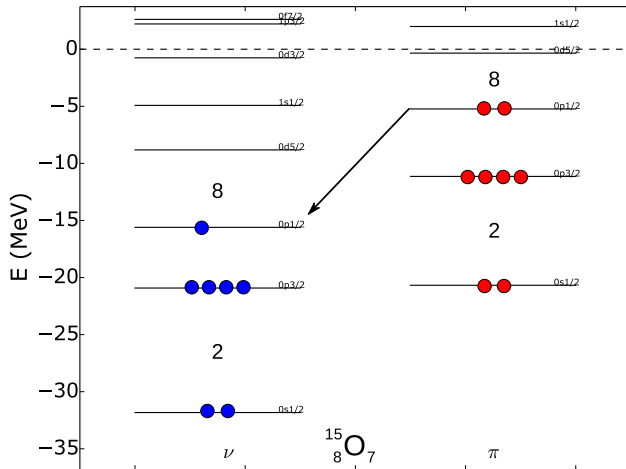
# Zredukowane prawdopodobieństwo przejścia



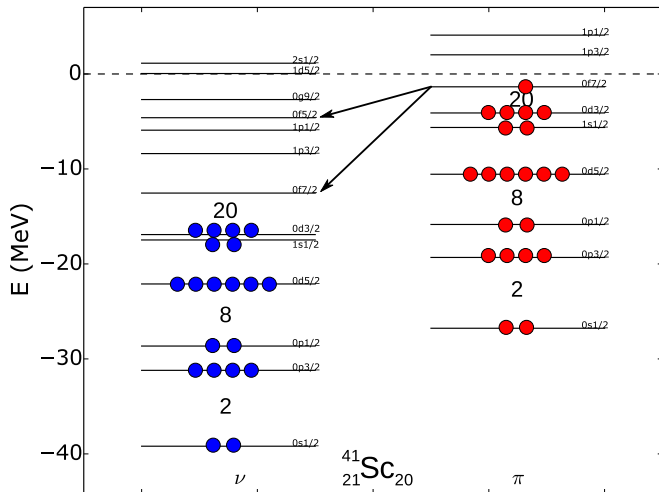
$$B_{GT} = |M_{GT}|^2 = N_i \left( 1 - \frac{N_f}{2j_f + 1} \right) |M_{GT}^0|^2$$



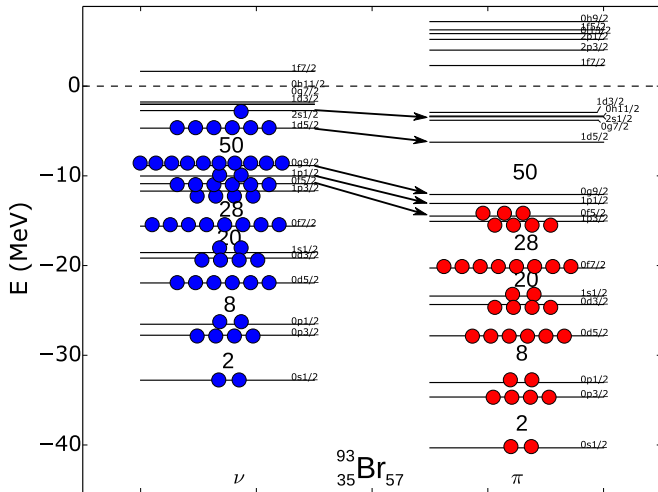
# Rozpad $^{15}\text{O}$



# Rozpad $^{41}\text{Sc}$

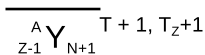
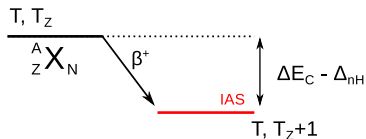


# Rozpad $^{93}\text{Br}$

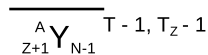
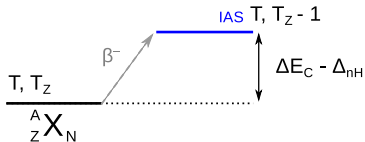


# Położenie izobarycznego stanu analogowego

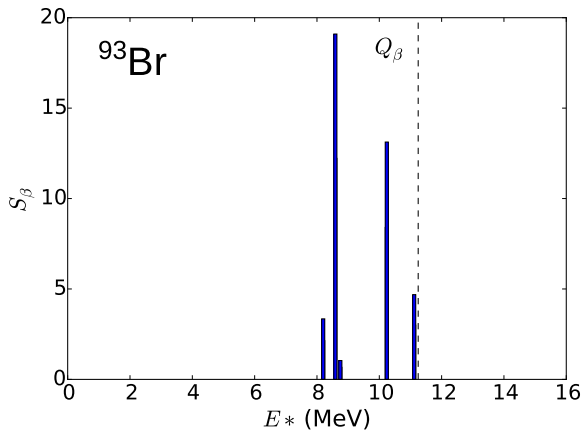
Jądra neutrono-deficytowe ( $T_Z < 0$ )



Jądra neutrono-nadmiarowe ( $T_Z > 0$ )



# Rozpad $^{93}\text{Br}$



- 1 Operatory spinu
- 2 Symetria lustrzana
- 3 Izospin
- 4 Operatory dozwolonych przejść beta
- 5 Przykłady

## Część 6: Emisja cząstek opóźnionych

# Energia separacji nukleonu

## Energia separacji neutronu

$$S_n = M(A - 1, Z) + m_n - M(A, Z)$$

$$S_n = \Delta(A - 1, Z) + \Delta_n - \Delta(A, Z)$$

## Energia separacji protonu

$$S_p = M(A - 1, Z - 1) + M_H - M(A, Z)$$

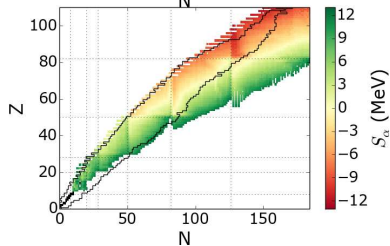
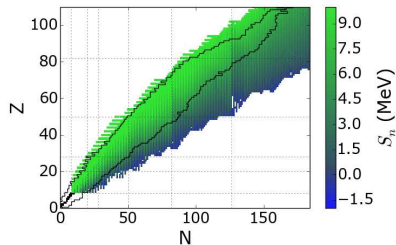
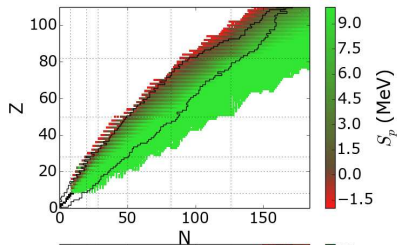
$$S_p = \Delta(A - 1, Z - 1) + \Delta_H - \Delta(A, Z)$$

## Energia separacji cząstki $\alpha$

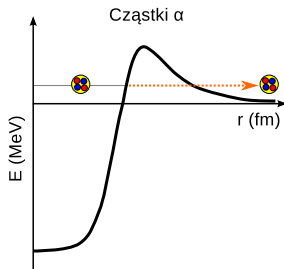
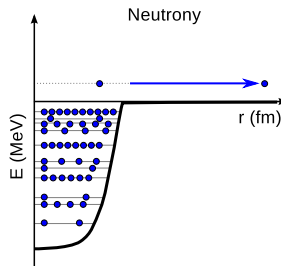
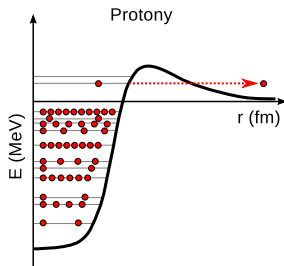
$$S_\alpha = M(A - 4, Z - 2) + M(4, 2) - M(A, Z)$$



# Energia separaciji



# Spontaniczna emisja cząstek



## Szerokość stanu quasi-stacjonarnego

$$\Gamma = \mathcal{N} \frac{\hbar^2}{4\mu} \exp \left\{ -2 \int_{r_1}^{r_2} |k(r)| dr \right\}$$

$$\hbar k(r) = \sqrt{2\mu[E - V(r)]}$$

$$\mathcal{N}^{-1} = \int_{r_0}^{r_1} \frac{dr}{k(r)} \cos^2 \left( \int_{r_0}^r k(r') dr' - \pi/4 \right)$$

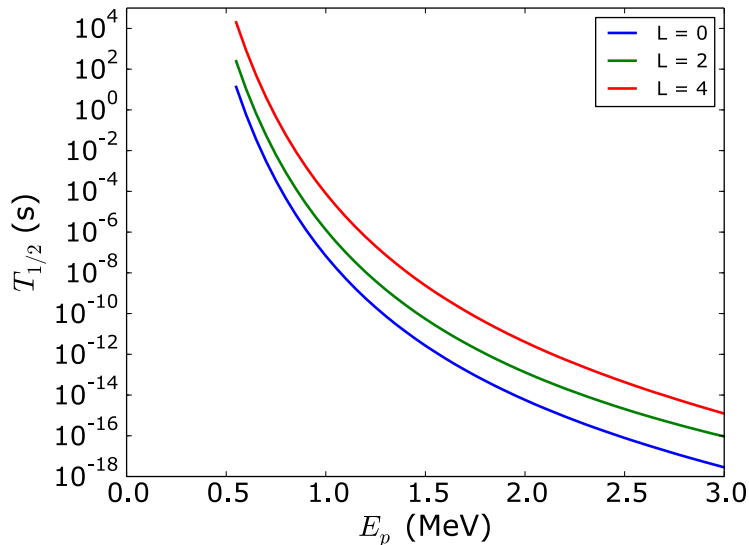
$$T_{1/2} = \frac{4.562 \times 10^{-22}}{\Gamma \text{ (MeV)}} \text{ (s)}$$

gdzie  $r_0, r_1, r_2$  - klasyczne punkty zwrotu

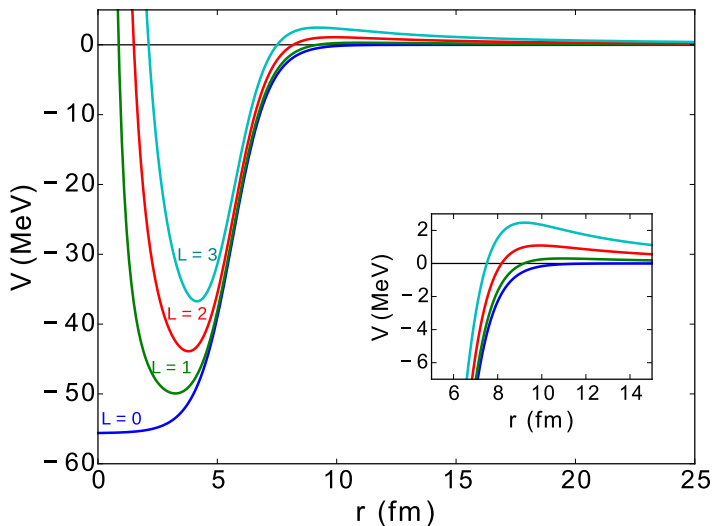
# Emisja protonów (ze stanu podstawowego)

Nucleus	$Q_p$ (keV)	Orbit	$t_{1/2}$				
			DWBA	TPA	TPA2	WKB	WKB1
$^{109}_{53}\text{I}_{56}$	829	$1d_{5/2}$	10 $\mu\text{s}$	10 $\mu\text{s}$	11 $\mu\text{s}$	9 $\mu\text{s}$	12 $\mu\text{s}$
$^{112}_{55}\text{Cs}_{57}$	823	$1d_{5/2}$	68 $\mu\text{s}$	67 $\mu\text{s}$	72 $\mu\text{s}$	64 $\mu\text{s}$	80 $\mu\text{s}$
$^{113}_{55}\text{Cs}_{58}$	977	$1d_{5/2}$	540 ns	540 ns	570 ns	510 ns	640 ns
$^{146}_{69}\text{Tm}_{77}$	1140	$0h_{11/2}$	350 ms	340 ms	380 ms	370 ms	530 ms
	1210	$0h_{11/2}$	53 ms	52 ms	58 ms	57 ms	81 ms
$^{147}_{69}\text{Tm}_{78}$	1071	$0h_{11/2}$	2.6 s	2.5 s	2.8 s	2.7 s	3.9 s
	1132	$1d_{3/2}$	210 $\mu\text{s}$	210 $\mu\text{s}$	220 $\mu\text{s}$	210 $\mu\text{s}$	260 $\mu\text{s}$
$^{150}_{71}\text{Lu}_{79}$	1283	$0h_{11/2}$	31 ms	30 ms	33 ms	33 ms	47 ms
$^{151}_{71}\text{Lu}_{80}$	1255	$0h_{11/2}$	60 ms	58 ms	64 ms	63 ms	90 ms
$^{156}_{73}\text{Ta}_{83}$	1028	$1d_{3/2}$	97 ms	96 ms	100 ms	96 ms	120 ms
	1130	$0h_{11/2}$	6.3 s	6.2 s	6.9 s	6.9 s	9.8 s
$^{157}_{73}\text{Ta}_{83}$	947	$2s_{1/2}$	220 ms	220 ms	230 ms	210 ms	170 ms
$^{160}_{75}\text{Re}_{85}$	1284	$1d_{3/2}$	230 $\mu\text{s}$	230 $\mu\text{s}$	250 $\mu\text{s}$	230 $\mu\text{s}$	290 $\mu\text{s}$
$^{161}_{75}\text{Re}_{86}$	1214	$2s_{1/2}$	190 $\mu\text{s}$	190 $\mu\text{s}$	200 $\mu\text{s}$	180 $\mu\text{s}$	145 $\mu\text{s}$
	1338	$0h_{11/2}$	86 ms	85 ms	94 ms	100 ms	150 ms
$^{165}_{77}\text{Ir}_{88}$	1733	$0h_{11/2}$	100 $\mu\text{s}$	100 $\mu\text{s}$	110 $\mu\text{s}$	110 $\mu\text{s}$	160 $\mu\text{s}$
$^{166}_{77}\text{Ir}_{89}$	1168	$1d_{3/2}$	21 ms	21 ms	22 ms	21 ms	27 ms
	1340	$0h_{11/2}$	280 ms	270 ms	290 ms	290 ms	410 ms
$^{167}_{77}\text{Ir}_{90}$	1086	$2s_{1/2}$	36 ms	36 ms	38 ms	35 ms	28 ms
	1261	$0h_{11/2}$	2.0 s	2.0 s	2.2 s	2.2 s	3.1 s
$^{171}_{79}\text{Au}_{92}$	1718	$0h_{11/2}$	350 $\mu\text{s}$	340 $\mu\text{s}$	380 $\mu\text{s}$	370 $\mu\text{s}$	530 $\mu\text{s}$
$^{183}_{83}\text{Bi}_{98}$	1611	$2s_{1/2}$	3.2 $\mu\text{s}$	3.1 $\mu\text{s}$	3.3 $\mu\text{s}$	3.1 $\mu\text{s}$	2.5 $\mu\text{s}$
	1611	$0h_{9/2}$	21 ms	20 ms	23 ms	23 ms	32 ms

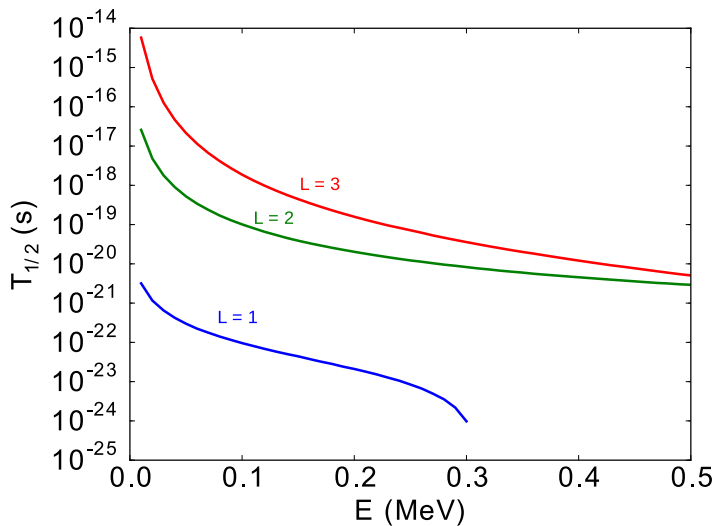
# Emisja protonów - oszacowanie



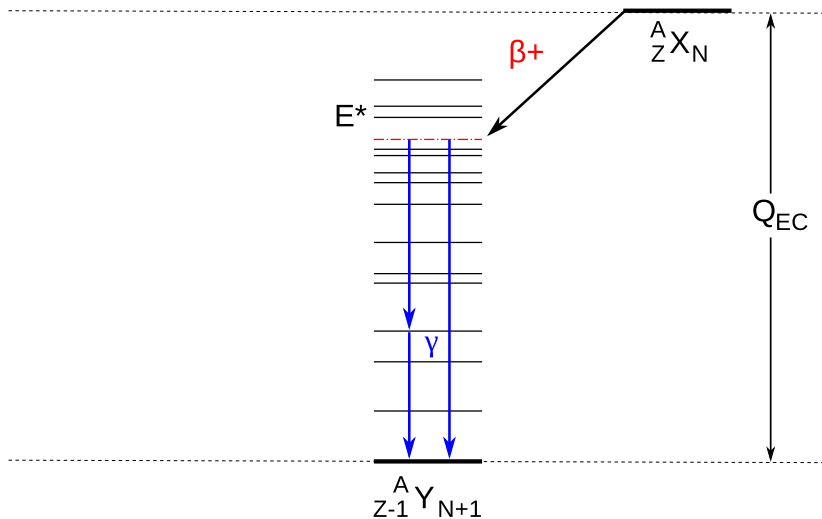
# Potencjał dla neutronów



# Emisja neutronów - oszacowanie

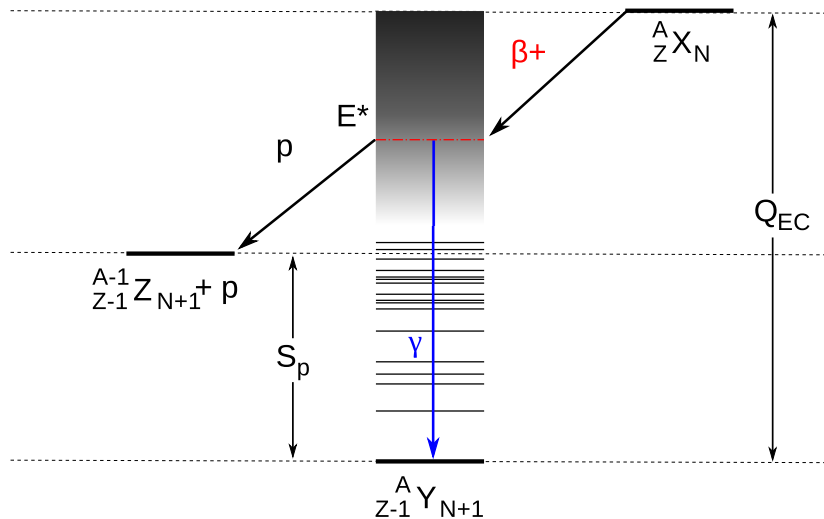


# Emisja protonów opóźnionych po rozpadzie $\beta$

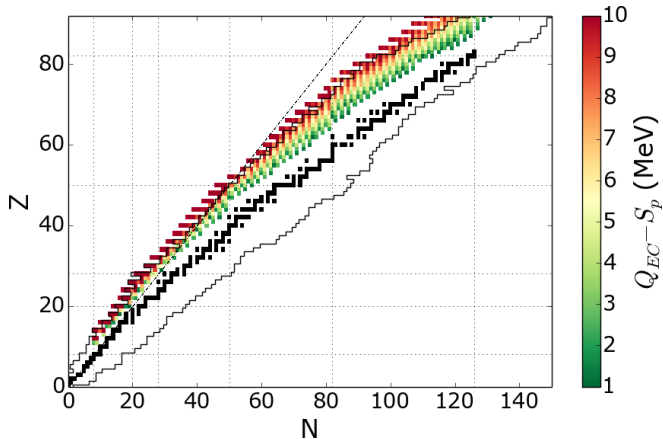




# Emisja protonów opóźnionych po rozpadzie $\beta$

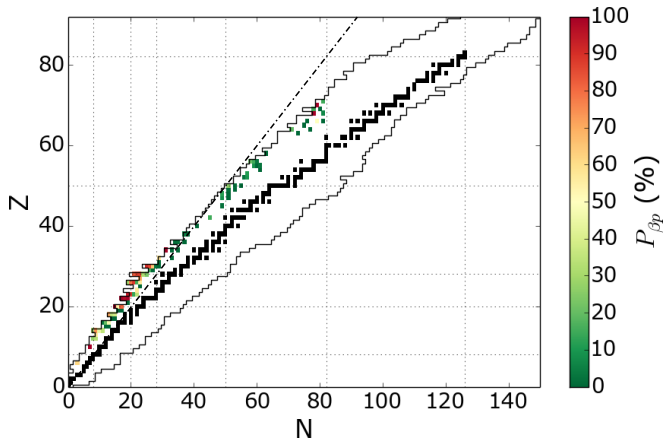


# Obszar występowania



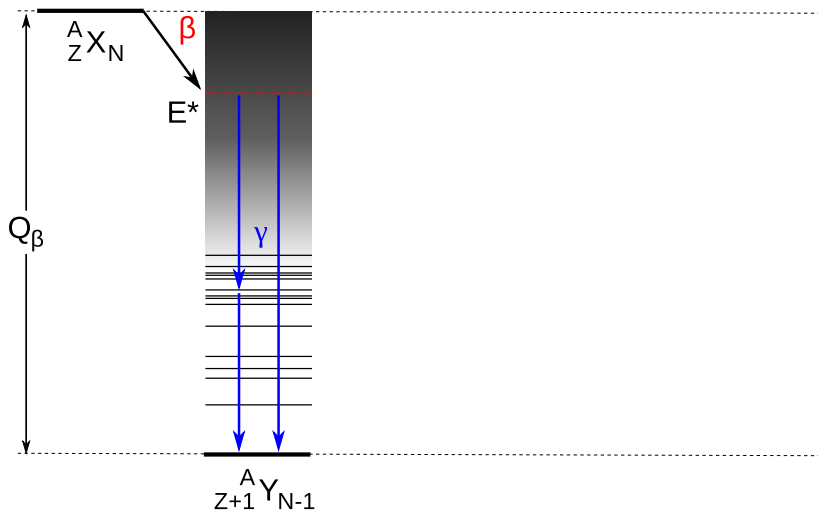
Model masowy HFB-21 S. Goriely et al., PRC82 (2010),  $\sim 1000$   $Q_{ECp} > 1$  MeV

# Znane emiterzy protonów opóźnionych

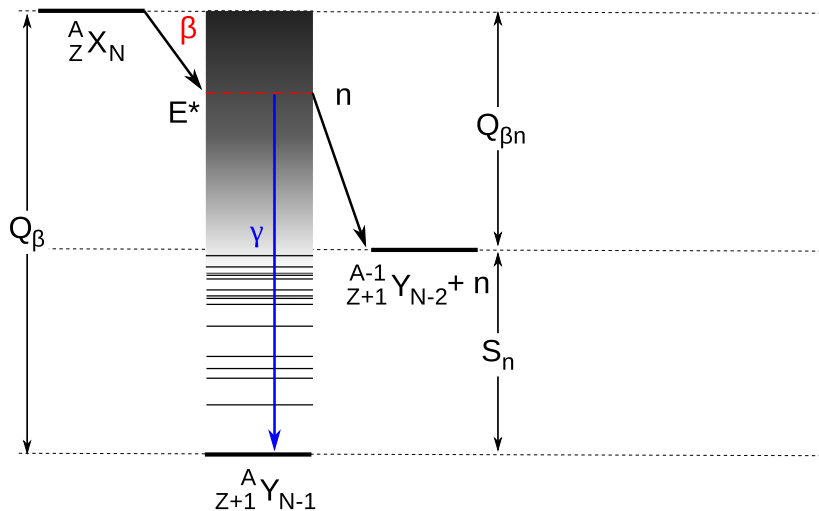


NNDC: 100  $P_p$  znanych wartości (dobrze określone)

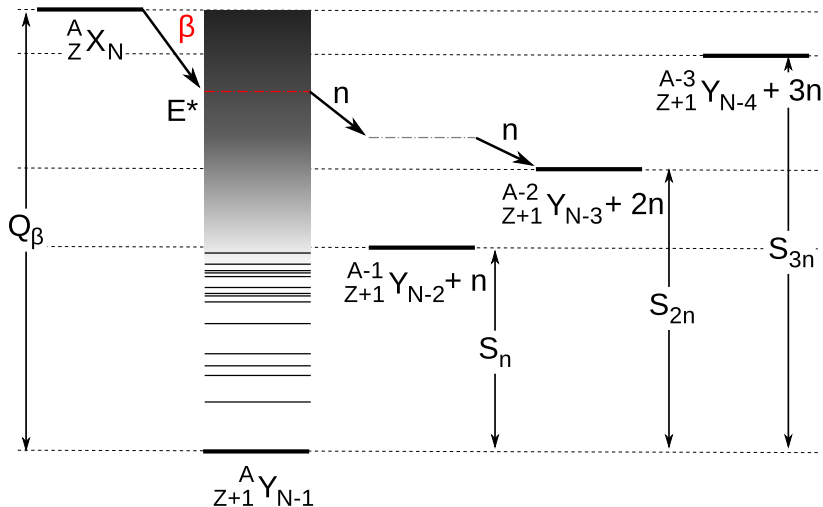
# Emisja neutronów opóźnionych po rozpadzie $\beta$



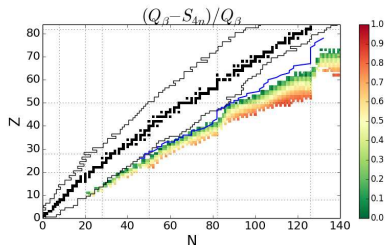
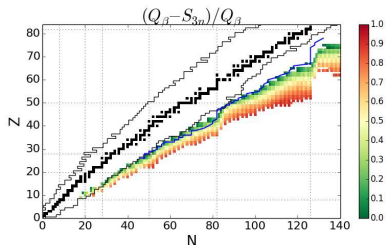
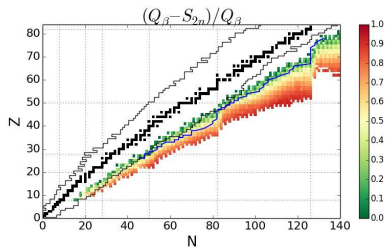
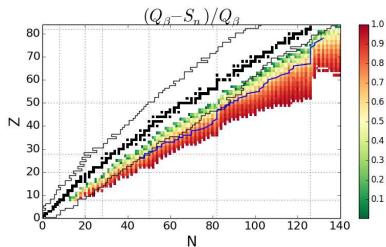
# Emisja neutronów opóźnionych po rozpadzie $\beta$



# Emisja neutronów opóźnionych po rozpadzie $\beta$



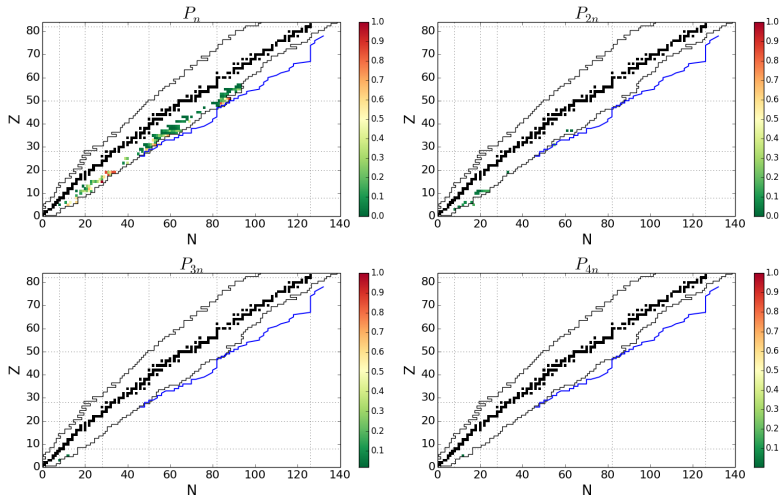
# Obszar występowania



model masowy HFB-21 S. Goriely et al., PRC82 (2010)

8387 bound nuclei: 4392  $\beta n$ , 3667  $\beta 2n$ , 3123  $\beta 3n$ , 2708  $\beta 4n$

# Znane emiterzy neutronów opóźnionych

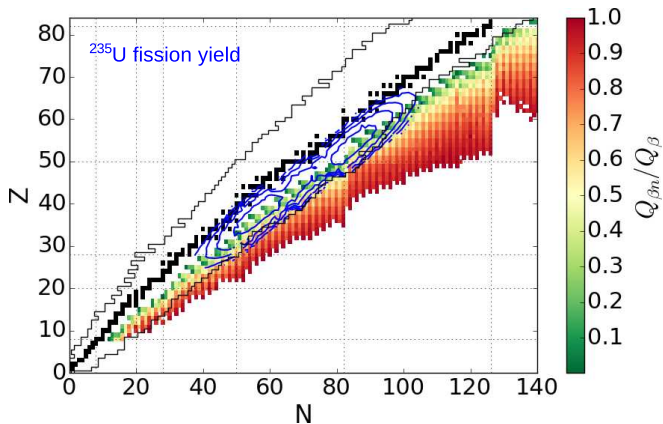


Eksperymentalnie znane wartości (dobrze określone)

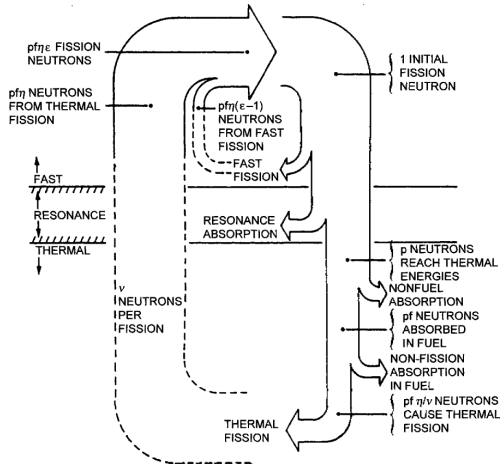
$160 \beta_n, 16 \beta_{2n}, 2 \beta_{3n}, 1 \beta_{4n}$



# Energetyka jądrowa



# Energetyka jądrowa

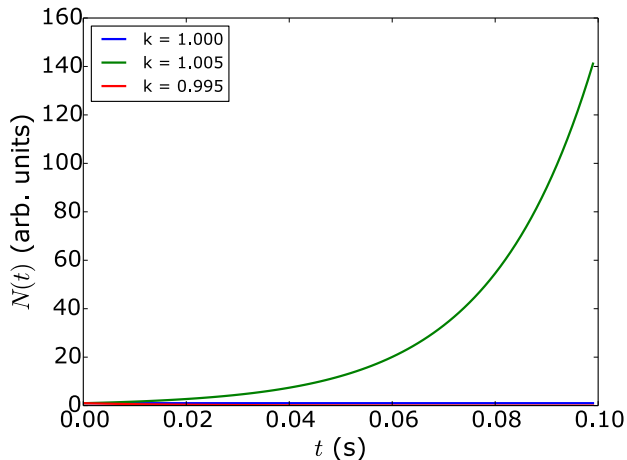


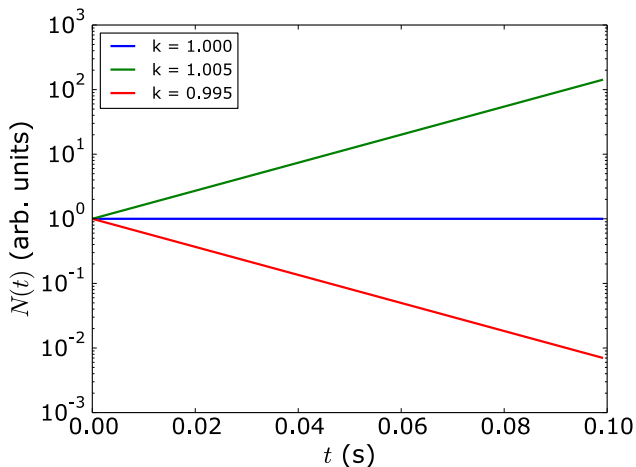
W. M. Stacey "Nuclear Reactor Physics"

## Neutrony natychmiastowe

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{k-1}{l} N(t) + S(t)$$

$$N(t) = N_0 \exp(k-1)t/l + \frac{Sl}{k-1} (\exp(k-1)t/l - 1)$$





## Neutrony natychmiastowe

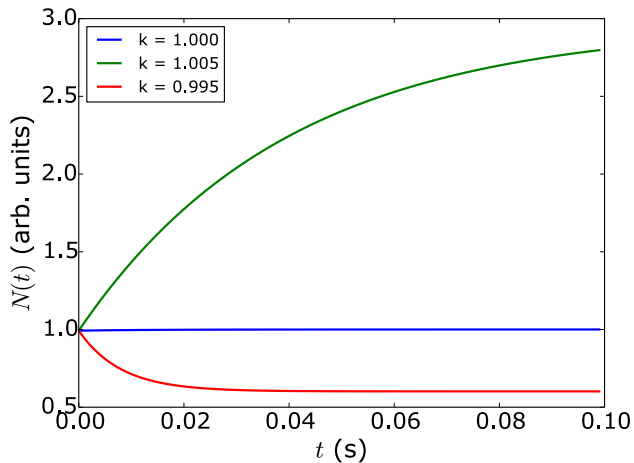
$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{k-1}{l} N(t) + S(t)$$

$$N(t) = N_0 \exp(k-1)t/l + \frac{Sl}{k-1} (\exp(k-1)t/l - 1)$$

## Neutrony opóźnie

$$N(t) = ((1-\beta)k)^m N_0 + \lambda C_0 ((1-\beta)k)^{m-1} + \lambda C_0 ((1-\beta)k)^{m-2} + \dots + \lambda C_0 ((1-\beta)k) + \lambda C_0$$

gdzie  $m = t/l$ .

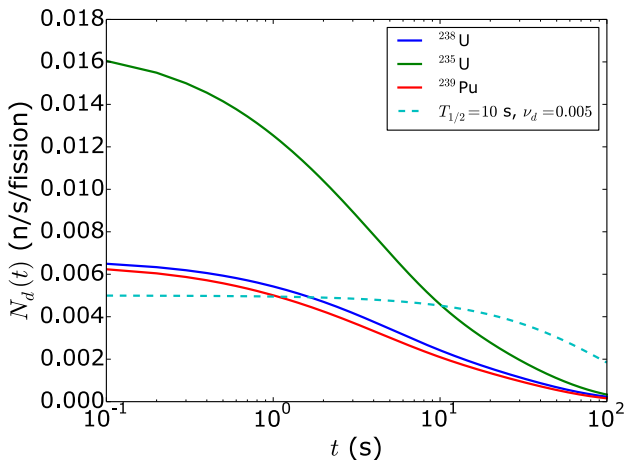


$$\lambda = 0.08, \beta = 0.0075$$

**TABLE 5.1 Delayed Neutron Parameters**

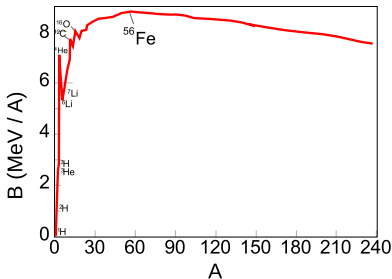
Group	Fast Neutrons		Thermal Neutrons	
	Decay Constant $\lambda_d$ ( $s^{-1}$ )	Relative Yield $\beta_i/\beta$	Decay Constant $\lambda_d$ ( $s^{-1}$ )	Relative Yield $\beta_i/\beta$
<sup>235</sup> U		$v_d = 0.00731$ $\beta = 0.0026$		$v_d = 0.00667$ $\beta = 0.0026$
1	0.0125	0.096	0.0126	0.086
2	0.0360	0.208	0.0337	0.299
3	0.138	0.242	0.139	0.252
4	0.318	0.327	0.325	0.278
5	1.22	0.087	1.13	0.051
6	3.15	0.041	2.50	0.034
<sup>235</sup> U		$v_d = 0.01673$ $\beta = 0.0064$		$v_d = 0.01668$ $\beta = 0.0067$
1	0.0127	0.038	0.0124	0.033
2	0.0317	0.213	0.0305	0.219
3	0.115	0.188	0.111	0.196
4	0.311	0.407	0.301	0.395
5	1.40	0.128	1.14	0.115
6	3.87	0.026	3.01	0.042
<sup>239</sup> Pu		$v_d = 0.0063$ $\beta = 0.0020$		$v_d = 0.00645$ $\beta = 0.0022$
1	0.0129	0.038	0.0128	0.035
2	0.0311	0.280	0.0301	0.298
3	0.134	0.216	0.124	0.211
4	0.331	0.328	0.325	0.326
5	1.26	0.103	1.12	0.086
6	3.21	0.035	2.69	0.044





# Nukleosynteza pierwiastków

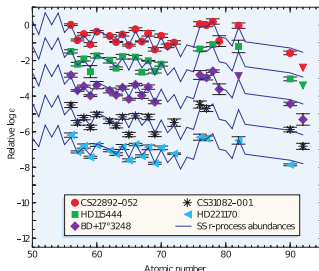
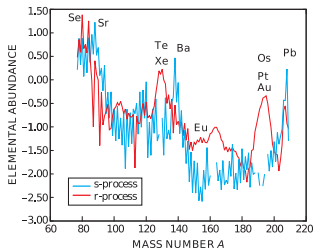
- Podczas Wielkiego wybuchu powstały H, He i Li
- Fuzja jądrowa w gwiazdach jest możliwa do Fe
  - p-p  $H \rightarrow He$
  - He  $\rightarrow C$
  - CNO
  - O  $\rightarrow Si, P, S$
  - gwiazdy  $> 8M_{\odot}$ :
  - C  $\rightarrow Ne$
  - Ne  $\rightarrow Mg$
  - Si  $\rightarrow S \rightarrow Ar \rightarrow \dots \rightarrow Fe$





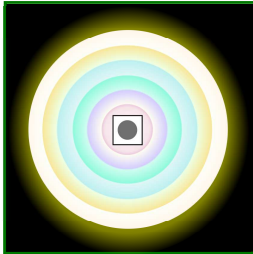
# Nukleosynteza pierwiastków

- Proces s nie jest w stanie w pełni wyjaśnić obserwowanego rozpowszechnienia pierwiastków
- Innymi postulowanym procesami są: proces szybkiego wychwyty neutronu (r) i protonu (rp)
- Proponowane astrofizyczne miejsca procesu r to np. supernowa II typu lub zderzenia gwiazd neutronowych

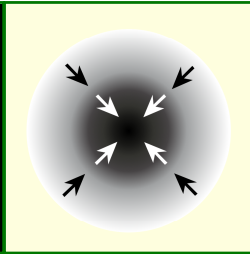


J. J. Cowan and C. Sneden, Nature 440(2006)1151

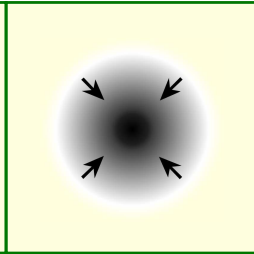
# Proces r



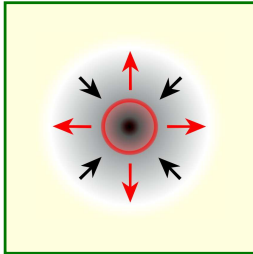
a



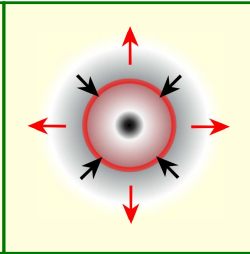
b



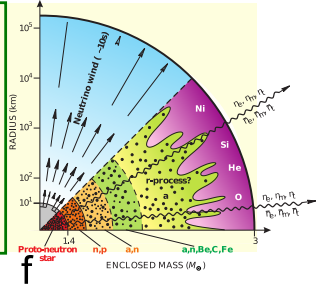
c



d

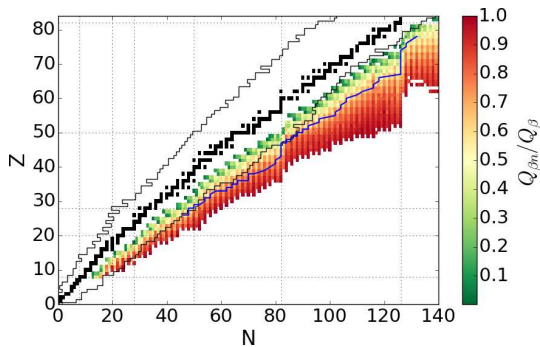


e

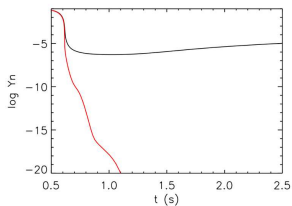
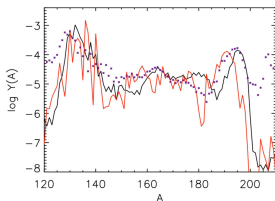


f

# Neutrony opóźnione - astrofizyka

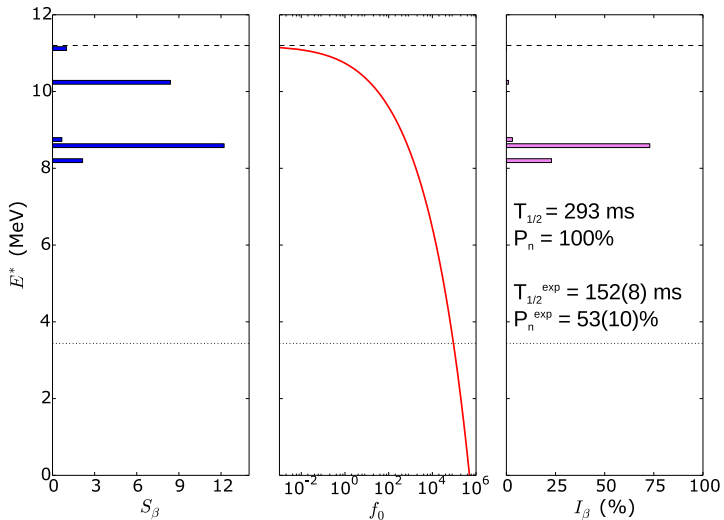


Z neutronami opóźnionymi  
Bez neutronów opóźnionych



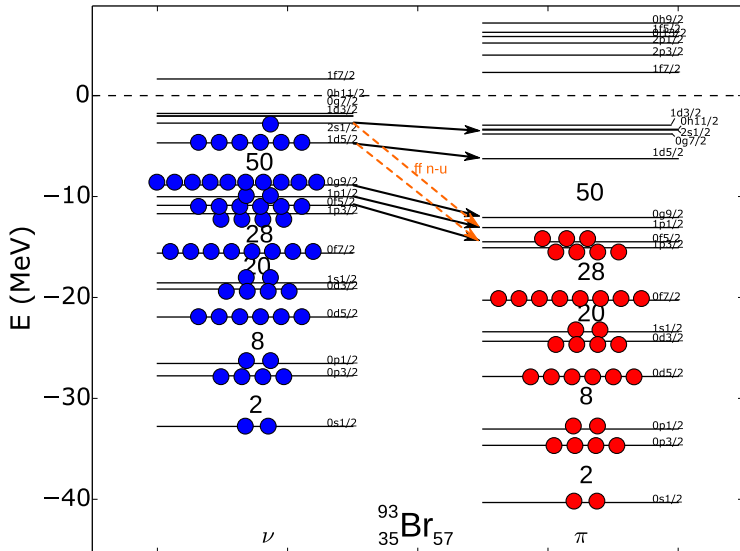


# Przykład - $^{93}\text{Br}$

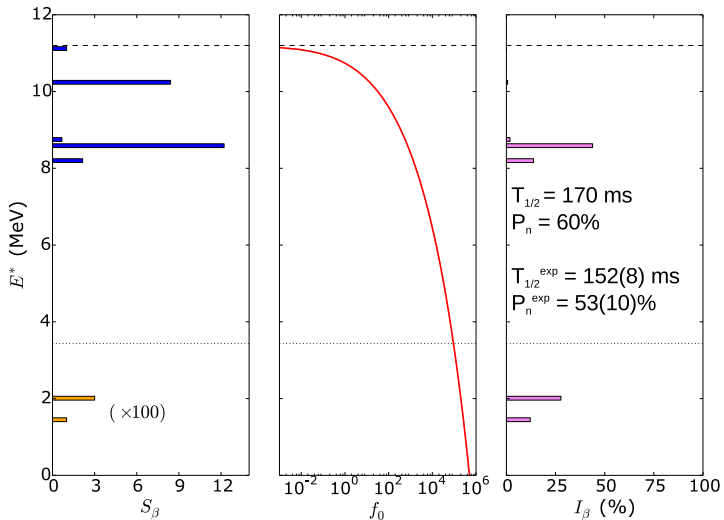




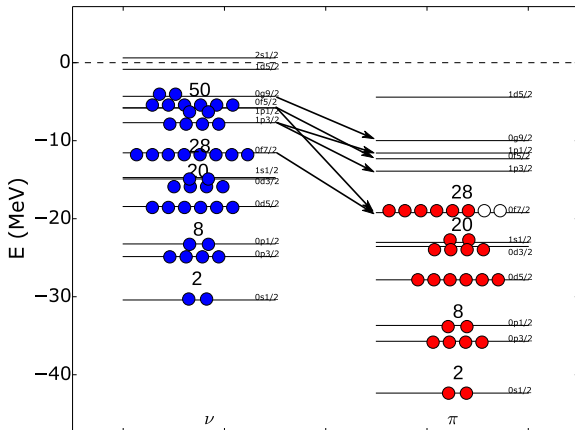
# Przykład - $^{93}\text{Br}$



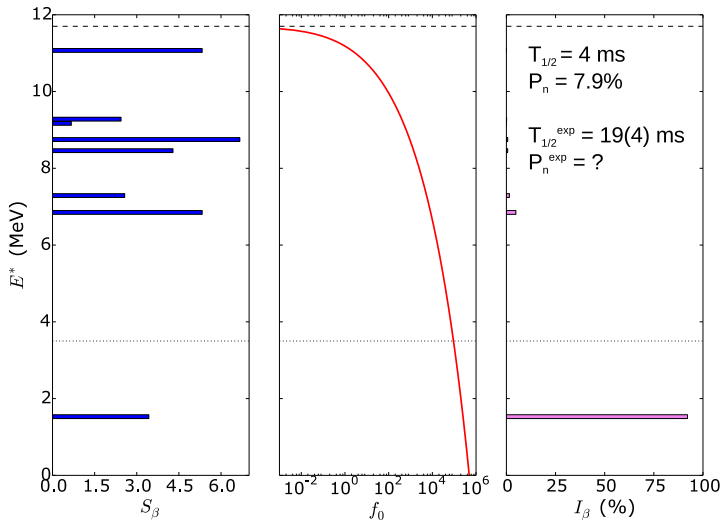
# Przykład - $^{93}\text{Br}$



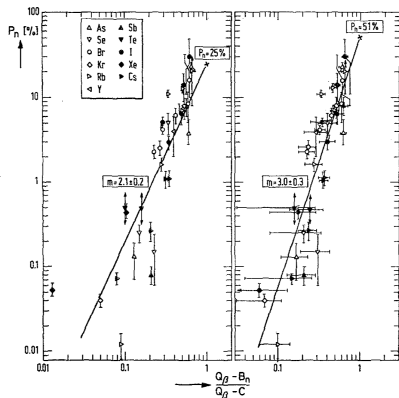
# Przykład - $^{72}\text{Fe}$



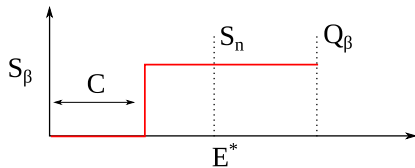
# Przykład - $^{72}\text{Fe}$



# Wzór Kratza-Hermana



K.-L. Kratz and G. Herrmann  
Z. Phys. 263(1973)435



$$\Gamma_n / \Gamma_{tot} \approx 1, \quad S_\beta \sim \text{const}$$

$$f(Z+1, Q_\beta - E) \sim (Q_\beta - E)^5$$

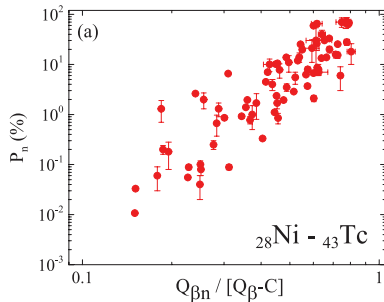
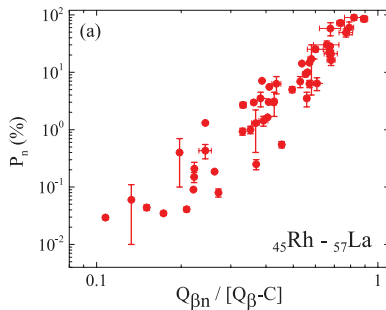
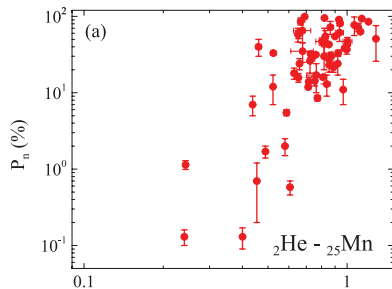
$$P_n = \left( \frac{Q_\beta - S_n}{Q_\beta - C} \right)^m$$

$$m \approx 6$$

Energia odcięcia  $C$  według jądra początkowego

$$C = \begin{cases} 0 & \text{dla p-p} \\ 13/\sqrt{A} & \text{dla p-n} \\ 26/\sqrt{A} & \text{dla n-n} \end{cases}$$

# Wzór Kratza-Hermanna

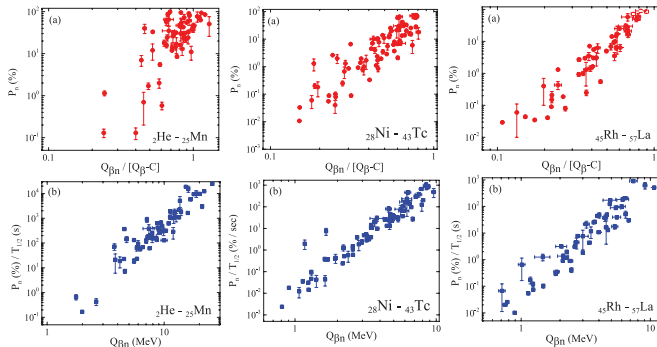


$Z < 25$	45	4.40
$28 < Z < 43$	119	5.45
$45 < Z < 57$	141	5.08

Parametry (2012):

E.A. McCutchan et al. PRC 86 (2012) 041305(R)

# Ulepszona systematyka



$$P_n = \frac{\int_{S_n}^{Q_\beta} S_\beta(E) f(Z+1, Q_\beta - E) dE}{\int_0^{Q_\beta} S_\beta(E) f(Z+1, Q_\beta - E) dE},$$

$$\frac{P_n}{T_{1/2}} = c Q_{\beta n}^d$$

	c	d
$Z < 25$	0.037	4.11
$28 < Z < 43$	0.0097	4.87
$45 < Z < 57$	0.016	4.55

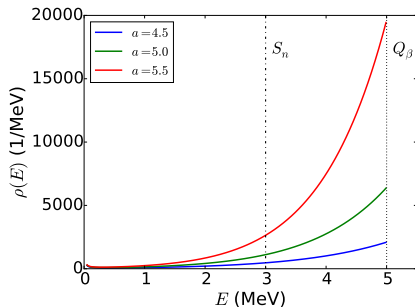
E.A. McCutchan et al. PRC 86 (2012) 041305(R)

# Efektywna gęstość stanów jądrowych

Gęstość stanów (model gazu fermionowego)

$$\rho(U) \sim \frac{\exp(\sqrt{aU})}{U^{5/4}\sigma}, \quad \sigma^2 \sim \sqrt{U}$$

A. Gilbert and A.G.W. Cameron  
Can. J. Phys. 43 (1965)





# Efektywna gęstość stanów jądrowych

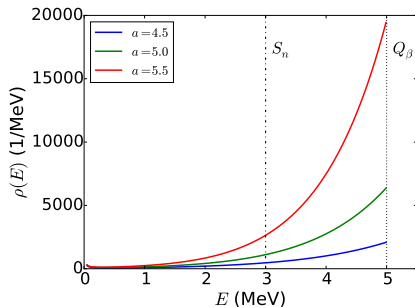
Gęstość stanów (model gazu fermionowego)

$$\rho(U) \sim \frac{\exp(\sqrt{aU})}{U^{5/4}\sigma}, \quad \sigma^2 \sim \sqrt{U}$$

A. Gilbert and A.G.W. Cameron  
Can. J. Phys. 43 (1965)

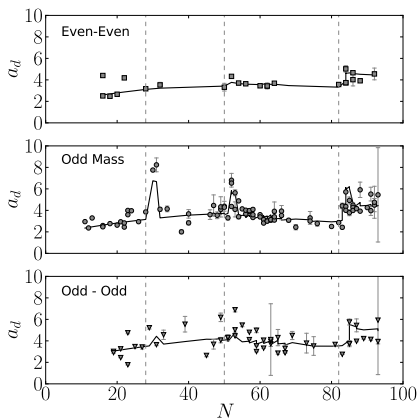
$$P_n = \frac{\int_{S_n}^{Q_\beta} S_\beta(E) f(Z+1, Q_\beta - E) dE}{\int_0^{Q_\beta} S_\beta(E) f(Z+1, Q_\beta - E) dE},$$

$$S_\beta(E) \sim \rho(E) \sim \frac{\exp(a_d \sqrt{E})}{E^{3/2}}.$$



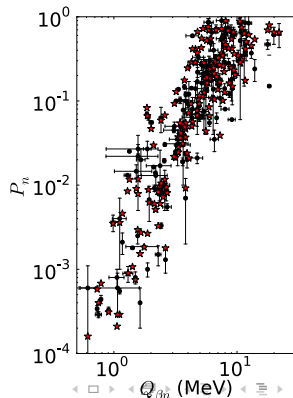
# Wyniki

Systematyka efektywnego parametru gęstości  $a_d$  dopasowanego do eksperymentalnych  $P_n$

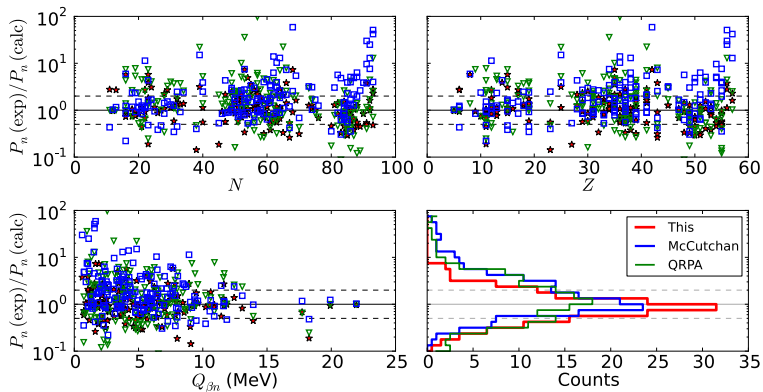


$$\begin{aligned} a_d(Z, N) &= a_1 N' + a_2 Z' + a_3 \sqrt{N} + e^m \\ N' &= N - (N_m^i + 2) \\ Z' &= Z - Z_m^i \end{aligned}$$

$$m = \begin{cases} m_n / \sqrt{N} & N = N_m^i + 2, 3 \\ 0 & \text{dla pozostałych} \end{cases}$$



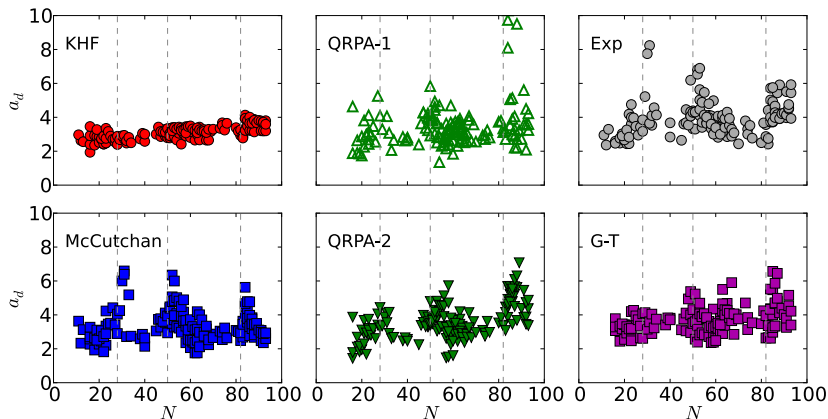
# Porównanie



Model	Norm. $\chi^2$	Model	Norm. $\chi^2$
KM	66	Gross Theory	415
McCutchan	78	QRPA	548
KHF	109		

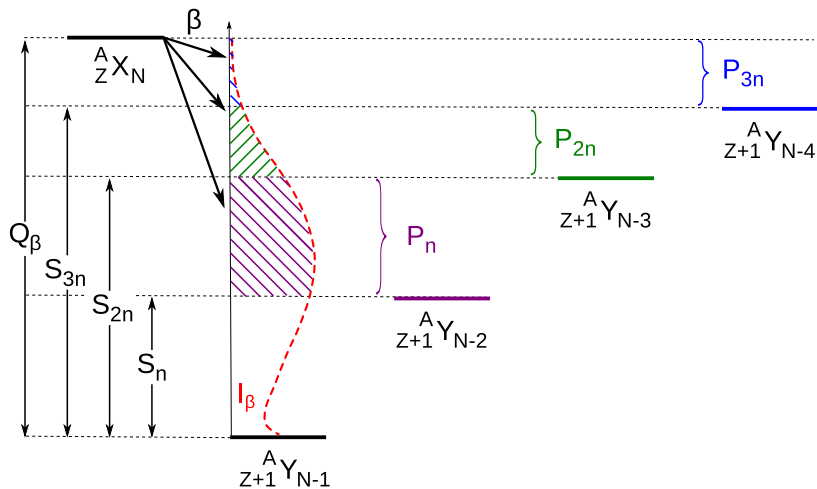
K.M. PRC 88(2013) 041301(R)

# Efektywny parametr gęstości

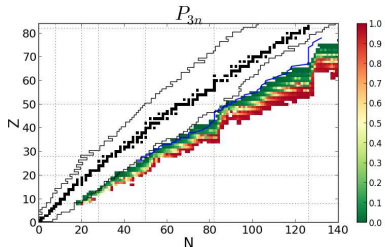
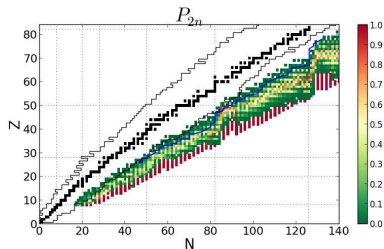
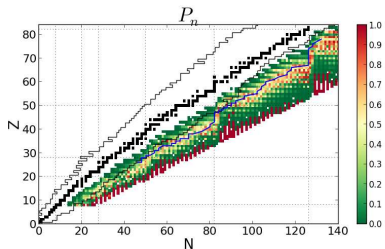


Parametr gęstości wyznaczony z wartości  $P_n$  innych modeli

# Model emisji wielu neutronów - metoda obciążenia



# Przewidywania modelu FRDM+QRPA

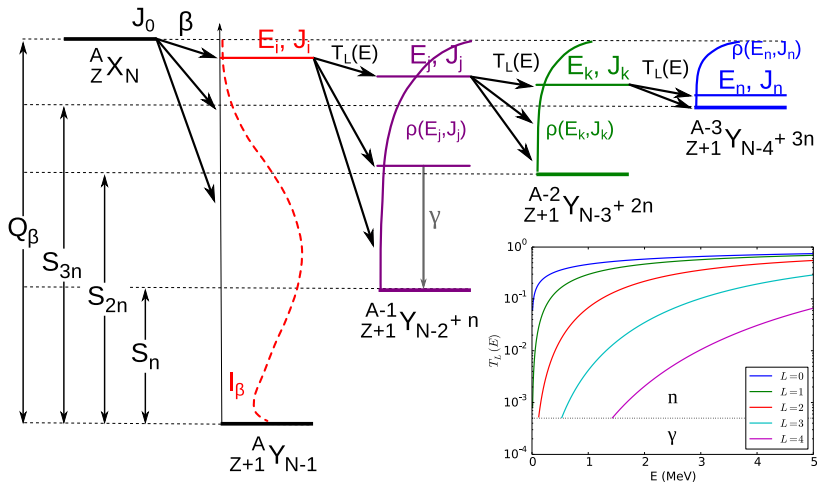


FRDM + QRPA P. Möller et al., PRC 67 (2003)

Przewidywania ( $> 1\%$ ): 3434  $\beta_n$ , 2516  $\beta_{2n}$ , 1857  $\beta_{3n}$



# Model emisji wielu neutronów





# Model emisji wielu neutronów

$$P_{1n} = 1/S \int_{S_n}^{Q_\beta} S_\beta(E_i) f(Q_\beta - E_i) dE_i \left( \int_{S_n}^{S_{2n}} \sum_{J_i=J_0-1}^{J_0+1} \omega(J_i) \sum_{J_j} T_l(E_i - E_j) \rho(E_j - S_n, J_j) dE_j \right. \\ \left. + \int_{S_{2n}}^{Q_\beta} \sum_{J_i=J_0-1}^{J_0+1} \omega(J_i) \sum_{J_j} T_l(E_i - E_j) \rho(E_j - S_n, J_j) \frac{\Gamma_\gamma(E_j)}{\Gamma_{tot}} dE_j \right)$$

$$P_{2n} = 1/S \int_{S_{2n}}^{Q_\beta} S_\beta(E_i) f(Q_\beta - E_i) dE_i \int_{S_{2n}}^{Q_\beta} \sum_{J_i=J_0-1}^{J_0+1} \omega(J_i) \sum_{J_j} T_l(E_i - E_j) \rho(E_j - S_{2n}, J_j) \frac{\Gamma_n(E_j)}{\Gamma_{tot}} dE_j \\ \left( \int_{S_{2n}}^{S_{3n}} \sum_{J_k} T_l(E_j - E_k) \rho(E_k - S_{2n}, J_k) \frac{\Gamma_n(E_k)}{\Gamma_{tot}} dE_k + \int_{S_{3n}}^{Q_\beta} \sum_{J_k} T_l(E_j - E_k) \rho(E_k - S_{2n}, J_k) \frac{\Gamma_\gamma(E_k)}{\Gamma_{tot}} dE_k \right)$$

$$P_{>3n} = 1/S \int_{S_{3n}}^{Q_\beta} S_\beta(E_i) f(Q_\beta - E_i) dE_i \int_{S_{3n}}^{Q_\beta} \sum_{J_i=J_0-1}^{J_0+1} \omega(J_i) \sum_{J_j} T_l(E_i - E_j) \rho(E_j - S_{2n}, J_j) \frac{\Gamma_n(E_j)}{\Gamma_{tot}} dE_j \\ \int_{S_{3n}}^{Q_\beta} \sum_{J_k} T_l(E_j - E_k) \rho(E_k - S_{3n}, J_k) \frac{\Gamma_n(E_k)}{\Gamma_{tot}} dE_k \int_{S_{3n}}^{Q_\beta} \sum_{J_n} T_l(E_k - E_n) \rho(E_n - S_{3n}, J_n) \frac{\Gamma_n(E_n)}{\Gamma_{tot}} dE_n$$

$$S = \int_0^{Q_\beta} S_\beta(E_i) f(Q_\beta - E_i) dE_i,$$

# Gęstość stanów jądrowych

$$\rho(U, J_j) = \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{a^{1/4} U^{5/4}} (2J_j + 1) \frac{\exp(-(J_j + 1/2)^2 / 2\sigma^2)}{48\sqrt{2}\sigma^3},$$

gdzie  $a$  to parametr gęstości stanów

$$a/A = \begin{cases} 0.00917 \times S + 0.142 & \text{niezdeformowane} \\ 0.00917 \times S + 0.120 & \text{zdeformowane} \end{cases},$$

$S = S(Z) + S(N)$  to stabelaryzowana poprawka powłokowa, a  $\sigma$  to

$$\sigma^2 = 0.0888\sqrt{(aU)A^{2/3}},$$

gdzie  $U$  jest powiązane z energią wzbudzenia  $E^* = E_j - S_n$  przez

$$U = E^* - P(Z) - P(N),$$

gdzie  $P(Z)$ ,  $P(N)$  to stabelaryzowane przerwy energetyczne dla protonów i neutronów

# Współczynnik transmisji neutronów

$$T_l = \frac{4s_l KR}{\Delta_l^2 + (s_l + KR)^2},$$

$$\Delta_l = R \left[ \frac{G_l \frac{dG_l}{dr} + F_l \frac{dF_l}{dr}}{G_l^2 + F_l^2} \right]_{r=R},$$

$$s_l = R \left[ \frac{G_l \frac{dF_l}{dr} - F_l \frac{dG_l}{dr}}{G_l^2 + F_l^2} \right]_{r=R},$$

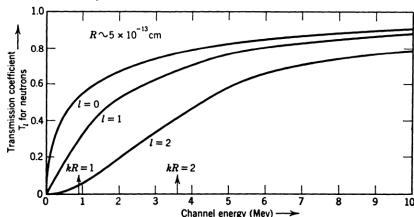
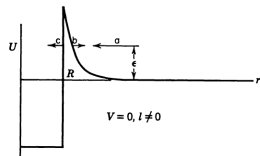
$$F_l = krj_l(kr),$$

$$G_l(r) = -krn_l(kr),$$

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E,$$

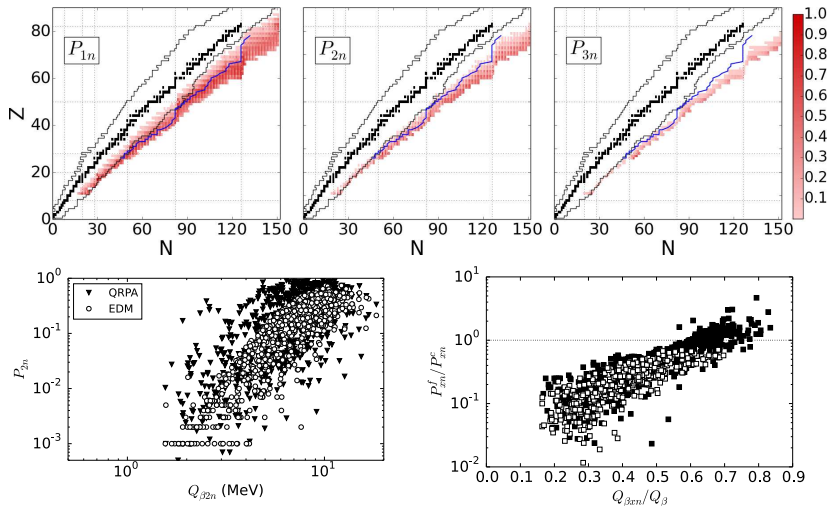
$$K^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E_F + E),$$

$$\frac{\Gamma_n(E, l)}{\Gamma_n(E, l) + \Gamma_\gamma(E)} = \begin{cases} 1 & T_l(E) > T_{thres} \\ 0 & T_l(E) \leq T_{thres} \end{cases}$$



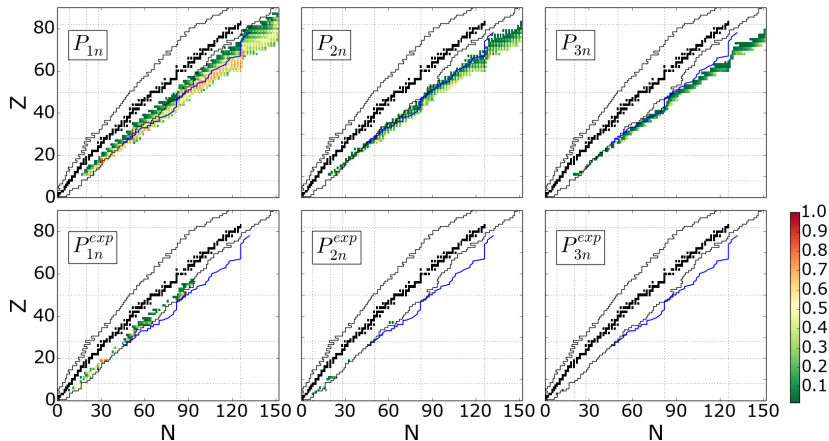
J. M. Blatt & V. F. Weiskopf "Theoretical Nuclear Physics"

# Model emisji wielu neutronów - wyniki



K.M. PRC 90(2014) 054306

# Przyszłość



- 1 Energia separacji nukleonu
- 2 Emisja protonów opóźnionych
- 3 Emisja neutronów opóźnionych
- 4 Energetyka jądrowa
- 5 Astrofizyka
- 6 Opis teoretyczny
- 7 Modele