Jan Żylicz

ODDZIAŁYWANIA FUNDAMENTALNE W FIZYCE JĄDROWEJ

UW, rok akad. 2015/2016
semestr zimowy

WSTĘP

Cel wykładu

Próba przekonania Słuchaczy, lub umocnienia Ich świadomości, że badania z zakresu fizyki jądrowej niskich energii, teraz i przez wiele następnych lat, mogą przynieść odpowiedzi na pytania o fundamentalnym znaczeniu poznawczym.

(i) Mowa będzie o zachowaniu się skrajnie zimnych neutronów w polu grawitacyjnym Ziemi (obserwacja stanów kwantowych, poszukiwanie odstępstwa od prawa grawitacji na bardzo małych odległościach).

(ii) Przedstawione będą badania promieniotwórczości β, ze szczególnym uwzględnieniem rozpadu neutronu, mające na celu testowanie Modelu Standardowego (m.in. sprawdzanie unitarności macierzy *CKM* i poszukiwanie wkładu oddziaływania skalarnego).

(iii) Dyskutowane będą kwestie symetrii i praw zachowania w odniesieniu do zjawisk jądrowych (m.in. na przykładzie badań własności neutrina i poszukiwań dipolowego momentu elektrycznego neutronu).

Spis wykładów

1. Neutrony i grawitacja
2. Przemiana *β* neutronu
3. Stałe sprzężenia, macierz *CKM*, plany dalszych badań
4. Przejścia Fermiego $0^+ \rightarrow 0^+$ i macierz *CKM*
5. Poszukiwanie wkładu oddziaływania skalarnego
6. Przemiana *β* na drodze wychwytu elektronu
7. Neutrino i liczba leptonowa
8. Poszukiwanie rozpadu *ββ0v*
9. Transformacja neutrin słonecznych
10. Oscylacje i masy neutrin
11. Symetrie i prawa zachowania
12. Addytywne prawa zachowania
13. Transformacje *P*, *C*, *T* i prawa zachowania

Wybrane artykuły przeglądowe

- N.Severijns et al., Rev.Mod.Phys. 78 (2006) 991
  Tests of the standard electroweak model in nuclear beta decay

- H. Abele, Progress in Particle and Nuclear Physics 60 (2008) 1
  The neutron. Its properties and basic interactions

- E.W. Otten & Ch. Weinheimer, Rep. on Progr. in Phys. 71 (2008) 08621
  Neutrino mass limit from tritium β decay

- F.T. Avignone et al., Rev. Mod. Phys. 80 (2008) 481
  Double beta decay, Majorana neutrino, and neutrino mass

- D. Dubbers & G. Schmidt, Rev. Mod. Phys. 83 (2011) 1111
  The neutron and its role in cosmology and particle physics

Wybrane książki

- K.Siegbahn (Ed.), *Alpha-, Beta- and Gamma-ray spectroscopy,* North-North-Holland, Amsterdam 1965
- H. Frauenfelder & E.M. Henley, *Subatomic Physics,* Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1974
- R.J.Blin-Stoyle, *Nuclear and Particle Physics*, Chapman & Hall, London 1991 (IFT 19463)
- W.C.Haxton and E.M.Henley, *Symmetries and Fundamental Interactions in Nuclei,* World Scientific, Singapore 1995 (IFT 20685)
- D.Giulini et al., *Quantum Gravity*, Springer, Berlin 2003 (IFT 22794)
- E.M. Henley & A. Garcia, *Subatomic Physics (3rd ed.)*, World Scientific, Singapore 2010
- D. Griffiths, *Introduction to elementary particles physics (2nd ed.),* WILEY-VCH, Weinheim 2008

Wykład 1

NEUTRONY I GRAWITACJA

1.1. Oddziaływanie grawitacyjne na małych odległościach

1.2. Wizytówka neutronu

1.3. Neutrony z rozszczepienia ^{235}U w reaktorze

1.4. Neutrony skrajnie zimne (UCN)

1.5. Załamanie i odbicie fali neutronowej

1.6. Kwantowe stany neutronu w polu grawitacyjnym – teoria

1.7. Obserwacja stanów kwantowych neutronu

Neutron w polu grawitacyjnym Ziemi - literatura

koncepcja eksperymentu (ZIBJ, Dubna)

- V.I.Luschikov and A.I.Frank, JETP Lett. 28 (1978) 559

eksperymenty w ILL (Grenoble, Francja)

- V.V.Nesvizhevsky et al., Phys. Rev. D67 (2003) 102002
- A. Westphal et al., EPJ C51 (2007) 367

książki

- D.Giulini et al., „Quantum Gravity", Springer, Berlin 2003 (IFT 22794)
- L.Dobrzyński, K.Blinowski, „Neutrons and Solid State Physics", Harwood, NY 1994

praca doktorska

- A. Westphal, „Quantum Mechanics and Gravitation", Diploma Thesis, Univ. of Heidelberg 2002 (arXiv: gr-qc/0208062)

1.1. ODDZIAŁYWANIE GRAWITACYJNE NA MAŁYCH ODLEGŁOŚCIACH

C.D.Hoyle et al. , Phys. Rev. Lett. 86 (2001) 1418

„Submilimeter test of the gravitational inverse-square law …”
(i prace teoretyczne tam cytowane).

$$V(r) = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r}(1+\alpha e^{-r/\lambda})$$

$$G = 6.673 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$$

Przy zastosowaniu wahadła torsyjnego stwierdzono stosowalność prawa w standardowej wersji ($\alpha=0$)
dla odległości $r > 218\ \mu m$.

1.2. WIZYTÓWKA NEUTRONU

Odkrycie: J. Chadwick 1932

Wybrane własności

Masa	$m = 939.57\ MeV/c^2$
Ładunek	$Q = 0$
Spin i parzystość	$J^P = 1/2^+$
Moment magnetyczny	$\mu = -1.913\ \mu_N$
Przemiana beta	$n \to p + e^- + \overline{\nu}_e$
Energia przemiany	$Q_{\beta-} = 0.782\, MeV$
Średni czas życia	$\tau = 885.7 \pm 0.8\ s$

G. Audi et al., NUBASE 2012, Chinese Physics C36 (2012) 1157

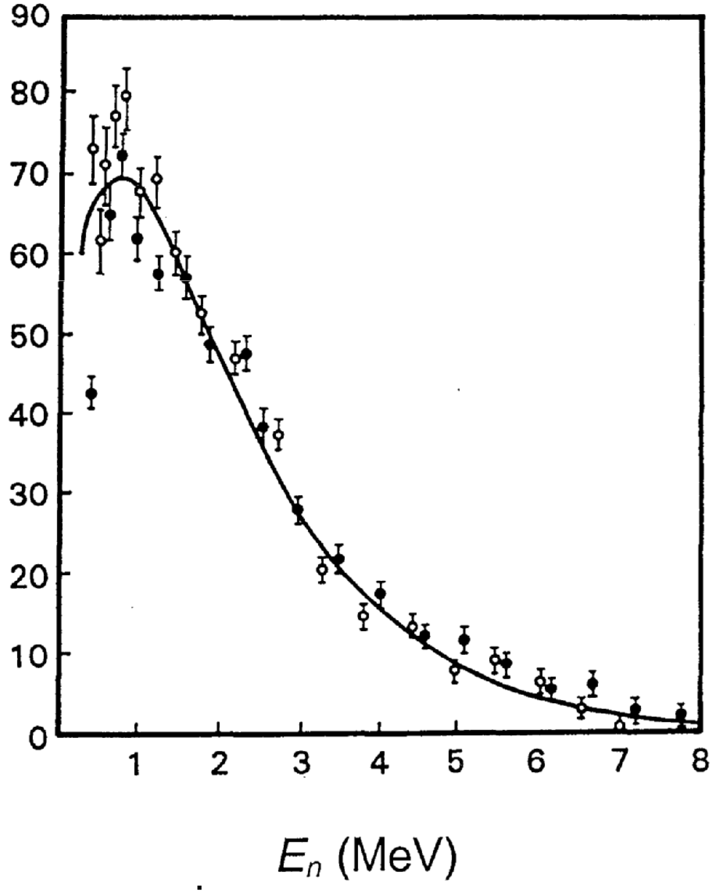
1.3. NEUTRONY Z ROZSZCZ. ^{235}U W REAKTORZE

Średnia liczba neutronów: 2.5 na akt rozszczepienia.

Średnia energia kinetyczna: $\overline{E}_n \approx 2\ MeV.$

Widmo energetyczne pierwotne (jednostki względne) →

Nereson, PR 88(1953)823



SPOWALNIANIE NEUTRONÓW

Spowalniacz: H_2O, D_2O, grafit

Proces spowalniania

– początkowo zderzenia z jądrami,

– przy *E* ~ 1 eV istotna struktura molekuł,

– przy *E* < 0.1 eV molekuły jak sztywne obiekty.

Wynik końcowy

– w przybliżeniu rozkład Maxwella

PRZYBLIŻONE ZALEŻNOŚCI DLA NEUTRONÓW NIERELATYWISTYCZNYCH

Energia kinetyczna (eV) → temperatura (K)

$$E = kT \qquad k = 8.617 \times 10^{-5}\ eV/K$$

$$T = 1.16 \times 10^{4} \times E$$

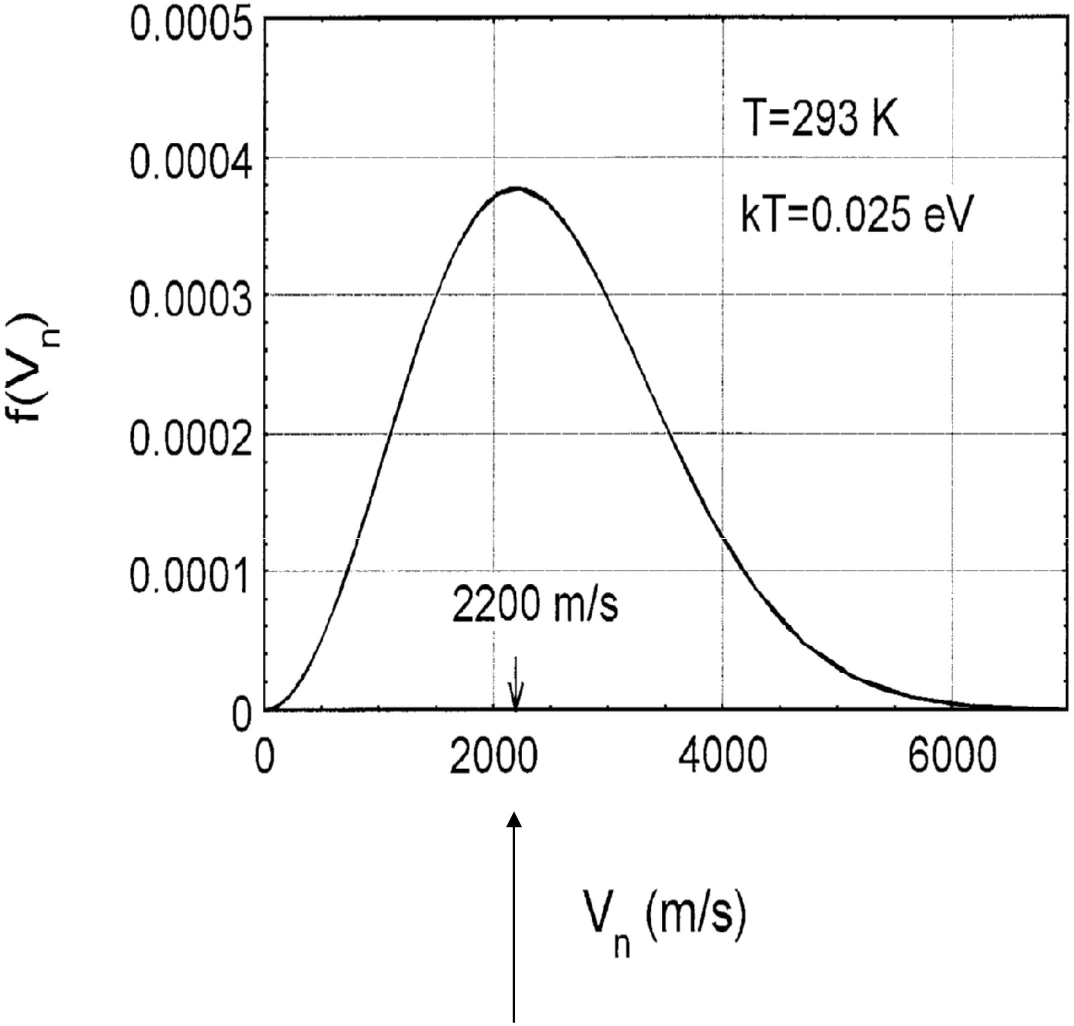
Energia (eV) → długość fali (nm)

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{0.0286}{\sqrt{E}}$$

Energia (eV) → prędkość (m/s)

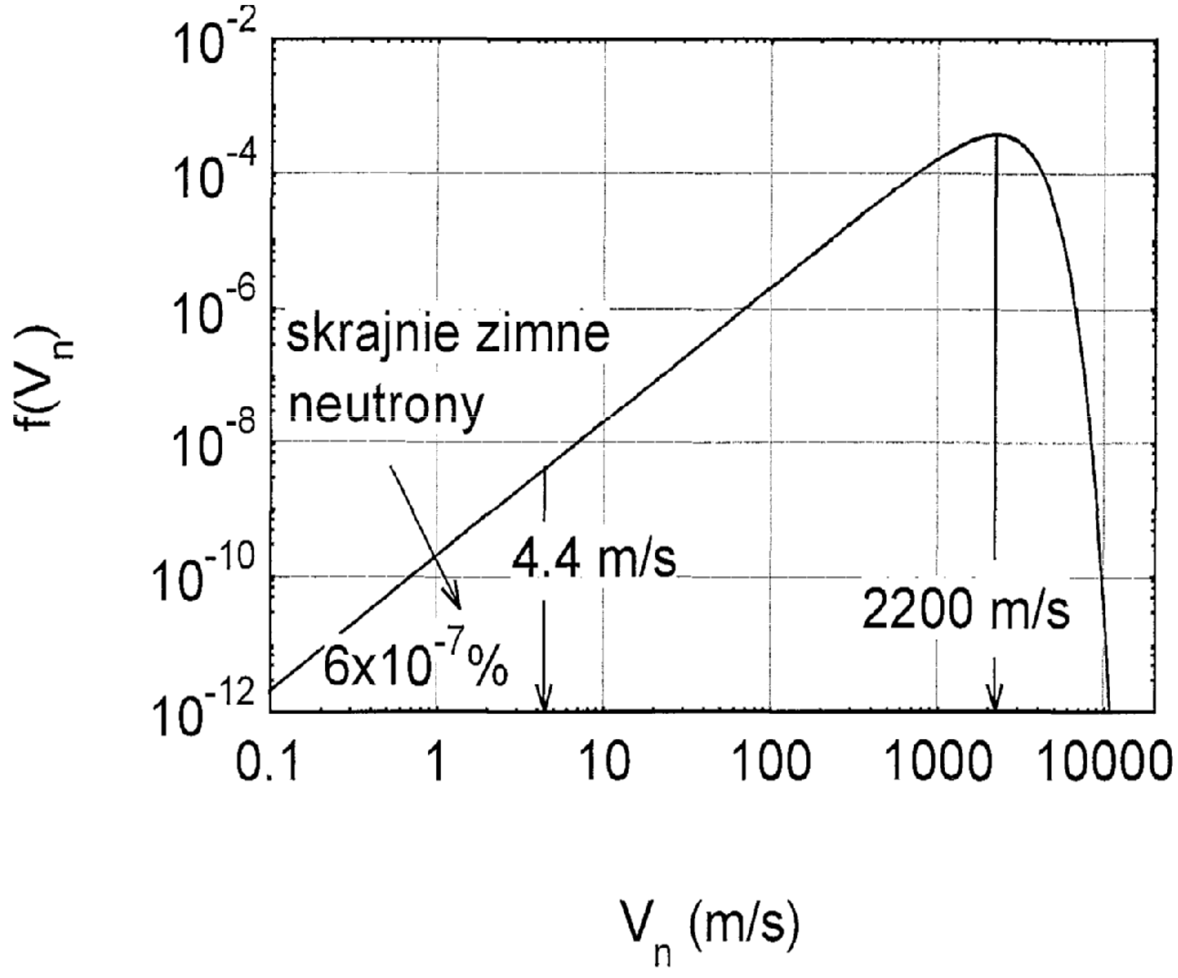
$$V = 1.38 \times 10^{4}\ \sqrt{E}$$

RÓWNOWAGA TERMICZNA – ROZKŁAD MAXWELLA



Długość fali de Broglie'a: $\lambda_n = h / m_n V_n \cong 1.8 \times 10^{-10}\ m$

ROZKŁAD MAXWELLA W SKALI LOGARYTMICZNEJ
(T = 293 K)



1.4. NEUTRONY SKRAJNIE ZIMNE

(UCN – Ultra Cold Neutrons)

Definicja: $E \leq 10^{-7}\ eV \quad \Rightarrow \quad V \leq\ 4.4\ m/s \quad (\lambda \geq 90\ nm)$

W polu grawitacyjnym Ziemi

$V = 4.4\ m/s \quad \Rightarrow$ wysokość ok. 1 m

Procentowy wkład UCN do pełnego widma neutronów termicznych

$$\frac{N(V < 4.4\,m/s)}{N_{tot}} \times 100\,\% \approx 75 \times \left(\frac{4.4}{2200}\right)^3 \% \approx 6 \times 10^{-7}\ \%$$

ZWIĘKSZENIE PROCENTOWEGO UDZIAŁU UCN

Neutrony w temperaturze ciekłego deuteru

(zbiornik w pobliżu rdzenia reaktora)

$$T = 25\ K$$

$$E = kT = 0.0022\ eV$$

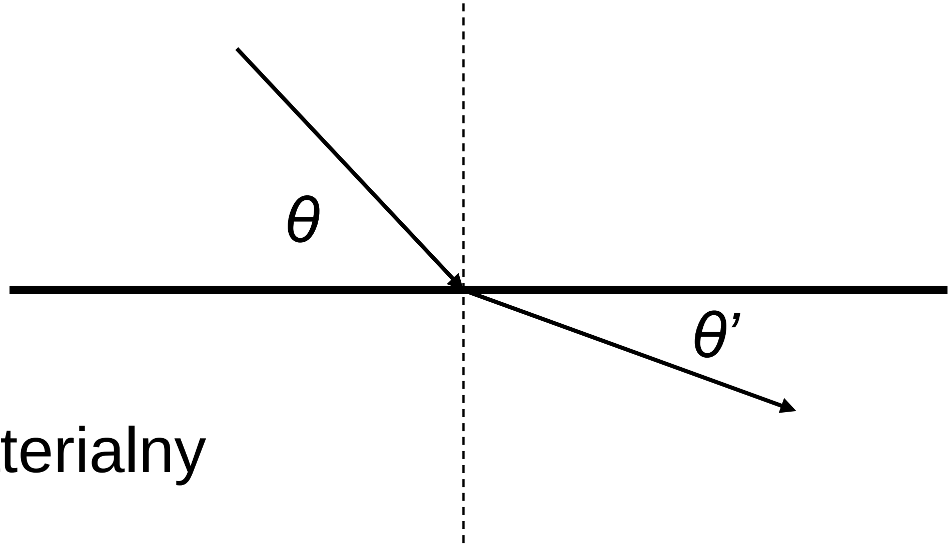
$$V = 650\ m/s$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{N(V \le 4.4\,m/s)}{N_{tot}} \times 100\% \approx 75 \times \left(\frac{4.4}{650}\right)^3 \% \approx 2 \times 10^{-5}\,\%$$

Dodatkowo – zastosowanie turbiny!

1.5. ZAŁAMANIE I ODBICIE FALI NEUTRONOWEJ



próżnia

ośrodek materialny

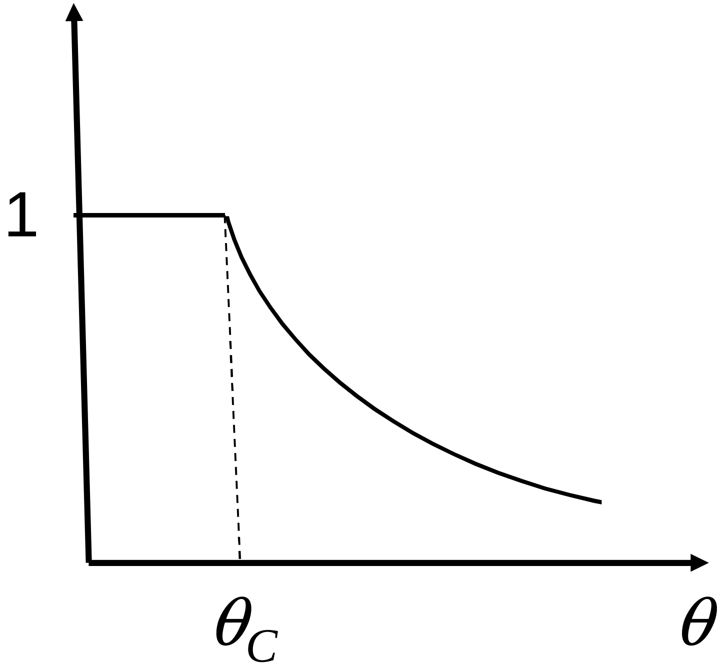
Współczynnik załamania $$n = \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{\frac{E'}{E}} = \frac{\cos\theta}{\cos\theta'}$$

na ogół $n < 1$ (możliwość całkowitego zewn. odbicia!)

Kąt krytyczny θ_C i całkowite zewnętrzne odbicie

$$n = \cos\theta / \cos\theta' < 1 \qquad \theta' = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta = \theta_C$$

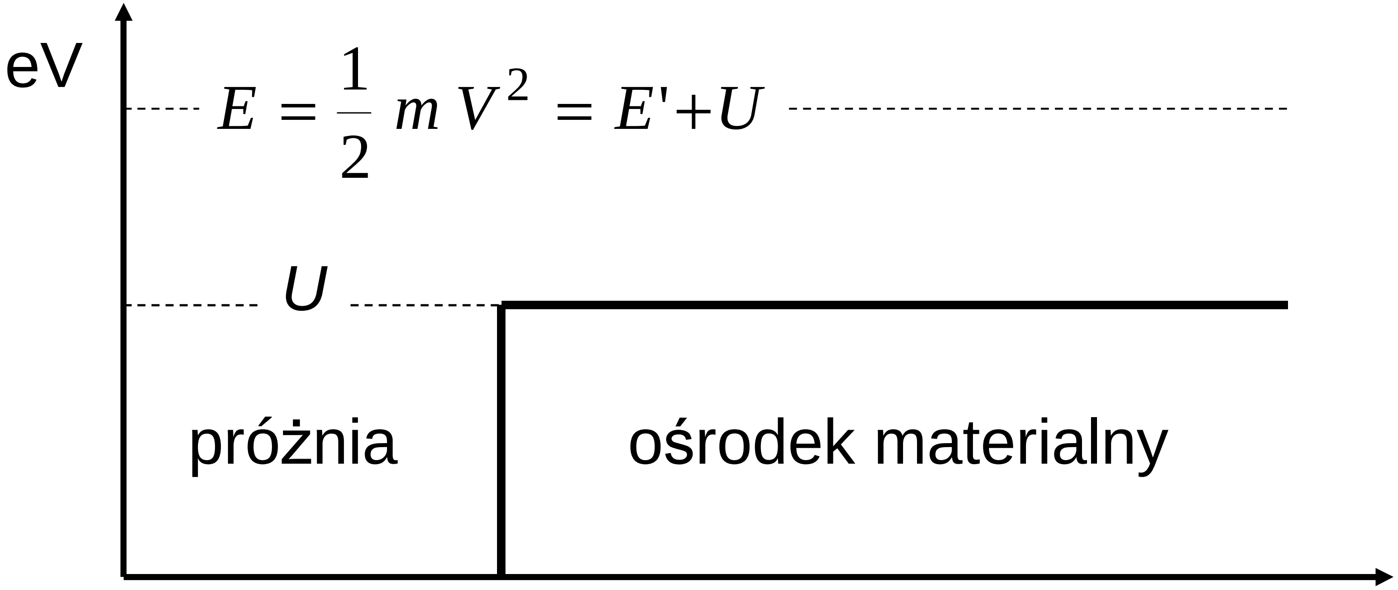
Współczynnik odbicia w funkcji kąta połysku θ (jakościowo)



WSPÓŁCZYNNIK ZAŁAMANIA I SKOK POTENCJAŁU

$$n = \sqrt{E'/E} = \sqrt{1-U/E}$$

E i *E’* – energia kinetyczna, *U* – skok potencjału, $\theta = 90^o$



kierunek ruchu neutronu →

UŚREDNIONE ODDZIAŁYWANIE NEUTRONÓW Z JĄDRAMI

$$U = \frac{2\pi\hbar^2}{m} N \cdot b$$

gdzie $N = \frac{\rho}{A} N_a$ – liczba jąder w jednostce objętości

ρ – gęstość

A – liczba masowa

N_a – liczba Avogadro

b – długość rozpraszania

(np. Mayer-Kuckuk, Fizyka jądrowa, s.103)

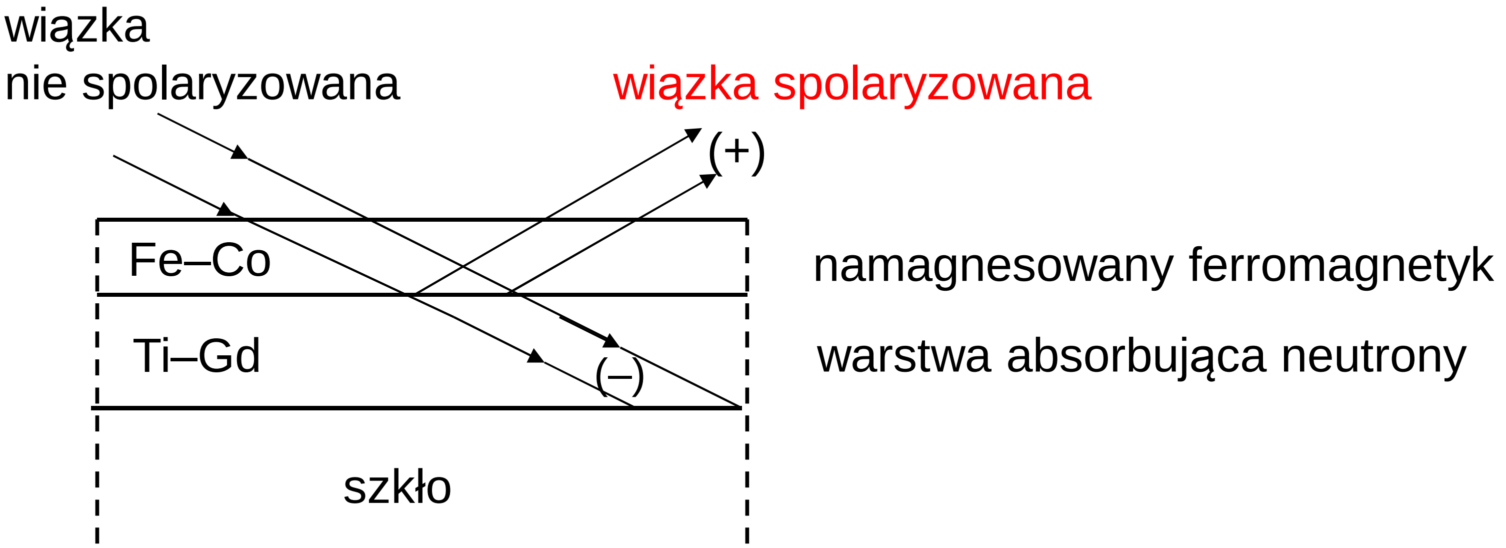
WARTOŚCI U DLA RÓŻNYCH MATERIAŁÓW

Materiał	U $(10^{-7}$ eV)
Ni (↑↑)	2.70
Ni (↑↓)	2.00
Cu	1.72
Al	0,59.
Ti	– 0.50

Otrzymywanie spolaryzowanej wiązki neutronów

dodatkowa energia neutronu w polu magnetycznym o indukcji *B*:

$$U_B = -\vec{\mu}_n \cdot \vec{B}$$



Odbicie neutronów o jednym kierunku spinu względem pola *B*

(Dobrzyński & Blinowski – Neutrons and solid state physics – Fig. 2.7)

1.6. KWANTOWE STANY NEUTRONU W POLU GRAWITACYJNYM ZIEMI – TEORIA

(S.Flügge, Practical Quantum Mechanics, Springer, Berlin 1971, zad. 40)

Pozioma płaszczyzna odbijająca neutrony $z = 0$

Energia potencjalna neutronu $m \cdot g \cdot z$

Równanie Schrödingera dla $z > 0$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dz^2} + (m\,g\,z - E)\psi = 0$$

Warunki brzegowe $\psi(0) = 0, \qquad \psi(z \to \infty) \to 0$

WZÓR BOHRA-SOMMERFELDA

dla energii stanu neutronowego w polu grawitacyjnym Ziemi

(bardzo dobre przybliżenie dokładnego rozwiązania)

$$E_n = \sqrt[3]{\left(\frac{9 \cdot m}{8}\right)\left[\pi \cdot \hbar \cdot g \cdot \left(n - \frac{1}{4}\right)\right]^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

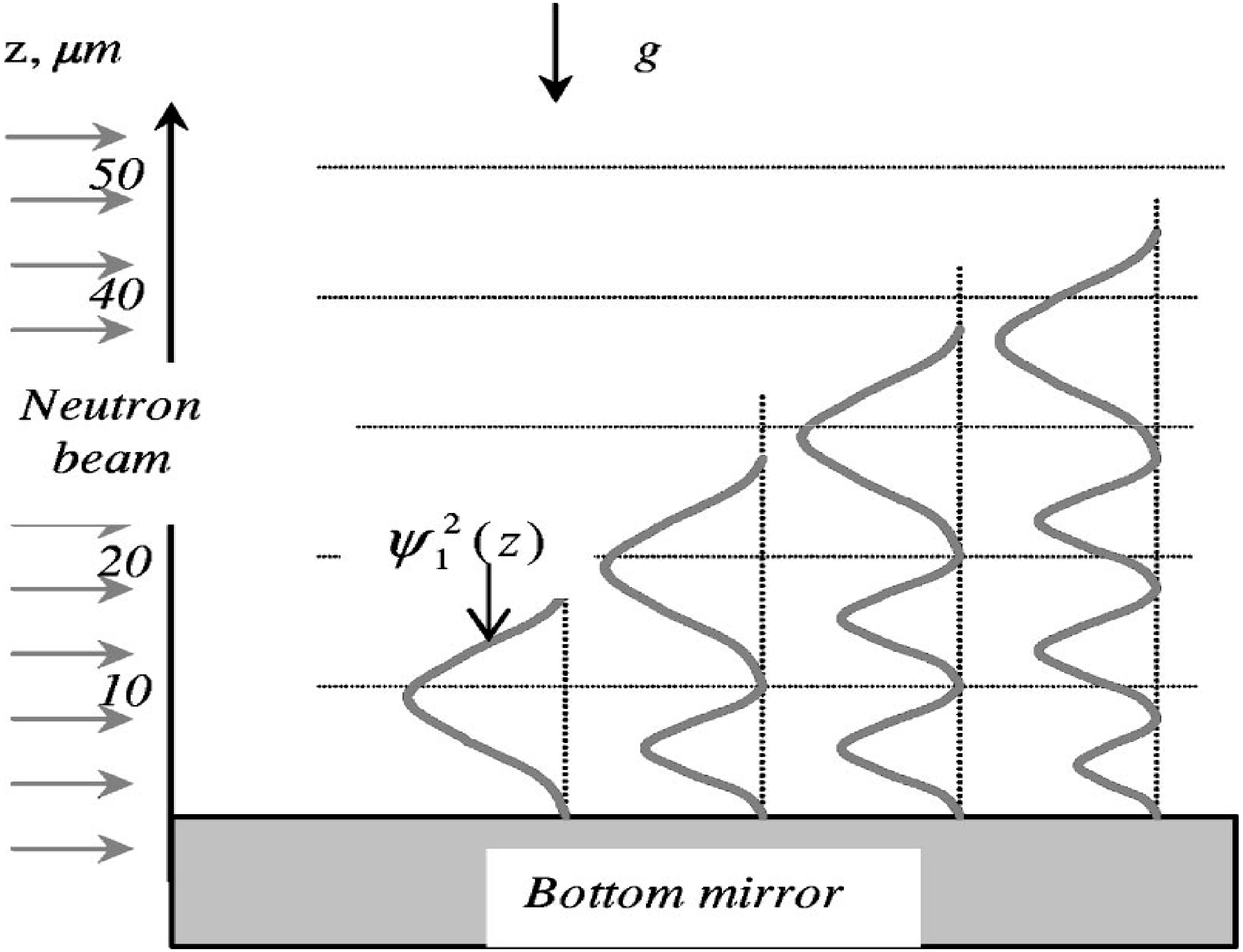
„Wysokość” poziomu neutronowego:

$$z_n = \frac{1}{m \cdot g} E_n \quad \Rightarrow \quad z_n[\mu m] = 9.754 \cdot E_n[peV]$$

NAJNIŻSZE POZIOMY ENERGETYCZNE NEUTRONU

n	E_n (peV)	$z_n=E_n/m\cdot g$ (μm)
1	1.41	13.7
2	2.46	24.0
3	3.32	32.4
4	4.09	40.0

FUNKCJE FALOWE NEUTRONU W POLU GRAWITACYJNYM



1.7. OBSERWACJA STANÓW KWANTOWYCH NEUTRONU

V.V. Nesvizhevsky et al., Phys. Rev. D67 (2003) 102002
Measurement of quantum states of neutrons in the Earth's gravitational field

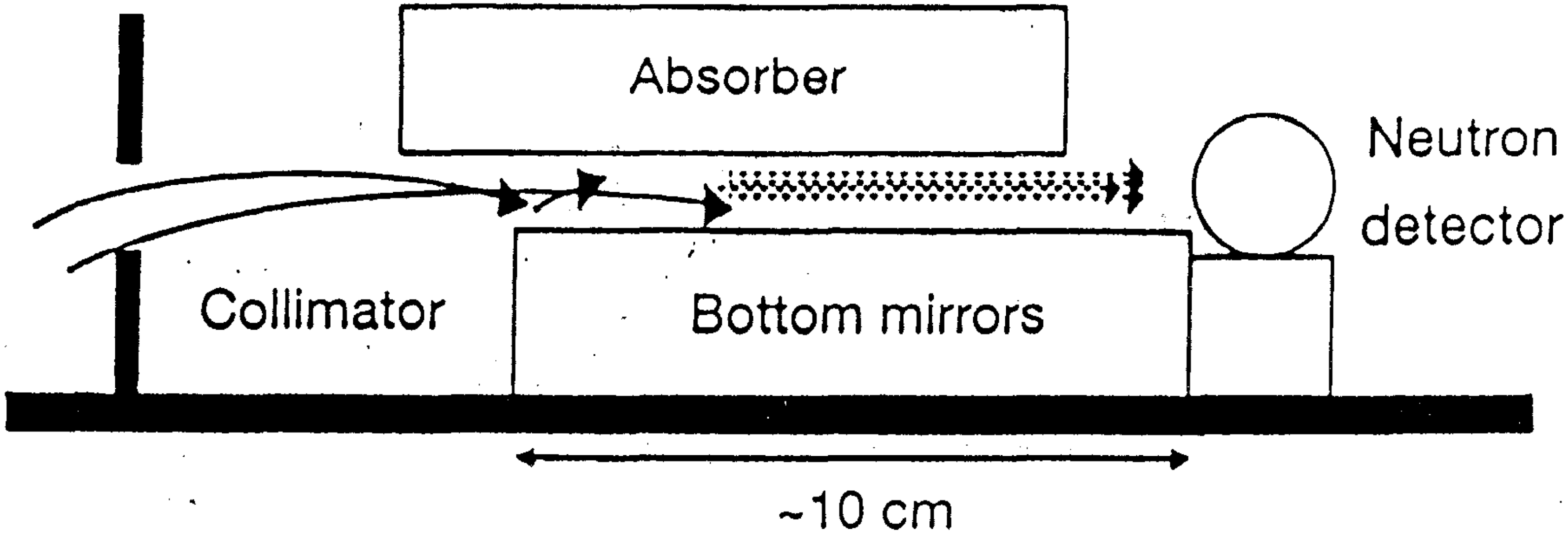
Instytut Laue-Langevin, Grenoble

Strumień neutronów: 1.5 x 10^{15} /cm^2 s
Strumień neutronów UCN w prowadnicy: ~ 10^6 s^{-1}

Neutrony wędrują przez kolimator + wielo-szczelinowe osłony do układu absorbent/zwierciadło.

Ruch neutronów: w kierunku poziomym – widmo ciągłe,
w kierunku pionowym – stany skwantowane.

SCHEMAT EKSPERYMENTU



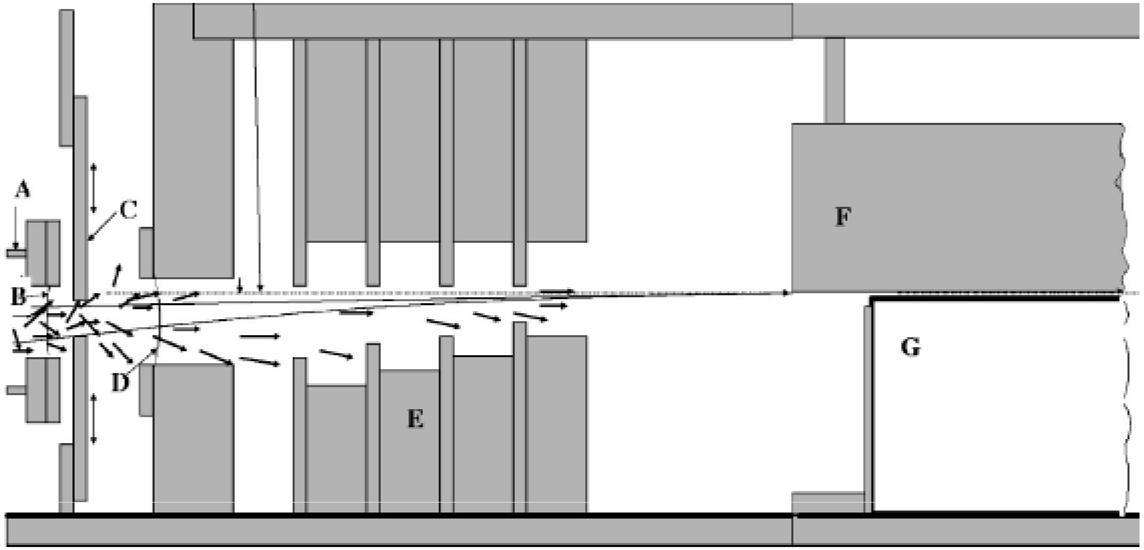
Zwierciadło: pozioma polerowana płyta szklana

(gładka z dokładnością do 10-20 Å)

Absorbent: na szkle warstwa (chropowata) ca 0,2 μm

stop 54 % Ti, 35 % Gd, 11 % Zr

KOLIMACJA NEUTRONÓW



A – prowadnica neutronowa,   B – okno wyjściowe,

C – kolimator tytanowy,   D – okno wejściowe,

E – wielo-szczelinowa osłona,   F – absorbent,

G – dolne zwierciadło.

DETEKCJA NEUTRONÓW

$$n + {}^{3}He \rightarrow t + p, \qquad\qquad Q = 0.764\ MeV$$

Cylindryczny detektor gazowy

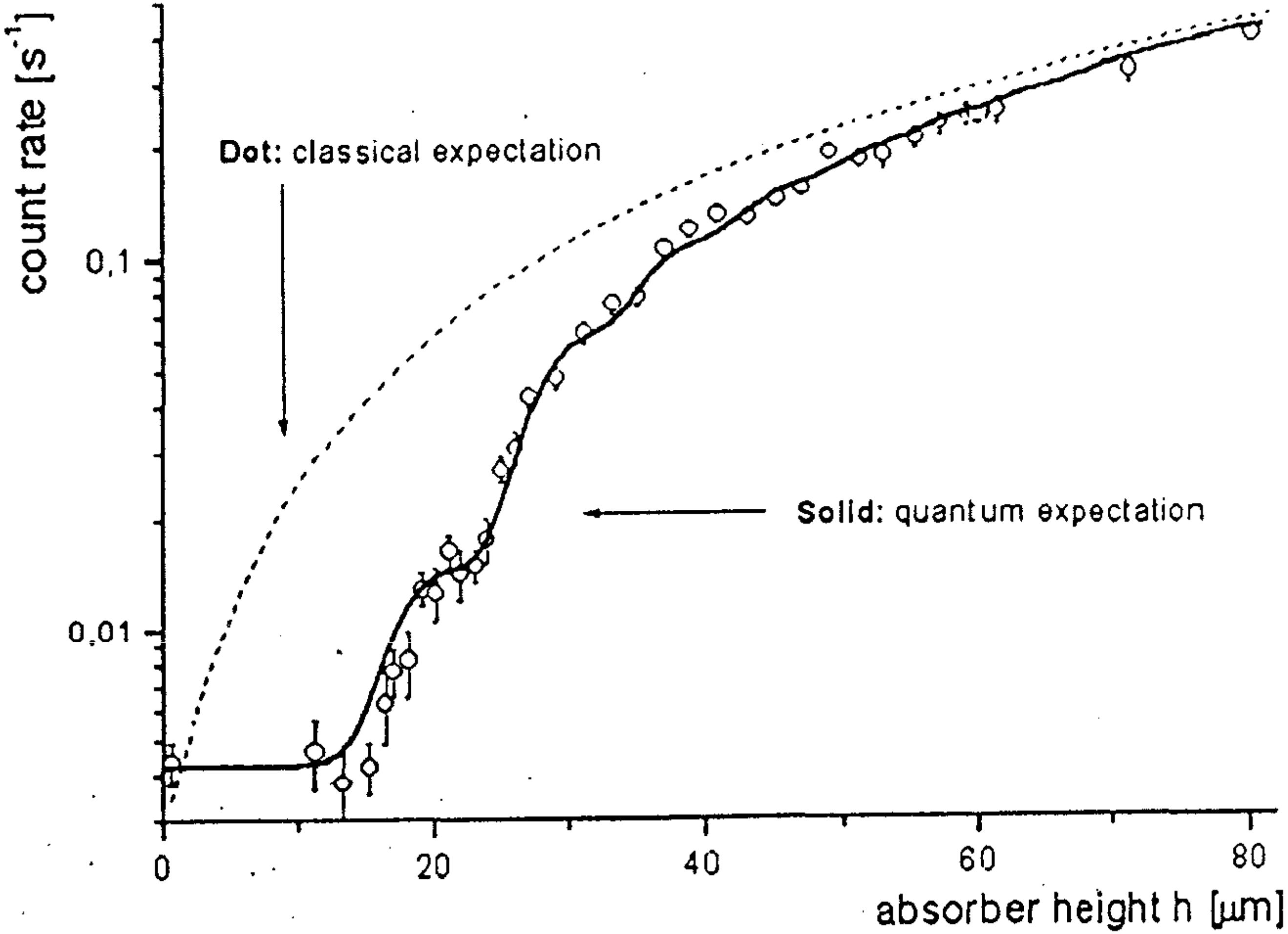
długość – 20 cm, średnica – 1.7 cm

skład – ciśnienie: Ar – 2300 *hPa*, ^{3}He – 40 *hPa*, CO_2 – 13 *hPa*

Aluminiowe okienko detektora

długość – 12 cm, wysokość – 1.5 mm

próg prędkości neutronów – 3.2 m/s



Przepływ neutronów w funkcji położenia absorbenta

Nowy „grawitacyjny” eksperyment w ILL

V.V. Nesvizhevsky et al., Eur. Phys. J. C40 (2005) 479

„Study of the neutron quantum states in the gravity field”

„Wysokość” poziomów neutronowych (μm)

doświadczenie	teoria (slajd 21)
$z_1 = 12.2 \pm 1.8_{syst} \pm 0.7_{stat}$	13.7
$z_2 = 21.6 \pm 2.2_{syst} \pm 0.7_{stat}$	24.0

Kolejny „grawitacyjny” eksperyment w ILL

(+ pogłębiony opis teoretyczny)

A. Westphal et al. EPJ C51 (2007) 367

Wniosek z tych eksperymentów:

dla położenia absorbenta ≈ 10 μm

nie ma wyraźnego odstępstwa
od prawa grawitacji.

ROZMYCIE ENERGII POZIOMU NEUTRONOWEGO

Warunki eksperymentu:

długość zwierciadła	$d = 10\,cm$
prędkość neutronu	$v = 5\; m/s$
czas przelotu	$\Delta t = 0.02\,s$

Zastosowanie zasady Heisenberga

$$\hbar = 6.6\times10^{-16}\; eV\cdot s$$

$$\Delta E = \hbar/\Delta t \approx 0.03\; peV$$

dla poziomu $E_1 = 1.41\; peV$

$$\Delta E / E_1 \approx 0.02$$

Wykład 2

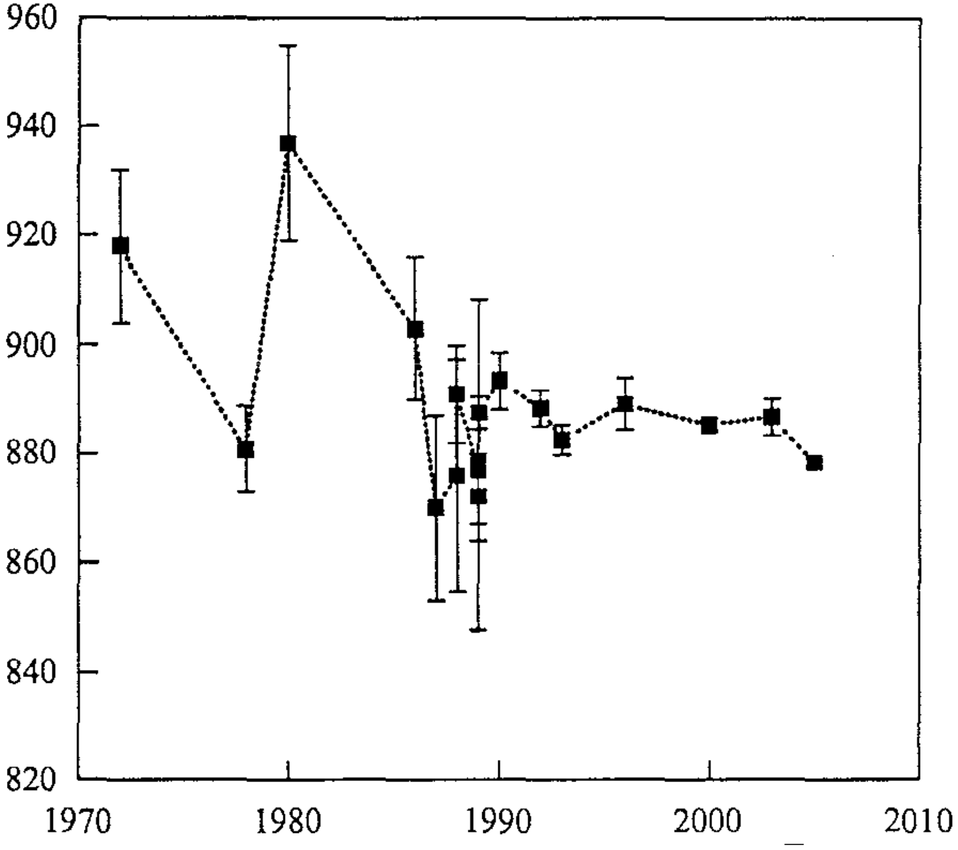
PRZEMIANA β^{-} NEUTRONU I STAŁE SPRZĘŻENIA

2.1. POMIAR CZASU ŻYCIA NEUTRONU

A.P.Serebrov, Uspekhi Fizicheskich Nauk 175 (2005) 905

Wyniki pomiarów
średniego czasu
życia neutronu

$$\tau_n(s)$$



lata

Wartość średniego czasu życia neutronu

(i) Średnia „światowa”

NUBASE2012, G. Audi et al., Chinese Physics C36 (2012) 1157

$$\boxed{\tau_n = 885.7 \pm 0.8\, s}$$

(ii) Ostatni (?) wynik – nie uwzględniony w tej średniej

A.P.Serebrov et al., Physics Letters B 605 (2005) 72

$$\tau_n = 878.5 \pm 0.7(stat) \pm 0.3(syst) \quad s$$

Dwie metody pomiaru czasu życia neutronu

1. Pomiar aktywności *A* znanej liczby neutronów *N*

$$A = N / \tau$$

(pomiar „na wiązce” – wykorzystanie znanego strumienia neutronów)

2. Badanie zaniku liczby neutronów gromadzonych w pułapce

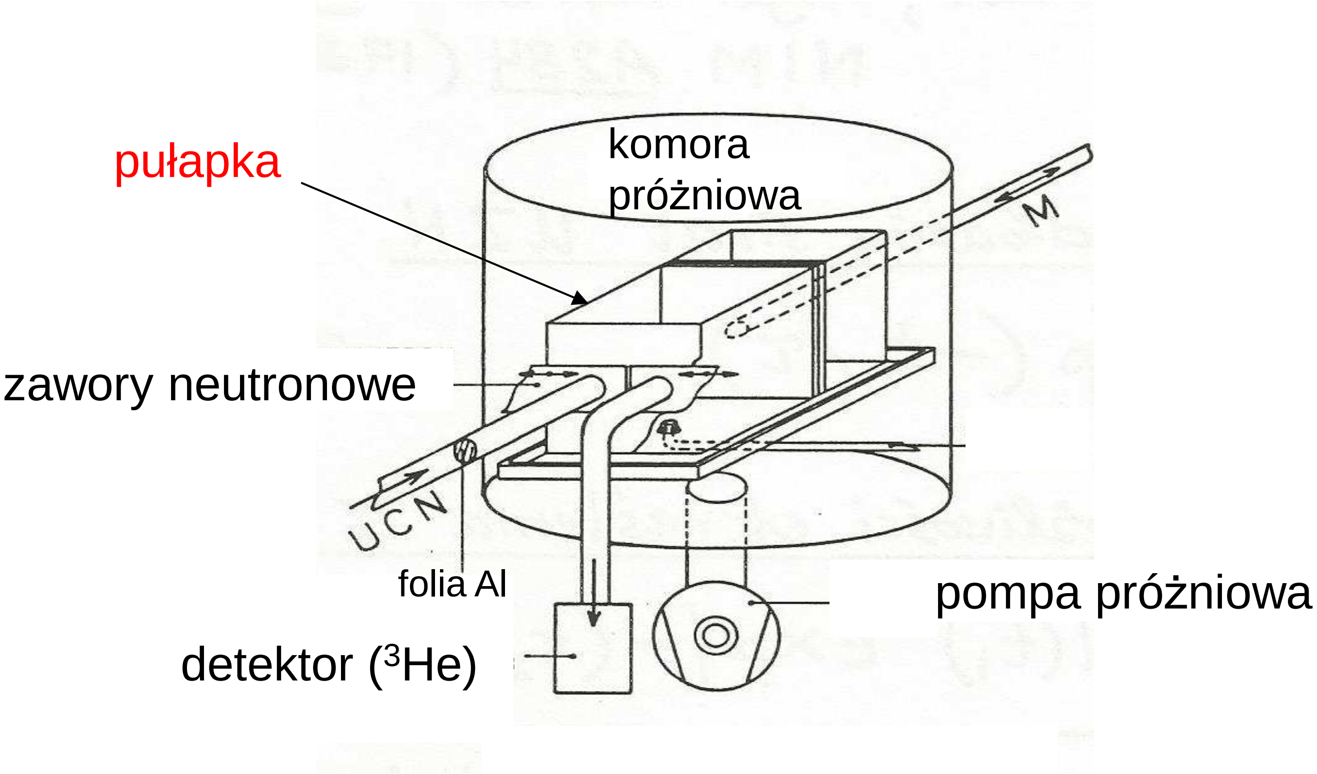
$$N = N_0 \, e^{-t/\tau}$$

np. pomiary dla 2 różnych napełnień pułapki przy tym samym N_0

$$\tau = (t_2 - t_1) / \ln(N_1 / N_2)$$

Pomiar τ_n neutronu przy zastosowaniu pułapki

W. Mampe et al., Phys. Rev. Lett. 63 (1989) 593 oraz NIM A284 (1989) 111



Układ pomiarowy w ILL Grenoble

Komentarze do pracy Mampe et al.:

- Pułapka:

  prostopadłościenne naczynie szklane o zmiennej objętości

  $V = 30\ \text{cm} \times 40\ \text{cm} \times L \qquad (L \leq 55\ \text{cm})$

  od wewnątrz pokryta warstewką oleju próżniowego (U=1.1 x 10^{-7} eV)

- Straty UCN przy odbiciach od ścianek (w wyniku absorpcji neutronów przez jądra) rzędu 10^{-5} na uderzenie → obserwowany czas $\tau_o < \tau_n$

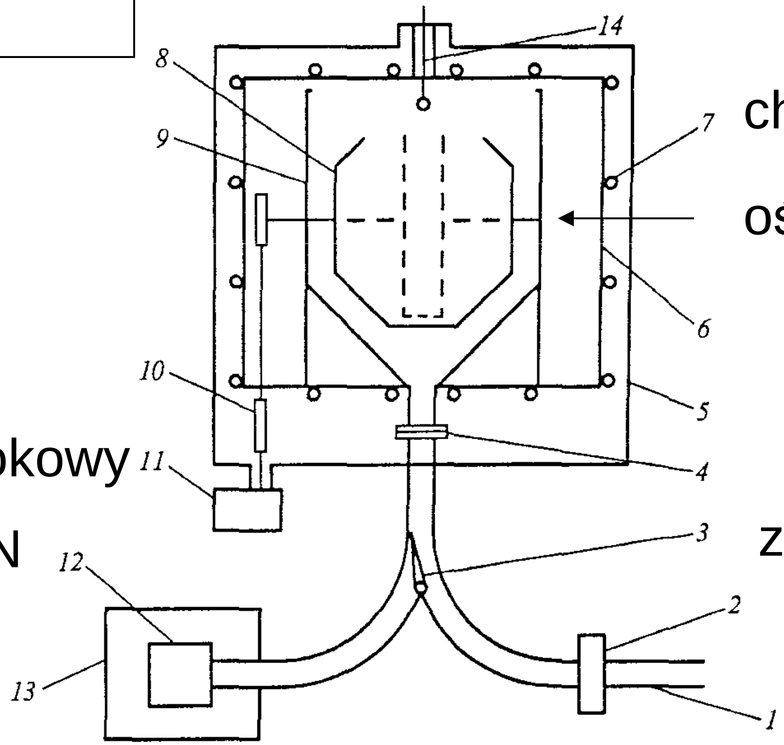
- Im większa średnia droga swobodna (rosnąca w miarę wzrostu objętości pułapki) tym obserwowany czas τ_o bliższy τ_n

- Z ekstrapolacji $\tau_n = 887.6 \pm 3$ s

Pułapka grawitacyjna Serebrova i in. (2005)

pułapka Φ = 84 cm
(+ wewn. pułapka
cylindryczna małej
średnicy)

wewnątrz próżnia 5 x 10^{-6} mbar



chłodzenie

oś obrotu pułapki

silnik krokowy

detektor UCN

zawór kierujący

zawór wejściowy

prowadnica
dla UCN z turbiny

Wyniki Serebrova i in. (2005)

Zależność między obserwowanym czasem życia τ_o i τ_n

$$1/\tau_o = 1/\tau_n + 1/\tau_a$$

($1/\tau_a$ – wkład absorpcji na wewn. powierzchni pułapki)

Eksperyment: $\tau_o \approx 862\ s - 874\ s$

Ekstrapolacja do wielkich rozmiarów pułapki
i zerowych energii neutronów:

$$\tau_n = 878.5 \pm 0.7(stat) \pm 0.3(systemt)\ s$$

Pułapki grawitacyjno-magnetyczne dla pomiaru τ_n

- Pomysł: V.V. Vladimirskij, Zh. Eksp. Teor. Fiziki 39 (1960) 1062

  Wykorzystanie niejednorodnego pola magnetycznego stwarza możliwość odbicia spolaryzowanych UCN (bez udziału ścianek pułapki!), jeżeli wybierze się odpowiedni kierunek polaryzacji.

- Próba realzacji: Yu.G. Abov et al., Yad. Fiz. 38 (1983) 122

- Doskonalenie: m.in. D. Salvat et al., Phys. Rev. C89 (2014) 052501

  „Storage of ultracold neutrons in the magneto-gravitational trap of the *UCN*τ experiment”

  (Los Alamos – pomiaru τ_n chyba jeszcze nie było)

2.2. PRZEMIANA β^{-} NEUTRONU

prawo rozpadu	$N = N_0\, e^{-\lambda t}$	
stała rozpadu	$\lambda = 1/\tau$	
średni czas życia	$\tau = 885.7(8)\ s$	(śred. świat.)
okres połrozpadu	$T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2 = 613.9(6)\ s$	

antyneutrino

$$\boxed{n \;\rightarrow\; p \;+\; e^{-} \;+\; \overline{\nu}_e}$$

s^{π}	$½^{+}$	$½^{+}$	½	½

spin i

parzystość

parzystość wewn. leptonów nieokreślona!

Przejścia Fermiego i Gamowa-Tellera

Rozpad swobodnego neutronu $n \rightarrow p + e^{-} + \tilde{\nu}_e$

zachowanie momentu pędu $\vec{s}_n = \vec{s}_p + \vec{S}_{e+\nu}$ $(l_{e+\nu} = 0)$

przejście dozwolone

(parzystość wewn.

n i *p* identyczna)

Liczby kwantowe momentu pędu $s_n = s_p = 1/2 = s_e = s_\nu$

$$S_{e+\nu} = \begin{cases} 0 & (\uparrow\downarrow) \\ 1 & (\uparrow\uparrow) \end{cases}$$

przejście *F* (Fermiego)

przejście *GT* (Gamowa Tellera)

Uwaga: w stosunku do Wykładu 1, tu i w wykładach następnych, zmiana oznaczeń

K – energia kinetyczna

$$E = K + m\cdot c^2 \;=\; c\cdot(p^2 + m^2\cdot c^2)^{1/2}$$

Energia wyzwalana w rozpadzie neutronu

W tablicach energia rozpadu (z definicji)

$$Q_{\beta-} = (m_n - M_H)c^2 = 782.347(1)\ keV \approx K_0$$

$\uparrow$

masa atomu wodoru

$\downarrow$

$$M_H = m_p + m_e - 0.0136\ keV / c^2$$

Energia wyzwalana (mniejsza od Q_{β}– o 0.0136 keV/c^2)

$$K_0 = m_n c^2 - (m_p + m_e + \underset{\uparrow}{m_\nu})c^2$$

tu zaniedbujemy

Energia i pęd w rozpadzie β^{-} neutronu

Rozpad neutronu

$$n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}_e$$

pęd $\quad 0 = \vec{p}_p + \vec{p} + \vec{q}$

energia kinet. $\quad K_p + K + K_\nu = K_0$

$\uparrow$

energię odrzutu protonu tu zaniedbujemy

Energia relatywistyczna

elektron $\quad E = c\sqrt{p^2 + m_e{}^2 c^2} = K + m_e c^2$

antyneutrino $\quad E_\nu = q\,c \quad$ (dla $\quad m_\nu = 0$)

Prawdopodobieństwo rozpadu na sekundę

z emisją
$$\left\{\begin{array}{ll} e^- & \vec{p},\ \vec{p}+d\vec{p} \\ \overline{\nu}_e & \vec{q},\ \vec{q}+d\vec{q} \end{array}\right.$$

Zakładamy proporcjonalność do elementów objętości w przestrzeni pędów

$$dW \propto \delta(x)\ \ p^2 dp\, d\Omega_e\ \ q^2 dq\, d\Omega_\nu$$

funkcja delta Diraca

gdzie
$$x = K + qc - K_0$$

$$x = 0 \qquad \Rightarrow$$ zachowanie energii

Widmo pędowe elektronów

$$W(p)\,dp \;\propto\; p^2\,dp \int d\Omega_e \int d\Omega_\nu \int_{-\infty}^{+\infty} q^2\,\delta(x)\,dq$$

$$dq = dx/c$$

$$q = [K_0 - K + x]/c$$

$$\boxed{W(p) \;\propto\; p^2[K_0 - K]^2}$$

Przypomnienie własności funkcji delta

$$x \neq 0 \;\Rightarrow\; \delta(x) = 0, \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\delta(x)\,dx = f(0)$$

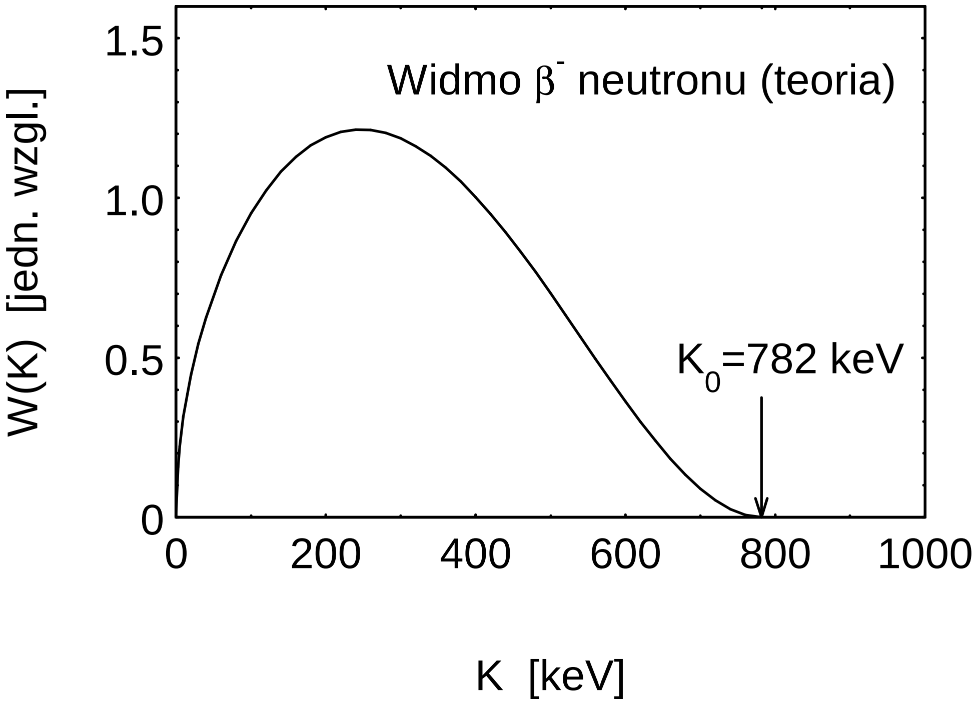
Widmo energetyczne elektronów

$$W(K)\,dK = W(p)\,dp$$

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 = (K+mc^2)^2 \;\Rightarrow\; dp/dK \propto E/p$$

$$\boxed{W(K) \propto E\,p\,[K_0 - K]^2}$$

energia graniczna widma



(zaniedbanie

oddziaływania

kulombowskiego

jądro – elektron)

2.3. WIDMO β^{-} WG TEORII FERMIEGO

(patrz: Uzupełnienie)

$$\boxed{dW = W(K)\,dK = \frac{2\pi}{\hbar}\left|H'_{fi}\right|^{2}\underset{\uparrow}{\rho(E)}\,dK}$$

gęstość stanów końcowych

Element macierzowy przejścia $H'_{fi} = \int \psi^{*}_{f} H' \psi_{i}\, d\tau$

Hamiltonian oddziaływania: $H = H_0 + \underset{\uparrow}{H'}$

oddziaływanie słabe

Funkcje falowe
- stan pocz. Ψ_i (tu: neutron)
- stan końc. ψ_f (tu: proton, elektron, antyneutrino)

Bez uwzględnienia oddziaływania kulombowskiego cząstki *β* z jądrem końcowym

(tu: z protonem)

$$W(K) = \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} G_{\beta F}^2 \left|M\right|^2 E\, p\,(K_0 - K)^2$$

Komentarze:

- energia w jedn. $m_e \cdot c^2$, pęd w jedn. $m_e \cdot c$
- gęstość stanów końcowych $\rho(E) \propto E\, p\, (K_0 - K)^2$
- pozostałe wielkości → następny slajd i Wykład 3

Dla dozwolonego rozpadu (np. neutronu)

$$G_{\beta F}^{2} \cdot |M|^{2} = G_{\beta F}^{2} \cdot (|M_{F}|^{2} + |M_{GT}|^{2} \cdot R^{2})$$

Kwadraty jądrowych elementów macierzowych dla neutronu
(p-kt 2.8 i Wykład 4)

$$\left.\begin{aligned} |M_{F}|^{2} &= |\langle p|\hat{t}_{-}|n\rangle|^{2} = 1 \\ |M_{GT}|^{2} &= |\langle p|\hat{\sigma}\hat{t}_{-}|n\rangle|^{2} = 3 \end{aligned}\right\}$$

dokładnie!

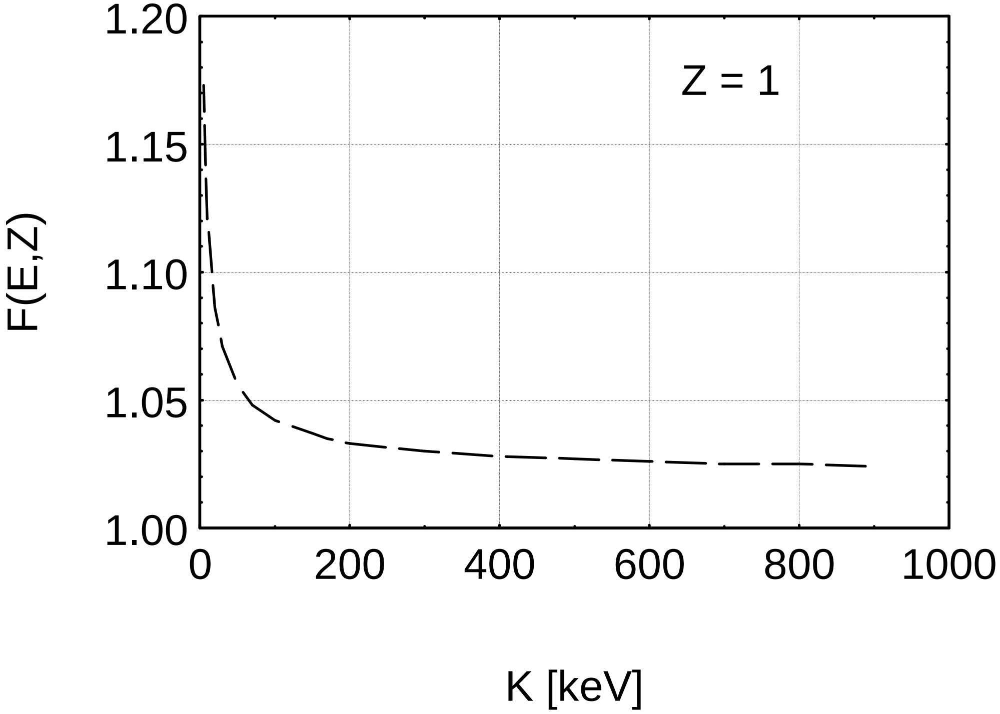
Stosunek kwadratów stałych sprzężenia

$$R^{2} = G_{\beta GT}^{2} / G_{\beta F}^{2}$$

Uwzględnienie kulombowskiego oddziaływania cząstki β^- z protonem

$$\boxed{W(K) = \frac{m^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} G_{\beta F}^2 \left|M\right|^2 F(E,Z)\, E\, p(K_0 - K)^2}$$

funkcja
Fermiego
dla neutronu →



2.4. OD TEORETYCZNEGO WIDMA *β* DO PÓŁOKRESU ROZPADU $T_{1/2} = t$

Stała rozpadu $\lambda_n = 1/\tau_n = \int_0^{K_0} W(K)\,dK = \frac{\ln 2}{t}$

Sens *W(K)*

- *W(K)dK* – prawdopodobieństwo/1 sek. wyemitowania cząstki *β* o energii kinet. w przedziale *K*, *K+dK*

- *W(K)dKdt* – prawdopodobieństwo wyemitowania cząstki β o energii w przedziale *K*, *K+dK* w czasie *dt*

Stała rozpadu β neutronu

$$\lambda = 1/\tau_n = \frac{m^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} G_{\beta F}^2 \left|M\right|^2 f(K_0, Z)$$

Scałkowana funkcja Fermiego

$$f = f(K_0, Z) = \int_0^{K_0} F(E,Z)\,(K+1)\,p\,(K_0 - K)^2\,dK$$

Uwaga: energie w jedn. $m_e c^2$, stąd $E = K + 1$

Wartość f dla neutronu

Po uwzględnieniu oddziaływania kulomb. $p - e^{-}$ (wzrost o ca 3%)

I. Towner & J. Hardy, Rep. Progr. Phys. 73 (2010) 046301

$$f = 1.6887(2)$$

Po uwzględnieniu poprawki radiacyjnej

H. Abele et al., Phys. Rev. Let. 88 (2002) 211801

$$f_R = f\,(1+\delta_r) = 1.71482(15)$$

Porównawczy półokres rozpadu

$$f_R \cdot t = 1053(1)\ \mathrm{s} \quad \rightarrow \quad \log f_R.t = 3.02$$

Porównawczy okres półrozpadu $f_R \cdot t$

dla neutronu

$$\boxed{f_R \cdot t = \frac{D}{G_{\beta F}^2 (1 + 3 \cdot R^2)}}$$

$t = \tau \cdot \ln 2$ półokres rozpadu (*s*)

$$D = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{m^5 c^4} = 1.230580(2) \times 10^{-120}\ J \cdot m^3 \cdot s$$

$$R^2 = G_{\beta GT}^2 / G_{\beta F}^2$$

Drogi do wyznaczenia stałych sprzężenia

1. Rozpad neutronu – 2 niewiadome $G_{\beta F}$ i $G_{\beta GT}$
   - pierwsze równanie dla $f_R \cdot t$ – slajd 25
   - drugie równanie – eksperymenty korelacyjne (slajd 27 i Wykład 3)

2. Niezależne wyznaczenie stałej $G_{\beta F}$
   - superdozwolone przejścia $0^+ \rightarrow 0^+$ – Wykład 4
   - rozpad mezonu $\pi^+ \rightarrow \pi^o + e^+ + \nu_e \quad (10^{-6}\,\%)$

2.5. DRUGIE RÓWNANIE DLA $G_{\beta F}$ I $G_{\beta GT}$

Rozkład kątowy e^{-} dla neutronów spolaryzowanych

$$W(\theta) \propto (1+\frac{v}{c}\cdot P\cdot A\cdot \cos\theta)$$

θ kąt między pędem e^{-} i spinem neutronu,

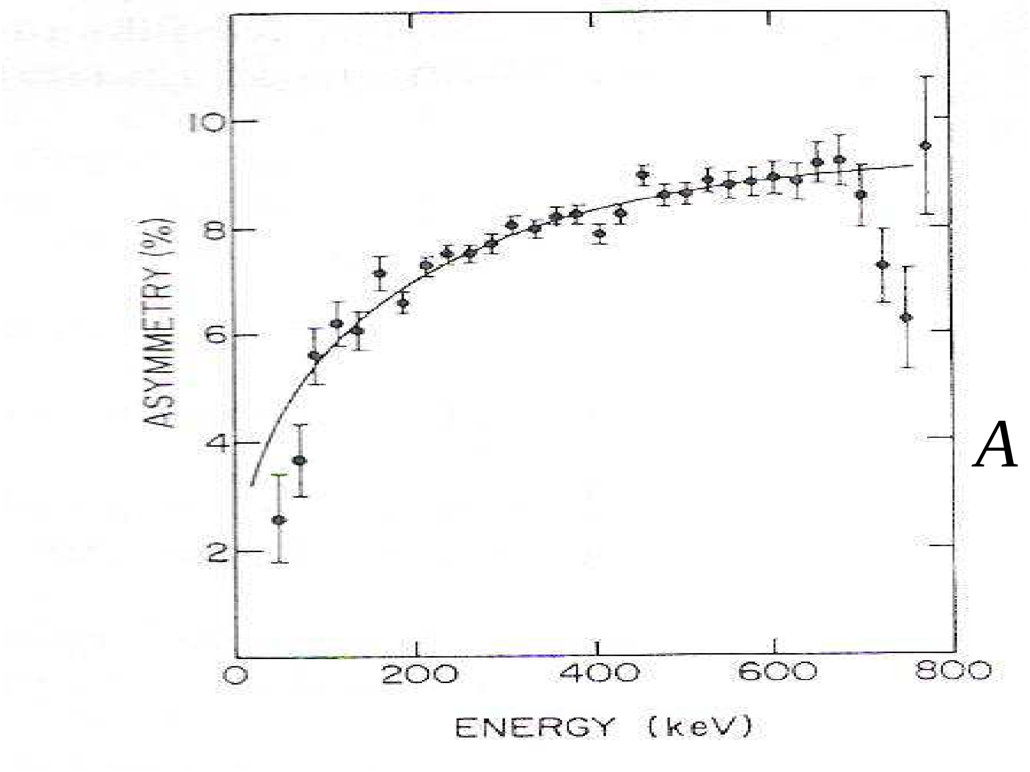
v/c stosunek prędkości e^{-} i prędkości światła,

$$P=\langle\sigma_z\rangle=\frac{N\uparrow -N\downarrow}{N\uparrow +N\downarrow}$$ stopień polaryzacji neutronów

współcz. asymetrii $\boxed{A=-\frac{2R\cdot(R+1)}{1+3R}}$; $R=G_{\beta GT}/G_{\beta F}$

Rozkład kątowy elektronów z doświadczenia

P.Bopp et al. , Phys. Rev. Lett. 56 (1986) 919



Pomiar asymetrii (v/c) A

$$\Downarrow$$

$$A = -\,0.1146 \quad \pm 0.0019$$

Nowszy wynik: $\boxed{A = -0.1189 \quad \pm\ 0.0007}$

H.Abele et al., Phys. Rev. Lett. 88 (2002) 211801

Od współczynnika *A* do stałych sprzężenia

Rozwiązujemy równanie $(2+3A)R^2+2R+A=0;$

odrzucamy $R = 0.0568$ …, bierzemy

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} R = G_{\beta GT}/G_{\beta F} = -1.2739 \pm 0.0019 \\ f_n t = 1053(1)\, s = \dfrac{D}{G_{\beta F}^2\,(1+3R^2)} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\begin{aligned} G_{\beta F} &= (1.4114 \pm 0.0012)\times 10^{-62}\ \ J\, m^3 \\ G_{\beta GT} &= -(1.798 \pm 0.002)\times 10^{-62}\ \ J\, m^3 \end{aligned}}$$

UZUPEŁNIENIE

2.6. SZKIC TEORII FERMIEGO

Zastosowanie złotej reguły Fermiego (Nr 2) ↔ p-kt 2.7

Założenie: 1 atom promieniotw. (1 neutron) w objętości V

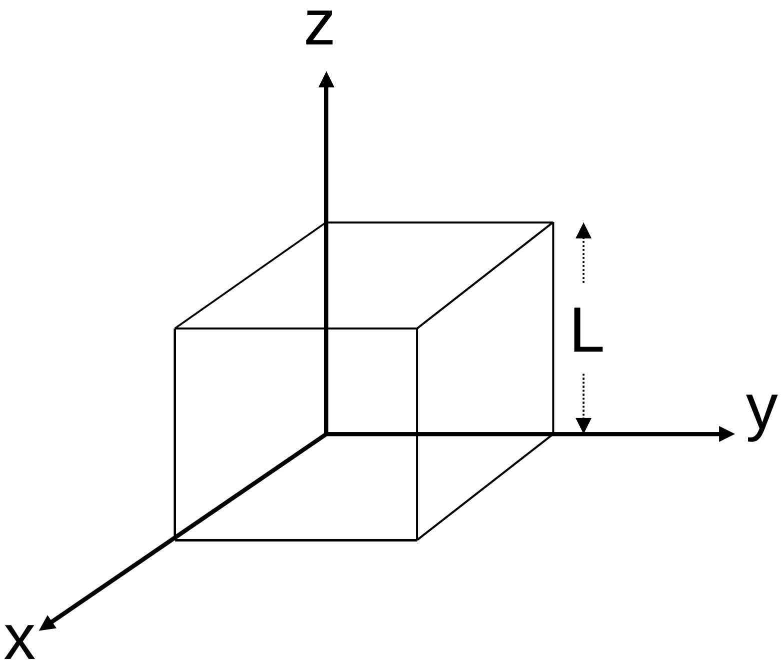
Prawdopodobieństwo emisji cząstki *β* o energii *K*, *K+dK*

gęstość stanów końcowych

$$dW = W(K)\,dK = \frac{2\pi}{\hbar}\underset{\substack{\uparrow \\ \text{element macierzowy przejścia}}}{\left|H'_{fi}\right|^2}\,\overset{\downarrow}{\rho}(E)\,dK$$

element macierzowy przejścia

Gęstość stanów końcowych $\rho(E) = dN/dE$



Sześcian kwantowania o objętości $V = L^3$; wewnątrz cząstka swobodna o pędzie

$$\vec{p} = \vec{k}\,\hbar.$$

Fala płaska $$u = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}\vec{r}} \qquad \int_V u^* u \, d\tau = 1$$

Założenie: $L >> \frac{2\pi}{k} =$ długość fali de Broglie'a

(V – znaczenie formalne, „wypadnie” z wzorów końcowych)

Liczba stanów końcowych *dN* dla rozpadu β^-

(m.in. dla rozpadu neutronu)

$$dN = \frac{element\ objetosci\ \ przestrzeni\ fazowej}{h^{3\kappa}}$$

$$= \frac{d\vec{r}_e\, d\vec{r}_\nu\, p^2 dp\, d\Omega_e\, q^2 dq\, d\Omega_\nu}{(2\pi\hbar)^6}$$

Tu, dla rozp. β, liczba cząstek w stanie końcowym $\kappa = 2$

(zaniedbujemy odrzut jądra końcowego, np. protonu)

dN dla objętości V i wszystkich kierunków pędu elektronu i antyneutrina

$$dN = \frac{V^2 16\pi^2 p^2 dp\, q^2 dq}{(2\pi\hbar)^6}$$

oraz pełnego zakresu wartości pędu q antyneutrina

(przy zachowaniu energii: $x = K + qc - K_0 = 0$)

$$dN = \frac{V^2 16\pi^2 p^2 dp \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) q^2 dq}{(2\pi\hbar)^6}$$

dN dla pełnego zakresu wartości pędu *q*

przy zachowaniu energii: $x = K + qc - K_0 = 0$

$$dN = \frac{V^2 16\pi^2 p^2 dp \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) q^2 dq}{(2\pi\hbar)^6} = \frac{V^2 E\, p\, [K_0 - K]^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^5} dE$$

Komentarz: $q = [K_0 - K + x]/c, \qquad dq = dx/c$

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) q^2 dq = \frac{1}{c^3} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) [K_0 - K + x]^2 dx = \frac{1}{c^3} [K_0 = K]^2$$

$$p\, dp = (1/c^2) E\, dE$$

Gęstość stanów do teoretycznego widma β

$$\boxed{\rho(E)=\frac{V^2}{4\pi^4\hbar^6c^5}E\,p[K_0-K]^2}$$

Uwagi:

- w tych rozważaniach masa antyneutrina $m_\nu = 0$
- V ma znaczenie formalne, nie ma go we wzorze końcowym

Element macierzowy przejścia H'_{fi}

Pełny hamiltonian układu

$$H = H_0 + \underset{\uparrow}{H'}$$

oddziaływanie słabe

Element macierzowy przejścia

$$H'_{fi} = \int \psi_f^* H' \psi_i \, d\tau$$

i – stan początkowy, f – stan końcowy

Funkcje falowe dla rozpadu neutronu

Stan początkowy

$\psi_i = u_n$ f. falowa neutronu podlegającego przemianie

Stan końcowy

$$\psi_f = u_e \; u_\nu \; u_p$$

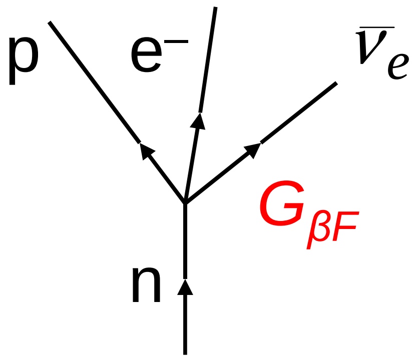
proton

antyneutrino

cząstka β (oddziaływanie kulomb. z protonem zaniedbane)

u – fala płaska

Przybliżenie Fermiego (1934)



Zał. (i) oddziaływanie punktowe, np. →

(ii) $H' = G_{\beta F}$ stała sprzężenia,

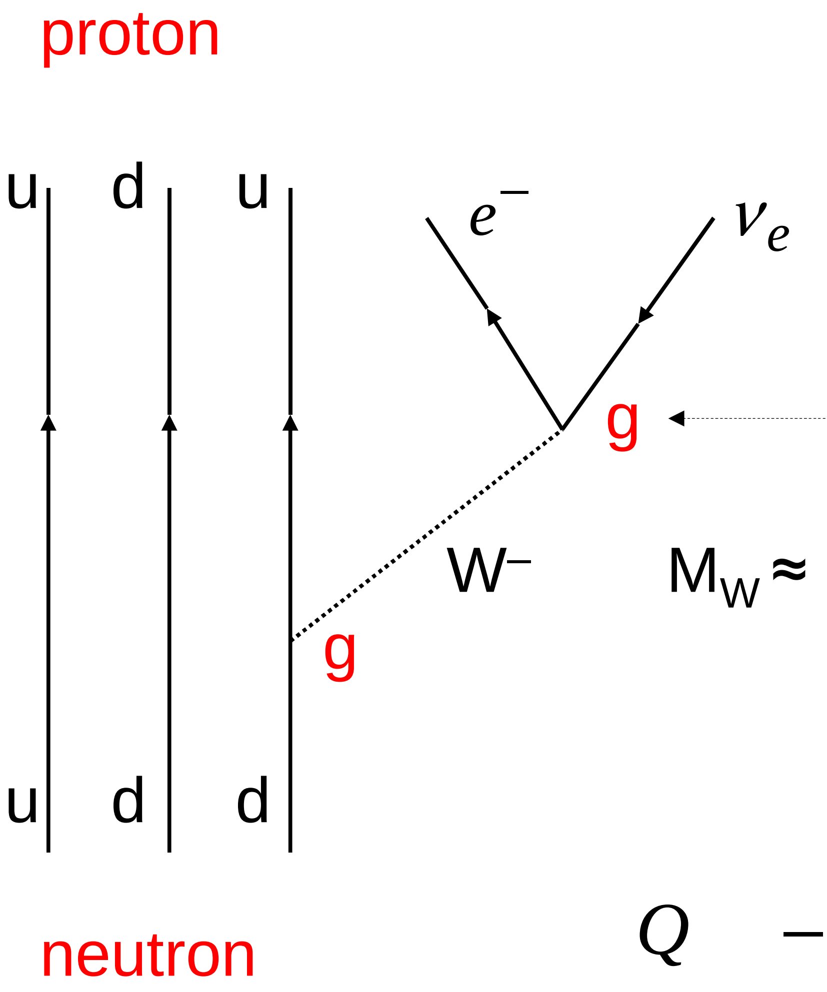
$(G_{\beta F} \propto g^2$ – Wykład 4);

wymiar: $[G_{\beta F}] = J \cdot m^3$.

Element macierzowy: $H'_{fi} = G_{\beta F} \int u_e^* u_\nu^* u_f^* u_i \, d\tau$

$$[H'_{fi}] = J\,m^3 (1/m^{3/2})^4 m^3 = J$$

Przemiana β^- na poziomie elementarnym



stała sprzężenia

$$M_W \approx 80\ \mathrm{GeV}/c^2,\quad \text{zasięg } 10^{-18}\ \mathrm{m}$$

$$\begin{array}{lccccc} & \overbrace{d \quad \rightarrow \quad u}^{\text{kwarki}} & & + & e^- & + \quad \bar{\nu}_e \\ Q & -1/3 & +2/3 & & -1 & 0 \\ s^P & 1/2^+ & 1/2^+ & & 1/2 & 1/2 \end{array}$$

Założenie fali płaskiej dla leptonów

(dla cząstki *β* zaniedbanie oddz. kulomb. z jądrem)

$$u_e = \frac{1}{\sqrt{V}}\, e^{i\vec{k}_e \vec{r}}\,, \qquad\qquad u_\nu = \frac{1}{\sqrt{V}}\, e^{i\vec{k}_\nu \vec{r}}$$

Ograniczenie się do zerowego orbitalnego moment pędu

$$u_e = u_\nu = 1/\sqrt{V}$$

Uzasadnienie wyboru $l = 0$: $\quad \vec{k}\vec{r} \leq k\,\underset{\substack{\uparrow \\ \text{promień jądra}}}{R} << 1$ (na ogół)

Kwadrat elementu macierzowego przejścia dla neutronu

$$\left|H'_{fi}\right|^2 = \frac{1}{V^2}\, G^2_{\beta F}\, \left|M\right|^2$$

Wg pierwotnej teorii Fermiego jądrowy element macierzowy

(zapis nie uwzględnienia formalizmu izospinowego)

$$\left|M\right|^2 = \left|M_F\right|^2 = \left|\int u_p^* u_n \, d\tau\right|^2 = 1$$

Po uwzględnieniu przejść Gamowa-Tellera

$$\left|M\right|^2 = \left(\left|M_F\right|^2 + R^2 \left|M_{GT}\right|^2\right) = (1+3R^2)$$

$$R^2 = G^2_{\beta GT} / G^2_{\beta F}$$

Widmo *β* bez uwzględnienia oddz. kulombowskiego

(dla neutronu – slajd 17)

$$W(K) = \frac{1}{2\pi^3\hbar^7 c^5} G_{\beta F}^2 |M|^2 E\, p\,(K_0 - K)^2$$

Widmo *β* po zmianie jednostek

(energia w jedn. $m_e \cdot c^2$, pęd w jedn. $m_e \cdot c$)

i uwzględnieniu oddz. kulombowskiego:

$$W(K)\,dK = \frac{m^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} G_{\beta F}^2 |M|^2 \underset{\uparrow}{F(E,Z)}\, E\, p\,(K_0 - K)^2 dK$$

Funkcja Fermiego

(dla neutronu – slajd 21)

2.7. REGUŁA FERMIEGO (Nr 2)

Np. H.A. Enge i in. Wstęp do fizyki atomowej, PWN, W-wa 1983, str. 222

Szkic rozumowania – z myślą o przemianie beta

Stan początkowy: nuklid podlegający przemianie beta

f. falowa i energia $\psi_m, \; E_m$

(rozmycie energii – zasada nieoznaczoności)

Stan końcowy: nuklid końcowy + leptony

funkcja falowa i energia $\psi_k, \; E_k$

Układ fizyczny

bez oddziaływania słabego

$$H_0 \psi_n = E_n \psi_n$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H_0 \Psi$$

$$\Psi = \psi_m e^{-i E_m t / \hbar}$$

$$\int \psi_m^* \psi_n \, d\tau = \delta_{mn}$$

z oddziaływaniem słabym

$$\downarrow$$

$$H = H_0 + H'$$

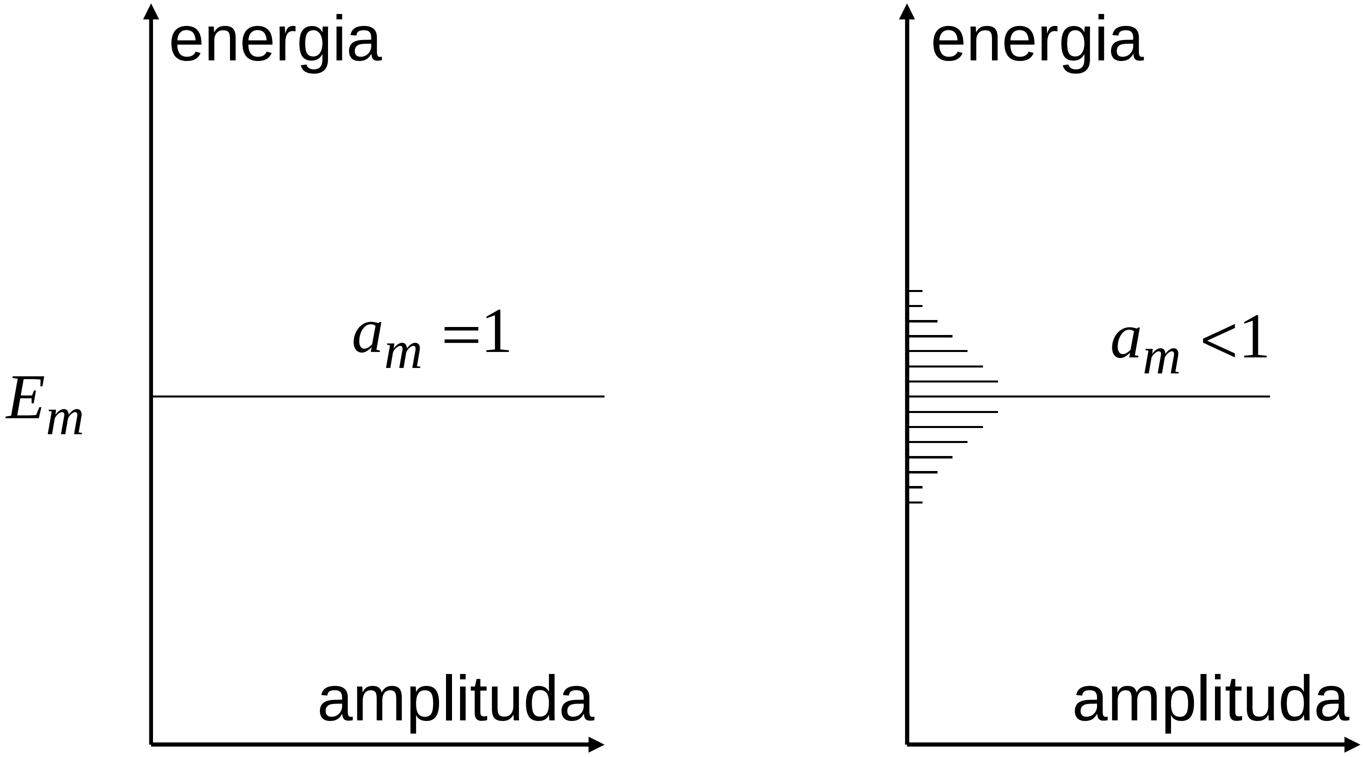
$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H \Psi$$

$$\Psi = \sum_n a_n(t) \psi_n e^{-iE_n t / \hbar}$$

$$\sum_n \left| a_n \right|^2 = 1$$

Oddziaływanie słabe *H'*:

„włączenie” w czasie t=0,   „wyłączenie” w czasie t=t_1



Zmiana rozkładu amplitud prawdopodobieństwa (jakościowo)

Czas $0 \le t \le t_1$

$H = H_0 + H'$, H' nie zależy od czasu, hermitowski

Wstawiamy $\Psi = \sum_n a_n(t)\psi_n\, e^{-iE_n t/\hbar}$ do równania $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H\Psi$,

obie strony mnożymy lewostronnie przez $\psi_k^*\, e^{iE_k t/\hbar}$
i całkujemy:

$$\dot{a}_k(t) = \frac{1}{i\hbar} \sum_n H'_{kn}\, a_n(t)\, e^{i\omega_{kn}t},$$

$$H'_{kn} = \int_0^t \psi_k^*\, H'\psi_n\, d\tau = H^*_{nk}, \qquad \omega_{kn} = (E_k - E_n)/\hbar.$$

Pierwszy rząd rachunku zaburzeń (Dirac)

Założenie:

czas t_1 krótki; dla $t \le t_1$ wstawiamy $a_n(t) \approx a_n(0) = \delta_{mn}$

$$\dot{a}_k(t) = \frac{1}{i\hbar}\sum_n H'_{kn}\, a_n(t)\, e^{i\omega_{kn}t} \approx \frac{1}{i\hbar} H'_{km}\, e^{i\omega_{km}t}$$

$$a_k(t) = \frac{1}{i\hbar}\int_0^t H'_{km}\, e^{i\omega_{km}t}\, dt$$

$$a_k(t) = \frac{H'_{km}}{\hbar}\,\frac{e^{i\omega_{km}t} - 1}{\omega_{km}} = \frac{H'_{km}}{\hbar}\, e^{i\omega_{km}t_1/2}\;\frac{2\sin\omega_{km}t/2}{\omega_{km}}$$

Stała rozpadu λ = prawdopodobieństwo rozpadu/s

prawdopodob.,
że w czasie t_1
układ w stanie *k*

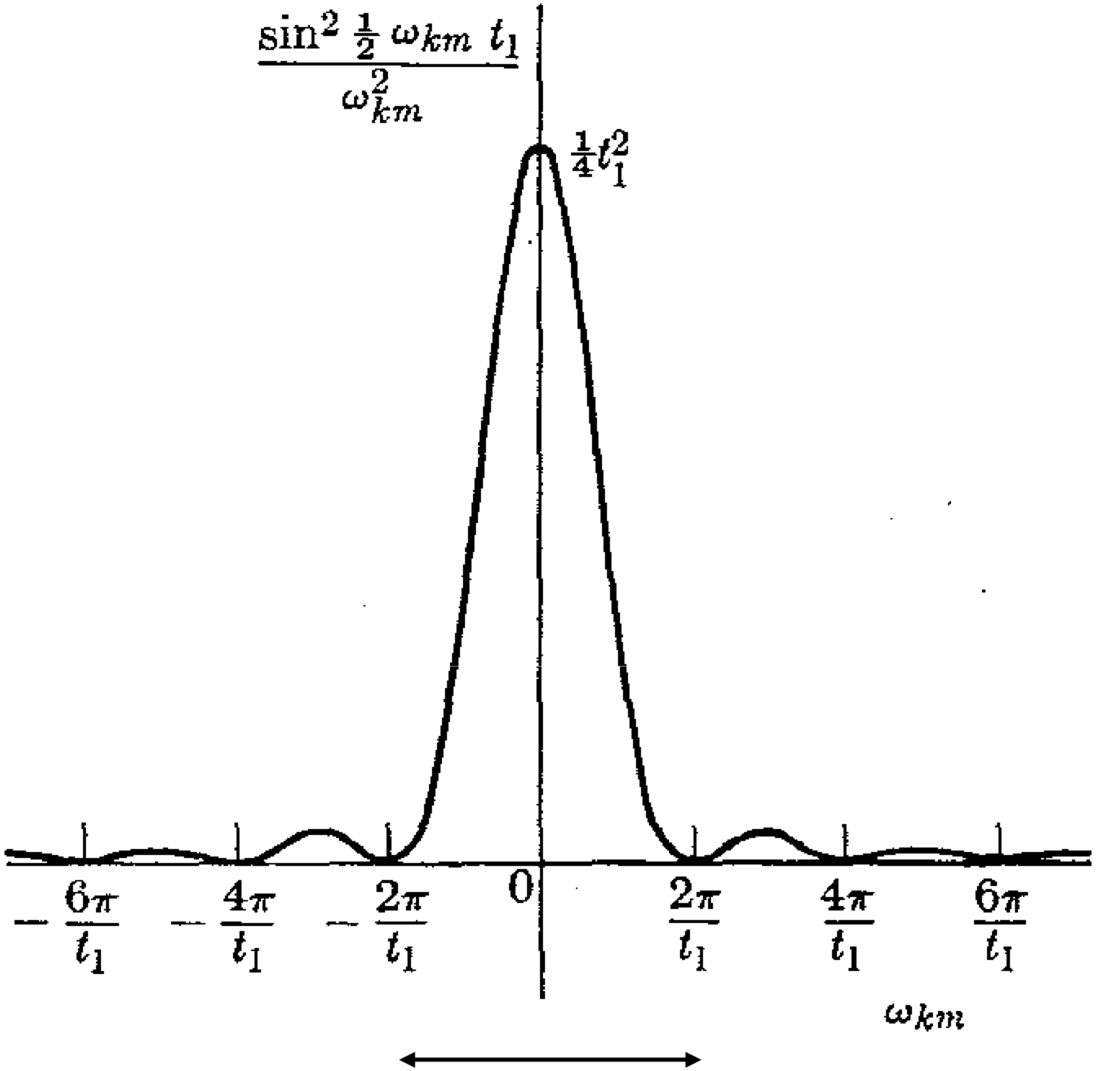
gęstość stanów końcowych

$$\lambda = \frac{1}{t_1}\sum_k |a_k|^2 = \frac{1}{t_1}\int_{-\infty}^{\infty} (|a_k|)^2 \frac{dN}{dE}\, dE_k$$

$$|a_k|^2 = \frac{|H'_{km}|^2}{\hbar}\ \frac{4\sin^2(\omega_{km}t_1/2)}{\omega_{km}^2}$$

$$dE_k = \hbar\ d\omega_{km}$$

$$\lambda = \frac{4}{\hbar t_1}\ |H'_{km}|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2(\omega_{km}t_1/2)}{\omega_{km}^2}\ \frac{dN}{dE}\ d\omega_{km}$$



najważniejszy przyczynek do całki

Przekształcenia $x = \omega_{km} t_1 / 2$

$$-\pi \leq x \leq \pi \quad \Rightarrow \quad \frac{dN}{dE} \approx const.$$

$$\lambda = \frac{2}{\hbar} \left| H'_{km} \right|^2 \frac{dN}{dE} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx}_{=\pi}$$

Złota reguła Fermiego (Nr 2)

$$\boxed{\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} \left| H'_{km} \right|^2 \frac{dN}{dE}}$$

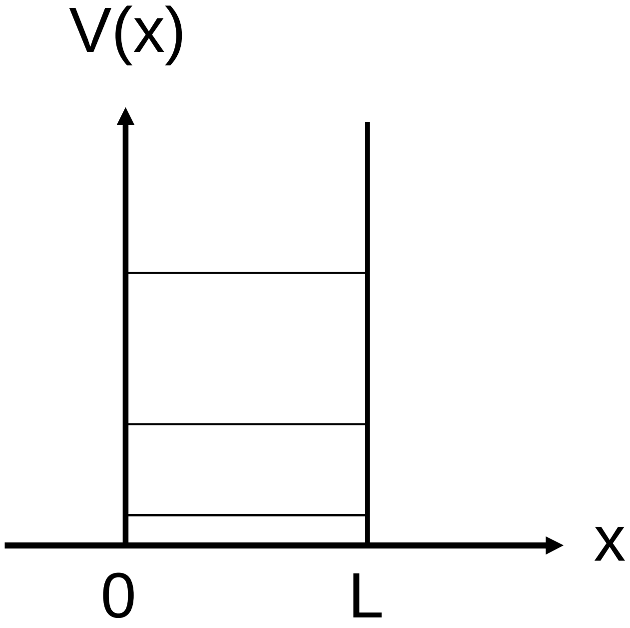
(m – stan początkowy, k – stan końcowy)

Gęstość stanów – prosty przykład

1 cząstka – jednowymiarowo, nierelatywistycznie

przestrzeń fazowa: $x, \quad p$

prostokątna studnia potencjału: $\begin{cases} 0 < x < L & V(x)=0 \\ x \leq 0,\ x \geq L & V(x)=\infty \end{cases}$



$$\psi_n(x) = A \sin \frac{n \pi x}{L}$$

$$n = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ ..$$

$$\boxed{E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}\, n^2}$$

Gęstość stanów: *ρ(p) = dN/dp*

$$p^2 = 2mE = \frac{\pi^2\hbar^2}{L^2}\, n^2 \quad \Rightarrow \quad p = \pm \frac{\pi\hbar}{L}\, n$$

Dla p > 0, liczba stanów: $N = \frac{p\,L}{2\pi\hbar} = \frac{p\,L}{h}.$

Zakładamy duże *L*; liczba stanów w przedziale *p*, *p*+*dp*

$$\boxed{dN = \rho(p)\,dp = \frac{L\,dp}{h}.}$$

Uwaga: *dx·dp* – element objętości w przestrzeni fazowej!

Gęstość stanów: $\rho(E) = dN/dE$

$$dN = \rho(p)\,dp = \frac{L\,dp}{h} = \rho(E)\,dE$$

$$2\,pdp = 2m\,dE$$

$$dp\,/\,dE = \frac{m}{p} = \sqrt{\frac{m}{2E}}$$

$$\boxed{\rho(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{L}{h}\sqrt{\frac{m}{2E}}}$$

2.8. PRZEJŚCIA GAMOWA-TELLERA

(i) Jednocząstkowe stany nukleonu

(ii) Funkcje falowe i operatory spinowe

(iii) Jednocząstkowe wartości $|M_{GT}|^2$

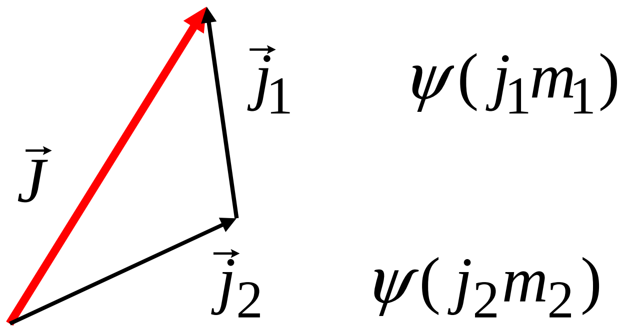
(iv) Przemiana β jąder zwierciadlanych

(i) Jednocząstkowe stany nukleonu

Przypomnienie:

sprzężenie dwóch

momentów pędu



$$\Psi(j_1 j_2 J M) = \sum_{m_1 m_2} (j_1 m_1 j_2 m_2 \mid JM)\cdot\psi(j_1 m_1)\cdot\psi(j_2 m_2)$$

współczynniki Clebscha-Gordana (liczby rzeczywiste)

Jeżeli niespełnione są warunki

$(i)\quad j_1 + j_2 \geq J \geq |j_1 - j_2|, \qquad (ii)\quad M = m_1 + m_2$

to $\quad (j_1 m_1 j_2 m_2 \mid JM) \equiv 0$

Stan nukleonu w modelu powłokowym

(z podręcznika)

$n,\ l,\ j,\ m$

$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}, \qquad j = l \pm 1/2, \qquad m = m_l + m_s = -j,\ -j+1, \ldots\ j$

funkcja falowa (bez części izospinowej)

$$\psi(n,l,j,m) = \sum_{m_s m_l} (\tfrac{1}{2}\, m_s\, l\, m_l \mid jm) \cdot \varphi(n,l,m_l) \cdot \chi(m_s)$$

operatory
momentu
pędu

$$\begin{cases} \vec{j}^{\,2}\, \psi(n,l,j,m) = j(j+1)\, \psi(n,l,j,m) \\ j_z\, \psi = m\, \psi \\ (j_x \pm i\ j_y)\, \psi = \sqrt{j(j+1) - m(m \pm 1)}\ \psi \end{cases}$$

(ii) Funkcje falowe i operatory spinowe

$$\chi(m_s = +1/2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \chi(m_s = -1/2) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$s_x = \frac{1}{2}\sigma_x, \qquad s_y = \frac{1}{2}\sigma_y, \qquad s_z = \frac{1}{2}\sigma_z .$$

Macierze Pauliego

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Operatory σ_κ, gdzie $\kappa = "+", "0", "-"$

$$\sigma_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_x + i \cdot \sigma_y) = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_0 = \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_x - i \cdot \sigma_y) = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\boxed{\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_+ + \sigma_-), \qquad \sigma_y = \frac{1}{i\sqrt{2}}(\sigma_+ + \sigma_-), \qquad \sigma_z = \sigma_0.}$$

Przykłady działania operatorów

$$\sigma_+ \chi(m_S = -1/2) = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \sqrt{2}\ \chi(m_S = +1/2),$$

$$\sigma_+ \chi(m_S = +1/2) = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0,$$

$$\sigma_0\, \chi(m_S) = 2\, m_S\, \chi(m_S)$$

$$\sigma_- \chi(m_S = +1/2) = \sqrt{2}\ \chi(m_S = -1/2),$$
$$\sigma_- \chi(m_S = -1/2) = 0.$$

Jednocząstkowy stan początkowy

$$\psi_i = \psi_i(n'l'j'm)$$

$$= \sum_{m_s'm_l'} (\tfrac{1}{2} m_s' l' m_l' | j' m') \varphi_i(n'l'm_l') \chi(m_s')$$

Jednocząstkowy stan końcowy

$$\psi_f = \psi_f(n''l''j'''m'')$$

$$= \sum_{m_s''m_l''} (\tfrac{1}{2} m_s'' l'' m_l'' | j'' m'') \varphi_f(n''l''m_l'') \chi(m_s'')$$

Element macierzowy operatora

$$\langle \sigma_\kappa \rangle = \left\langle \psi_i \,|\, \sigma_\kappa \,|\, \psi_f \right\rangle = \int \psi_f{}^* \sigma_\kappa \psi_i \, d\tau$$

$$= \sum_{\substack{m_s' m_l' \\ m_s'' m_l''}} (\tfrac{1}{2}\, m_s'' l'' m_l'' \,|\, j'' m'')(\tfrac{1}{2}\, m_s' l' m_l' \,|\, j' m')$$

$$\times \langle m_s'' | \sigma_\kappa | m_s' \rangle$$

$$\times \underbrace{\int \varphi_f{}^*(n'' l'' m_l'')\ \varphi_i{}^*(n' l' m_l')\ d\tau}_{\delta_{n'n''} \cdot\, \delta_{l'l''} \cdot \delta_{m_l' m_l''}}$$

Reguły wyboru

$$\boxed{n' = n''\ (= n), \qquad l' = l''\ (= l), \qquad m_l' = m_l''\ (= m_l)}$$

(iii) Jednocząstkowe wartości $|M_{GT}|^2$

$$\left|M_{GT}^{sp}\right|^2 = \left|\langle\vec{\sigma}\rangle\right|^2 = \sum_{m''}\left\{\left|\langle\sigma_x\rangle\right|^2 + \left|\langle\sigma_y\rangle\right|^2 + \left|\langle\sigma_z\rangle\right|^2\right\}$$

$$= \sum_{m''}\left\{\left|\langle\sigma_+\rangle\right|^2 + \left|\langle\sigma_0\rangle\right|^2 + \left|\langle\sigma_-\rangle\right|^2\right\}$$

<u>Reguły wyboru</u>

$$j = l \pm 1/2$$

$$\Downarrow$$

zmiana momentu pędu

zmiana parzystości f. falowej

$$\boxed{\begin{array}{l}\Delta j = 0, \pm 1 \\ "nie"\end{array}}$$

Przykład obliczenia kwadratu elementu macierzowego

$$j'' = j' = l + 1/2, \qquad m_s' = 1/2, \qquad \left|\langle\sigma_+\rangle\right|^2 = 0$$

(wynik nie zależy od wyboru m_s')

$$\boxed{\left|M_{GT}^{sp}\right|^2} = \left|\langle\vec{\sigma}\rangle\right|^2 = \sum_{m''}\left\{\left|\langle\sigma_0\rangle\right|^2 + \left|\langle\sigma_-\rangle\right|^2\right\} = 1 + \frac{2}{2l+1} \;=\; \boxed{\frac{2l+3}{2l+1}}$$

$$\sigma_0\,\chi(m_s') = 2m_s'\,\chi(m_s') = \chi(m_s')$$

$$\langle m_s''|\,\sigma_0\,|m_s'\rangle = \chi^*(m_s'')\cdot\chi(m_s') = \delta_{m_s' m_s''}$$

$$\langle\sigma_0\rangle = \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}l\,l\,|\,jj\right)^2 = 1$$

$$\langle\sigma_-\rangle = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}l\,l\,|\,j\;j-1\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}l\,l\,|\,j\;j\right)\cdot\sqrt{2} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2l+1}}\;\sqrt{\frac{2l+1}{2l+1}}\;\sqrt{2} = \sqrt{\frac{2}{2l+1}}$$

Zestawienie wzorów dla wartości $|M_{GT}^{sp}|^2$

mom. pędu → ↓	$j_i = l + 1/2$	$j_i = l - 1/2$
$j_f = l + 1/2$	$\frac{2l+3}{2l+1}$	$\frac{4(l+1)}{2l+1}$
$j_f = l - 1/2$	$\frac{4l}{2l+1}$	$\frac{2l-1}{2l+1}$

(iv) Przemiana β jąder zwierciadlanych

def. $Z' = N' \pm 1, \qquad Z'' = N'' \mp 1, \qquad Z' + N' = Z'' + N''$

Przemiana	l	$\left\|M_{GT}^{sp}\right\|^2$	$\left\|M_F\right\|^2$
${}^{1}_{1}H_0 \leftarrow {}^{1}_{0}n_1 \qquad s_{1/2} \leftarrow s_{1/2}$	0	3	1
${}^{17}_{9}F_8 \rightarrow {}^{17}_{8}O_9 \qquad d_{5/2} \rightarrow d_{5/2}$	2	7/5	1
${}^{41}_{21}Sc_{20} \rightarrow {}^{41}_{20}Ca_{21} \qquad f_{7/2} \rightarrow f_{7/2}$	3	9/7	1

(Wykład 4) $T = \left|T_z\right| = 1/2$

Przemiana beta ^{41}Sc

$$T_{1/2} = 0.5693(17)\,s$$

$$t = T_{1/2}/0.99963$$

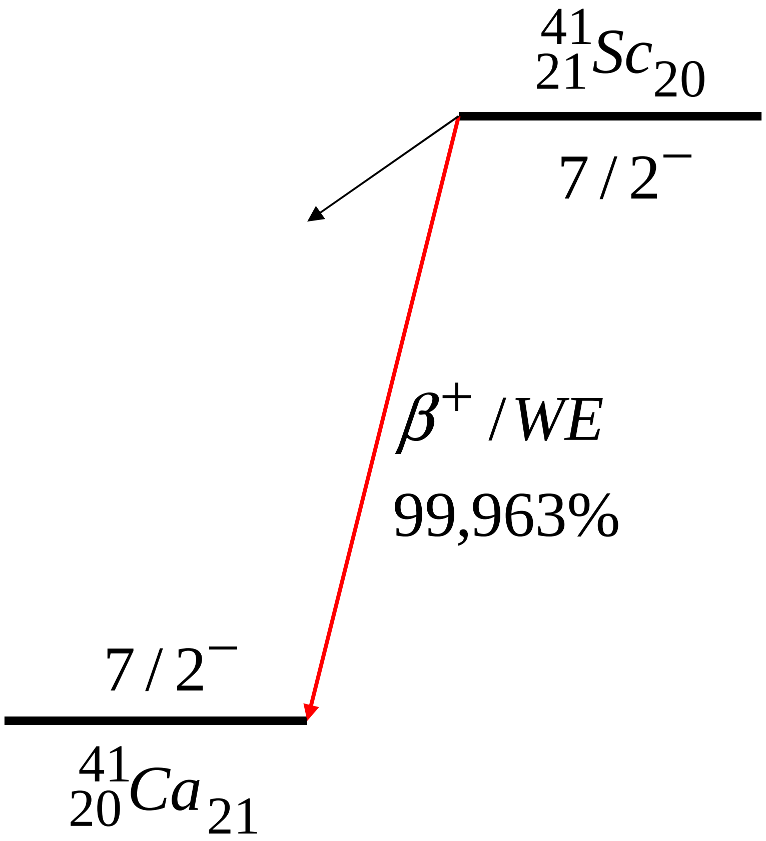
$$= 0.5695(17)\,s$$

$$Q_{WE} = 6.495(6)\,MeV$$

$$f \approx f_{\beta+} = 4736$$

$$ft = 2697\ s$$

$$\log ft = 3.45$$



„Doświadczalna” wartość $|M_{GT}|^2$

$$ft = \frac{D}{G_{\beta F}^2\left(\left|M_F\right|^2 + R\left|M_{GT}^{\exp}\right|^2\right.} = \frac{6144\ s}{1 + 1.6215\left|M_{GT}^{\exp}\right|^2}$$

$$\uparrow$$

$$\Rightarrow \left|M_{GT}^{\exp}\right|^2 = 0.79$$

Wykład 4, slajd 38

Czynnik utrudnienia przejścia GT (*hindrance factor*)

$$\left|M_{GT}^{\exp}\right|^2 / \left|M_{GT}^{sp}\right|^2 \approx 0.61$$

$$\uparrow$$

$$9/7$$

Wykład 3

STAŁE SPRZĘŻENIA, MACIERZ *CKM*, PLANY DALSZYCH BADAŃ

projekt eksperymentu w Oak Ridge (Uwaga: $G_{\beta GT}=G_A$, $G_{\beta F}=G_V$)

3.1. CZĄSTKI ELEMENTARNE O SPINIE ½

Leptony

Rodzina		m (MeV/c^2)	τ (s)
1	ν_e	$< 2 \times 10^{-6}$	∞
	e^-	0.511	∞
2	ν_μ	< 0.19	∞
	μ^-	105.7	2.2×10^{-6}
3	ν_τ	< 18	∞
	τ^-	1777	2.9×10^{-13}

(+ antycząstki)

Cząstki element. o spinie ½ – kwarki

zapach $\begin{Bmatrix} u & c & t & & +2/3 \\ d & s & b & & -1/3 \end{Bmatrix}$ ładunek

(+ antykwarki)

Skład kwarkowy nukleonów

$p\ (uud)$

$n\ (udd)$

3.2. ROZPAD MIONU I STAŁA G_F

Particle Data Group 2013

Powstawanie mionów ujemnych

$$\pi^- \to \mu^- + \overline{\nu}_\mu \qquad ca\ 100\,\%$$

Rozpad („czysto” leptonowy!) mionu

$$\mu^- \to e^- + \overline{\nu}_e + \nu_\mu \qquad ca\ 100\,\%$$

Masa i czas życia mionu

$$\begin{cases} m = 105.6583715(35)\ MeV/c^2 \\ \tau_\mu = 2.1969811(22) \times 10^{-6}\ s \end{cases}$$

Od średniego czasu życia mionu do stałej sprzężenia G_F

$$\frac{G_F^2}{(\hbar c)^6} = \frac{\hbar}{\tau_\mu} \cdot \frac{192\pi^3}{\left(m_\mu c^2\right)^5 \cdot \underset{\uparrow}{(1+\varepsilon)}}$$

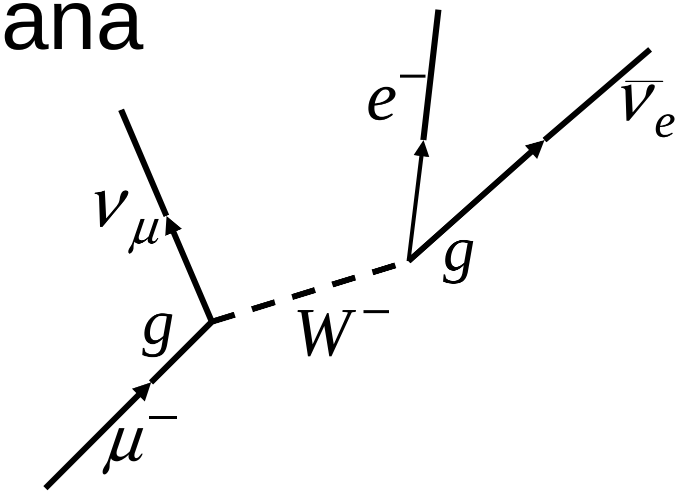
poprawka radiacyjna + uwzględnienie $m_e \neq 0$

W.J.Marciano, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 41(1991)469

$$G_F = 1.4358504(7) \times 10^{-62} \; J\, m^3$$

$G_{GT} = G_F$ (inaczej niż dla neutronu!)

Diagram Feynmana



Związek między stałymi *g* i G_F

$$G_F = \frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{g^2}{M_W^2} \left(\frac{\hbar}{c} \right)^2$$

R.J. Blin-Stoyle, Nuclear and Particle Physics,
Chapman & Hall, London 1991, p. 182

3.3. ZWIĄZEK MIĘDZY $G_{\beta F}$ Z ROZPADU NEUTRONU I G_F Z ROZPADU MIONU

Z doświadczalnych badań rozpadu neutronu

(pomiar $T_{1/2}$ i jeden eksperyment korelacyjny – Wykład 2)

$$G_{\beta F} = (1.4114 \pm 0.0012\ \ ) \cdot 10^{-62}\ \mathrm{J\ m^3}$$

stąd stosunek stałych sprzężenia

$$G_{\beta F}/G_F = 0.9829 \pm 0.0008$$

Teoretyczna zależność stałych sprzężenia

I.S. Towner & J. Hardy, Phys. Rev. C66 (2002) 35501

$$G_{\beta F}^{2}/G_{\mu F}^{2} = |V_{ud}|^{2}(1+\Delta_{R}^{V})$$

poprawka radiacyjna: $1+\Delta_{R}^{V} = 1.0240 \pm 0.0008$

Z doświadczenia (slajd 7):

$$|V_{ud}|^{2}(1+\Delta_{R}^{V}) = 0.9829 \pm 0.008$$

$$\Downarrow$$

$$|V_{ud}|^{2} = 0.9435 \pm 0.0017 \quad \Rightarrow \quad |V_{ud}| = 0.9713 \pm 0.0009$$

Interpretacja

Przemiana β^{-}

- na poziomie nukleonów $n \rightarrow p + e^{-} + \overline{\nu}_e$
- na poziomie kwarków $d \rightarrow u + e^{-} + \overline{\nu}_e$

Zakładamy zmieszanie stanów kwarkowych o $Q = -1/3$, np

$$|d\rangle \;\Rightarrow\; |d'\rangle = V_{ud}|d\rangle + V_{us}|s\rangle + V_{ub}|b\rangle$$

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1$$

3.4. MACIERZ CABIBBO-KOBAYASHI-MASKAWY

Mieszanie się kwarków o ładunku $Q = -1/3$

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Model Standardowy: unitarność macierzy CKM

w szczególności

$$\boxed{|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1}$$

(suma mniejsza od 1 mogłaby oznaczać istnienie 4-tej rodziny kwarków)

Zadaniem fizyki jądrowej dokładne wyznaczenie $|V_{ud}|^2$.

Test unitarności macierzy *CKM* (1-szy wiersz)

N. Severijns et al., Rev. Mod. Phys. 78 (2006) 991

z rozpadu mezonów *K* i in. $|V_{us}| = 0.2254 \pm 0.0021$

z rozpadu mezonów *B* $|V_{ub}| = (3.6 \pm 0.7) \times 10^{-3}$

Pomiar $T_{1/2}$ i eksper. korelacyjny Abele et al. (Wykład 2)

z rozpadu neutronu $|V_{ud}| = 0.9713 \pm 0.0009$

$$\boxed{|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9943 \pm 0.0023}$$

Uzupełnienie: kąt Cabibbo θ_C

przy zaniedbaniu roli kwarku *b*:
macierz 3 x 3 → macierz 2 x 2

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_C & \sin\theta_C \\ -\sin\theta_C & \cos\theta_C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} |d'\rangle = \cos\theta_C\,|d\rangle + \sin\theta_C\,|s\rangle \\ |s'\rangle = -\sin\theta_C\,|d\rangle + \cos\theta_C\,|s\rangle \end{cases}$$

$$\cos\theta_C = |V_{ud}| = 0.971 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\theta_C \approx 0.24\ rad}$$

3.5. ZESTAWIENIE WYNIKÓW BADANIA UNITARNOŚCI MACIERZY *CKM*

$\lvert V_{ud}\rvert^2 + \lvert V_{us}\rvert^2 + \lvert V_{ub}\rvert^2$	wyznaczenie V_{ud}
1.0000 ± 0.0026*)	rozpad neutronu
0.9999 ± 0.0006**)	przejścia $0^+ \rightarrow 0^+$

*) Dubbers & Schmidt, Rev. Mod. Phys. 81(2011) 1111

- τ_n = 881.9 ± 1.3 s (średnia uwzględnia wynik Serebrowa i in.)
- uwzględnione wyniki kilku eksperymentów korelacyjnych

**) Towner & Hardy, Rep. Progr. Phys. 73(2010) 46301

Ceccucci et al., in Particle Data Group Review,
{Nakamura et al., J. Phys. G37 (2010) 75021}

2-gi wiersz macierzy CKM

$$|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1.101 \pm 0.074$$

1-sza kolumna macierzy CKM

$$|V_{ud}|^2 + |V_{cd}|^2 + |V_{td}|^2 = 1.002 \pm 0.005$$

2-ga kolumna macierzy CKM

$$|V_{us}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{ts}|^2 = 1.098 \pm 0.074$$

3.6. POTRZEBA DALSZYCH BADAŃ

- Wyniki badania superdozwolonych przejść $0^+ \rightarrow 0^+$ zależą od właściwego opisu struktury badanych jąder, a ten opis w pracach Townera i Hardego budzi pewne wątpliwości (→ Wykład 4)

- Uzyskanie dokładniejszych wyników z badania rozpadu neutronu wiąże się z dużymi trudnościami technicznymi, ale pokonanie tych trudności opłacalne , bo wartości $|M_F|^2$ i $|M_{GT}|^2$ znane dokładnie.

Ogólne wyrażenie dla prawdopodobieństwa rozpadu β neutronu

z uwzględnieniem różnych korelacji kątowych
(jednak bez identyfikacji spinu e^-)

$$dW \propto \left(1+3R^2\right) F(E_e,Z)\, p_e E_e (E_0 - E_e)^2 \; dE_e \, d\Omega_e \, d\Omega_\nu$$

$$\times\left[1 + a\frac{\vec{p}_e c \cdot \vec{p}_\nu c}{E_e E_\nu} + b\frac{m_e}{E_e} + \langle \vec{\sigma}_n \rangle \left(A\frac{\vec{p}_e c}{E_e} + B\frac{\vec{p}_\nu c}{E_\nu} \right)\right]$$

p-kt 3.8: korelacja $e^- - \bar{\nu}_e$

(uwaga: $p \cdot c / E = v / c$)

Wykład 2, p-kt 2.5

człon Fiertza (modyfikuje kształt widma) – wyjście poza Model Stand.

Współczynniki korelacji

$$a = \frac{1 - R^2}{1 + 3R^2}$$

elektron – antyneutrino

$$A = -2\ \frac{R(R+1)}{1 + 3R^2}$$

spin neutr. – elektron (p-kt 2.5)

$$B = 2\ \frac{R(R-1)}{1 + 3R^2}$$

spin neutronu – antyneutrino

$$R = G_{\beta GT} / G_{\beta F}\ \left(= G_A / G_V\right)$$

Porównanie dróg wyznaczenia R

przykłady dotychczasowych wyników

H. Abele, Progr. In Particle and Nuclear Physics 60(2008)1

$a=-0.1054(55)$	$\Rightarrow \quad \lvert R\rvert=1.271(17)$	Byrne et al. (2002)
$A=-0.1189(7)$	$\Rightarrow \quad R=-1.2739(19)$	Abele et al. (2002)
$B=0.9821(40)$	$\Rightarrow \quad R=-1.338(50)$	wartość średnia

Czułość wyznaczania wartości λ
poprzez a i A – porównywalna,
znacznie lepsza niż z wartości B

$$\frac{\partial a}{\partial R}/a \approx \frac{\partial A}{\partial R}/A >> \frac{\partial B}{\partial R}/B$$

3.7. SPALLACYJNE ŹRÓDŁA NEUTRONÓW

Zalety: impulsowy charakter wiązek neutronów o dużym natężeniu

Źródła takie istnieją m. in. w:

(i) Los Alamos Neutron Science Center
(ii) Oak Ridge National Lab. (SNS – Spallation Neutron Source)
(iii) J-PARC (Japanese Spallation Neutron Source)
(iv) Harwell (the Rutherford Appleton Lab.)

i planowane są w:

(i) Lund (European Spallation Source)
(ii) Dongguan (China Spallation Neutron Source)

SNS – spallacyjne źródło neutronów w ORNL

N. Fomin et al., Nucl. Instr. and Methods in Physics Research A773 (2015) 45

- Przyspieszanie jonów H^- do energii ca 1 *GeV*

  (impulsy 1 *μs*; częstość 60 *Hz*, średnia moc 1.4 *MW*)

- Kierowanie wiązki *p* na target *Hg*

  (rtęć przepływająca w obiegu zamkniętym – intensywnie chłodzona)

- Spowalnianie neutronów

  (wodór w temp. 20 *K* i – oddzielnie – woda)

- Kierowanie zimnych neutronów do stanowisk pomiarowych, m.in. do

  (i) układu dla poszukiwania *EDM* neutronu

  (ii) spektrometru *Nab*

3.8. PRECISE MEASUREMENT OF $R = G_A/G_V$
and search for Non-(V-A) Weak Interaction Terms in Neutron Decay

Funding proposal for the neutron decay spectrometer *Nab* at *SNS*
Oak Ridge National Laboratory

R. Alarcon,..., R.K. Grzywacz,..., K.P. Rykaczewski... – the *Nab* collab.

(N – neutron, a – współcz. korelacji, b – współcz. członu Fiertza, slajd 16)

Budowa aparatury do:

(i) pomiaru korelacji elektron-antyneutrino i wyznaczenia a z dokł. 10^{-3}

(ii) poszukiwanie członu Fierza $b \cdot m_e/E_e$ (patrz również: Wykład 5)

Uwaga: w Modelu Stand. $G_{\beta F} = G_V$ i $G_{\beta GT} = G_A$ (Wykład 5)

Rozkład kątowy antyneutrin

w stosunku do kierunku emisji elektronu

$$dW \propto 1 + \frac{v_e}{c}\, a \cos\theta$$

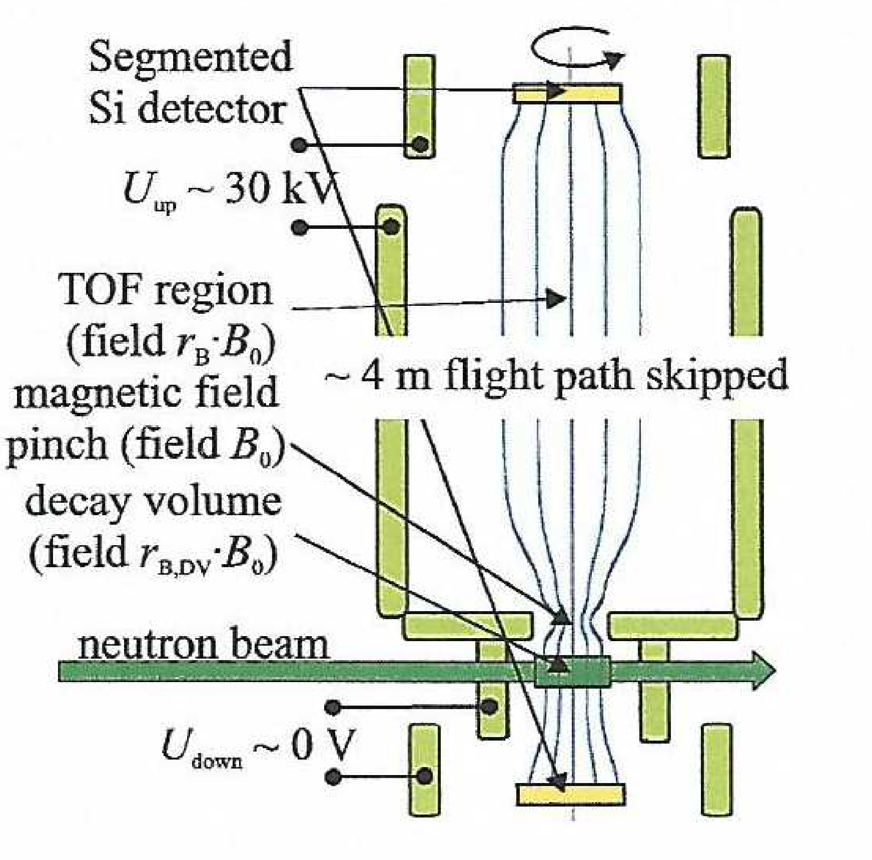
(v_e - prędkość elektronu)

Mierzone korelacje e^- – proton odrzutu,

wykorzystana zależność $\vec{p}_\nu = -(\vec{p}_e + \vec{p}_p)$

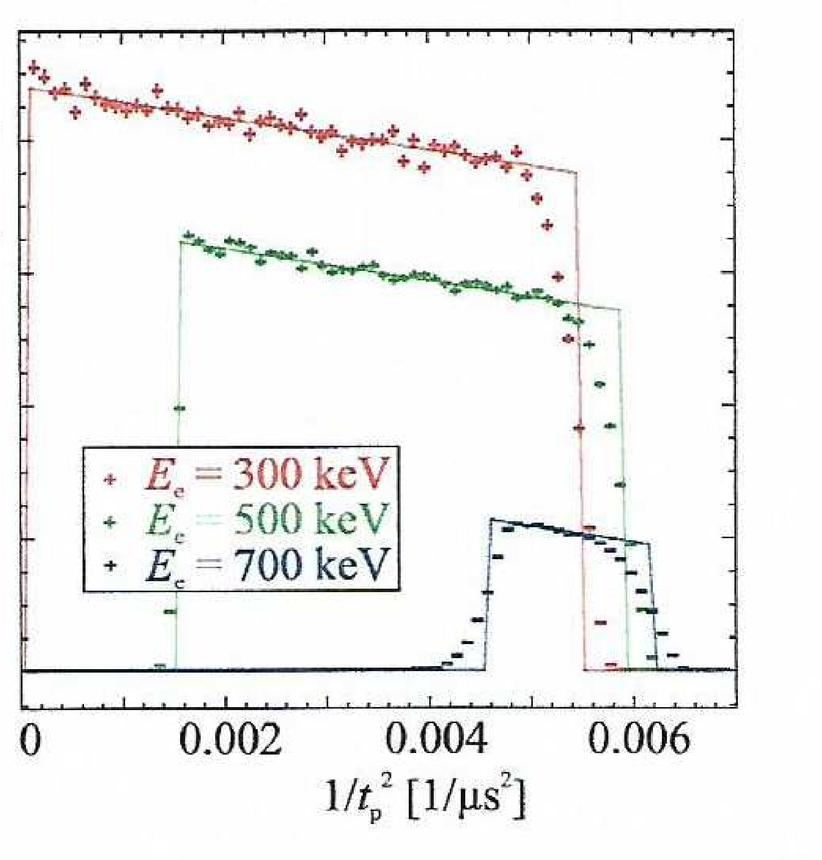
Zamiar zwiększenia dokładności a do 10^{-3}

Szkic spektrometru Nab (bez zachowania proporcji)



- Linie pola magnet. (niebieskie) i cewki (nie pokazane) – symetria osiowa.
- Elektrony rejestrowane w obu detektorach (dla uzyskania pełnej energii – sumowanie impulsów dla uwzględnienia odbić).
- Protony (po przyspieszeniu) rejestrowane w detektorze dalszym

Symulowana liczba zliczeń dla 3 energii elektronów w funkcji $1/t_p^2$, gdzie t_p – czas przelotu protonu (w μs)



Współczynnik *a* można otrzymać z tych rozkładów

(E_e oznacza tu energię kinetyczną)

Maksymalna energia protonów odrzutu
i czas przelotu na drodze 4 m

Szczególny przypadek graniczny: $p_e = 0, \quad \vec{p}_p = -\vec{p}_\nu$

Energia kinetyczna protonu:

$$K_p = \frac{p_p^2}{2m_p} = \frac{(p_\nu c)^2}{2m_p c^2} \approx \frac{(782)^2}{938272} keV = 0.236\ keV$$

stąd $$K_p = 5.223 \times 10^{-17}\ J$$

$$v_p = \sqrt{2K_p / m_p} = 2.5 \times 10^5 m/s$$

$$t_p = 16\ \mu s \quad \Rightarrow \quad 1/t_p^2 = 0.0039\ (1/\mu s^2)$$

Wykład 4

PRZEJŚCIA FERMIEGO $0^+ \rightarrow 0^+$ I MACIERZ *CKM*

Uzupełnienie:

4.1. IZOSPIN NUKLEONU I IZOSPIN JĄDRA

U podstaw wprowadzenia izospinu m.in.

(i) $m_p \approx m_n$

(ii) Oddziaływania *pp*, *nn* i *np* jednakowe (po uwzględnieniu różnic wynikających z oddziaływania kulombowskiego i zasady Pauliego).

Przyjmujemy: proton i neutron – 2 stany nukleonu.

Analogia do momentu pędu

(i) Operator izospinu nukleonu $\hat{\vec{t}}=(1/2)\hat{\vec{\tau}}$

analogia do operatora spinu $\hat{\vec{s}}=(1/2)\hat{\vec{\sigma}}$

(ii) Liczba kwantowa izospinu $t=1/2$

(iii) Rzut na oś 3 w przestrzeni izospinu

dla neutronu $t_3=+1/2$

dla protonu $t_3=-1/2$

(w fizyce cząstek elementarnych znaki przeciwne!)

Funkcje falowe nukleonu

$$|n\rangle = u_n(\vec{r},\sigma_z)\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad |p\rangle = u_p(\vec{r},\sigma_z)\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

w modelu powłokowym liczby kwantowe *n,l,j,m*

Macierze Pauliego i operatory składowych izospinu

$$\hat{\tau}_1 = \begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix} \qquad \hat{\tau}_2 = \begin{pmatrix}0 & -i\\i & 0\end{pmatrix} \qquad \hat{\tau}_3 = \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}$$

$$\hat{t}_1 = (1/2)\hat{\tau}_1 \qquad \hat{t}_2 = (1/2)\hat{\tau}_2 \qquad \hat{t}_3 = (1/2)\hat{\tau}_3$$

Wartości własne operatora $\hat{t}_3$

działanie na stan neutronowy

$$\hat{t}_3 \left| n \right\rangle = u(\vec{r}, \sigma_z)\ \hat{t}_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = (+1/2) \left| n \right\rangle$$

działanie na stan protonowy

$$\hat{t}_3 \left| p \right\rangle = u(\vec{r}, \sigma_z)\ \hat{t}_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = (-1/2) \left| p \right\rangle$$

Izospin jądra – układu *A* nukleonów

operator izospinu $$\hat{\vec{T}} = \sum_{k=1}^{A} \hat{\vec{t}}(k)$$

liczba kwantowa T

trzecia składowa $$T_3 = \sum_{k=1}^{A} t_3(k) = \frac{N-Z}{2} \le T$$

Ład. jądra (jedn. *e*) $$Q = Z = \frac{A}{2} - T_3$$

Formalizm rozszerza się na inne hadrony.

Dwa przykłady izospinu układów złożonych

Izobary $A=2$ → Uzupełnienie (p-kt 4.7)

Stan podstawowy deuteronu: tryplet spinowy, singlet izospinowy:

$J=S=1$, $T=0$, $T_3=(N-Z)/2=0$

Singlet spinowy, tryplet izospinowy układu *2* nukleonów

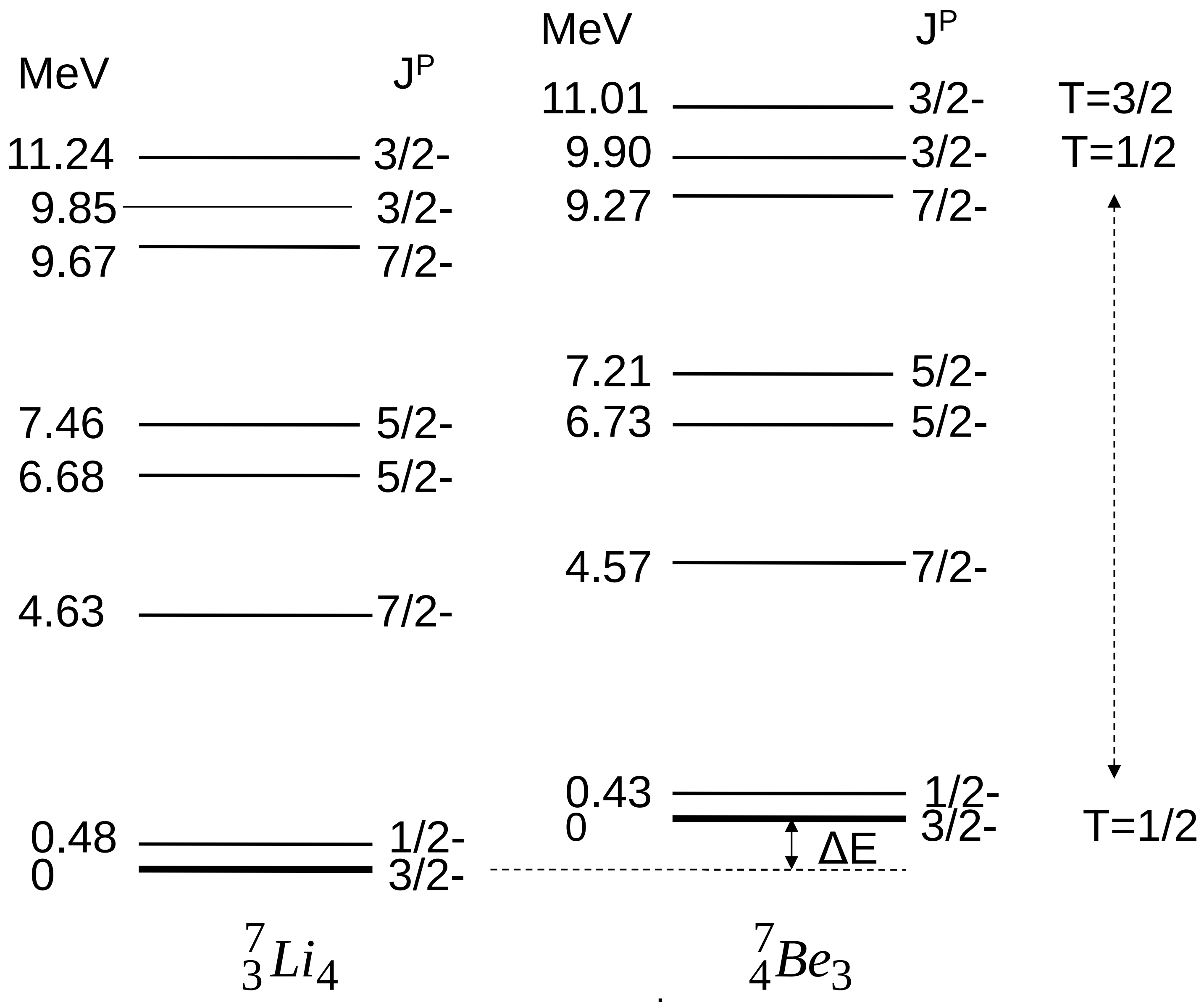
$J=S=0$, $T=1$ oraz $T_3 = -1;\ 0;\ +1$ dla *pp*; *np*; *nn*

↑

stan rezonansowy deuteronu

Izobary $A=7$ → slajdy 8 i 9

Stany kwantowe izobarów *A*=7



Dublet izospinowy jąder zwierciadlanych (2*T*+1=2)

$$\begin{array}{lll} & {}^{7}_{3}Li_{4} & {}^{7}_{4}Be_{3} \\ & Z, N = Z+1 & Z' = N, N' = Z \\ J^{P} & 3/2^{+} & 3/3^{+} \end{array}$$

$$T_{3} \qquad \underbrace{+1/2 \qquad\qquad -1/2}_{T=1/2}$$

↑

stany podstawowe

Komentarze:

(i) Izospin stanu podstawowego na ogół: $T = |T_3| = |(N\text{-}Z)/2|$

(wyjątek: niektóre stany podstawowe jąder parzysto-parzystych o $N=Z$ mają $T=1$ – przykład ${}^{62}Ga$)

(ii) Stany ${}^{7}Be$ stanami analogowymi odpowiednich stanów ${}^{7}Li$.

4.2. ELEMENTY MACIERZOWE PRZEJŚĆ *F*

Operatory izospinowe i przemiana beta

definicja $$\boxed{\hat{t}_{\pm} \equiv \hat{t}_1 \pm i\,\hat{t}_2}$$

Przemiana β^+ i wychwyt elektronu

$$\hat{t}_{+} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\,i\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{t}_{+}\left| p \right\rangle = \left| n \right\rangle \qquad\qquad \hat{t}_{+}\left| n \right\rangle = 0$$

Przemiana β^-

$$\hat{t}_- = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2}\, i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{t}_- \left| p \right\rangle = 0 \qquad\qquad \hat{t}_- \left| n \right\rangle = \left| p \right\rangle$$

Dla neutronu element macierzowy Fermiego

$$M_F = \left\langle f \left| \hat{t}_- \right| i \right\rangle = \left\langle p \left| \hat{t}_- \right| n \right\rangle = \left\langle p | p \right\rangle = 1$$

Ogólna postać elementu macierzowego M_F

Operator przejścia $\beta^{\pm}$ dla jądra o liczbie masowej A

$$\hat{T}_{\pm} = \hat{T}_1 \pm i\,\hat{T}_2 = \sum_{k=1}^{A} \hat{t}_{\pm}(k)$$

Kwadrat elementu macierzowego

$$\left|M_F\right|^2 = \left|\left\langle \alpha' T' T_3' \middle| \hat{T}_{\pm} \middle| \alpha T T_3 \right\rangle\right|^2$$

$$= (T \mp T_3)(T \pm T_3 + 1)\,\delta_{\alpha\alpha'}\,\delta_{TT'}$$

α – zestaw pozostałych liczb kwantowych

(np. Fetter & Walecka, Kwantowa teoria układów wielu cząstek, PWN 1982)

Reguły wyboru

$$\boxed{T' = T, \qquad T_3' = T_3 \pm 1, \qquad \alpha' = \alpha}$$

Przykład przejścia $\Delta T = 0$

Przemiana β^- swobodnego neutronu przy T=1/2

neutron → proton

$$T_3 = t_3 = 1/2 \qquad T_3' = t_3' = -1/2$$

$$T = t = 1/2 = t' = T'$$

$$|M_F|^2 = (t + t_3)(t - t_3 + 1) = (1/2 + 1/2)(1/2 - 1/2 + 1) = 1$$

$$\left[|M_{GT}|^2 = 3\right]$$

Drugi przykład przejścia $\Delta T = 0$

Przejście $0^+ \to 0^+$ przy $T=T'=1$

$$\left.\begin{array}{ll} {}^{14}_{6}O_8 \xrightarrow{\beta^+/WE} & {}^{14}_{7}N_7(E^*=2313keV) \\ T_3=1 & T_3'=0 \\ T=1 & T=1 \\ J^P=0^+ & J^P=0^+ \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} |M_F|^2=2 \\ |M_{GT}|^2=0 \end{cases}$$

Komentarze:

2. Stan podst. jądra ${}^{14}O$ stanem analogowym stanu wzbudzonego jądra ${}^{14}N$

3. $|M_F|^2 = 2$, jeżeli T dobrą liczbą kwantową; w rzeczywistości $|M_F|^2$ jest nieco mniejsze od 2

Trzeci przykład przejścia $\Delta T = 0$

Przejście $0^+ \rightarrow 0^+$ przy $T=T'=1$

$$\left.\begin{array}{ll} {}^{62}_{31}Ga_{31} \xrightarrow{\beta^+/WE} & {}^{62}_{30}Zn_{32} \\ T_3 = 0 & T_3' = +1 \\ T = 1 & T = 1 \\ J^P = 0^+ & J^P = 0^+ \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} |M_F|^2 = 2 \\ |M_{GT}|^2 = 0 \end{cases}$$

Komentarze:

1. *${}^{62}Ga$* – odstępstwo od reguły $T=|T_3|$ dla stanu podst. jądra o $N=Z$
2. Stan podst. jądra ^{62}Ga stanem analogowym stanu podst. jądra *${}^{62}Zn$*
3. $|M_F|^2 = 2$, jeżeli T dobrą liczbą kwantową;
   w rzeczywistości $|M_F|^2$ jest nieco mniejsze od 2

4.3. STANY ANALOGOWE (*IAS*)

Definicja

$$\boxed{\hat{T}_{-}\left|x\right\rangle = \left|IAS\right\rangle}$$

$$T = T', \quad \alpha = \alpha'$$

dowolny stan

Isobaric Analog State

nuklid N,Z

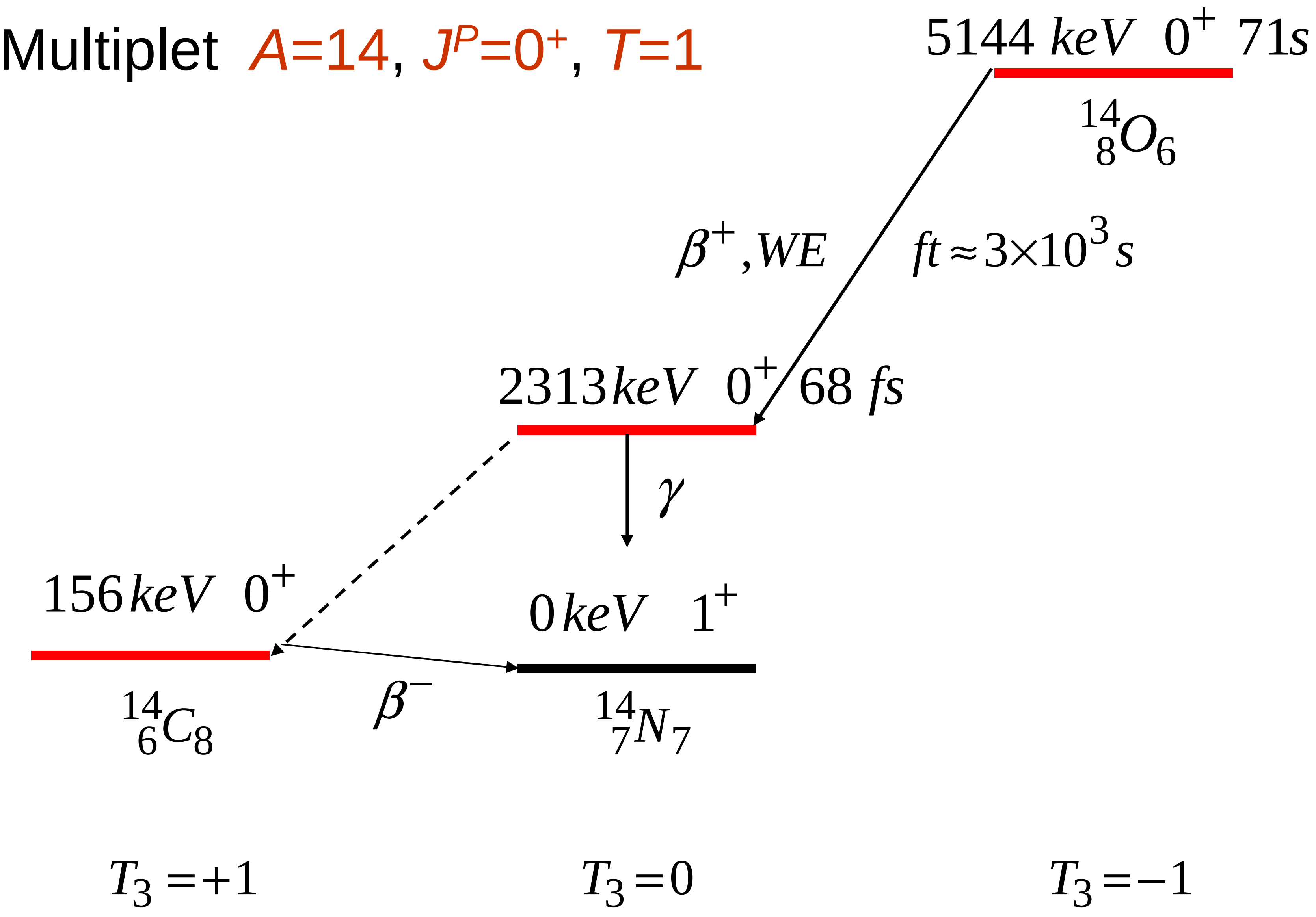
nuklid N-1, Z+1

Przykłady: stany analogowe dla *A*=14, *J*^{P}=0^{+}, *T*=1

$$\hat{T}_{-}\left|{}^{14}_{6}C,\ st.podst.\right\rangle = \left|{}^{14}_{7}N,\ 2.313\ MeV\right\rangle$$

$$\hat{T}_{-}\left|{}^{14}_{7}N,\ 2.313\,MeV\right\rangle = \left|{}^{14}_{8}O,\ st.\,podst.\right\rangle$$

Multiplet *A*=14, $J^P=0^+$, *T*=1



$5144\,keV\ \ 0^+\ \ 71s$

$^{14}_{8}O_6$

β^+, WE

$ft \approx 3\times10^3 s$

$2313\,keV\ \ 0^+\ \ 68\ fs$

γ

$156\,keV\ \ 0^+$

$0\,keV\ \ 1^+$

$^{14}_{6}C_8$

β^-

$^{14}_{7}N_7$

$T_3 = +1$

$T_3 = 0$

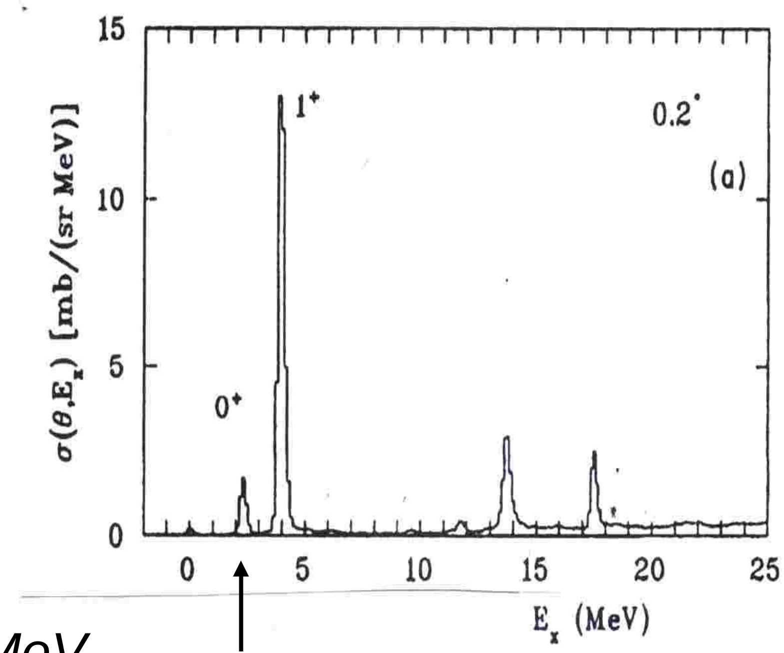
$T_3 = -1$

Wzbudzenie *IAS* w reakcji $^{14}C(p,n)^{14}N$

B.D.Anderson et al., Phys. Rev. C43 (1991) 1630
Energia protonów: 135 MeV, kąt rejestracji neutronów: θ ≈ 0^o

Różniczkowy przekrój czynny

w funkcji energii wzbudzenia jądra końcowego E_x



IAS, 2.313 *MeV*

Energia *IAS* względem stanu |x)

$$\Delta E = \Delta E_C - \underbrace{(m_n - M_H)c^2}_{0.782\,MeV}$$

$$\uparrow$$

różnica energii kulombowskiej jąder

Energia kulomb. wg modelu kroplowego: $E_C \approx 0.70 \dfrac{Z^2}{A^{1/3}} \; MeV$

stąd $\Delta E_C \approx 0.70 \dfrac{(Z+1)^2 - Z^2}{A^{1/3}} = 1.4 \dfrac{Z+0.5}{A^{1/3}} \; MeV$

Dopasowanie do danych doświadcz.: *ADNDT* 66(1997)1

$$\boxed{\Delta E_C = 1.4144 \frac{Z+0.5}{A^{1/3}} - 0.9127 \quad MeV}$$

dla *T*=1

Różnice energii stanów multipletu

$$A=14,\quad J^P=0^+,\quad T=1,\quad \left|M_F\right|^2=2$$

nuklid (T_3)	${}^{14}_{6}C_8(+1)$		${}^{14}_{7}N_7(0)$		${}^{14}_{8}O_6(-1)$
ΔE dośw. (*MeV*)		2.157		2.831	
ΔE ze wzoru (*MeV*) *ADNDT* 1997		2.119		2.706	

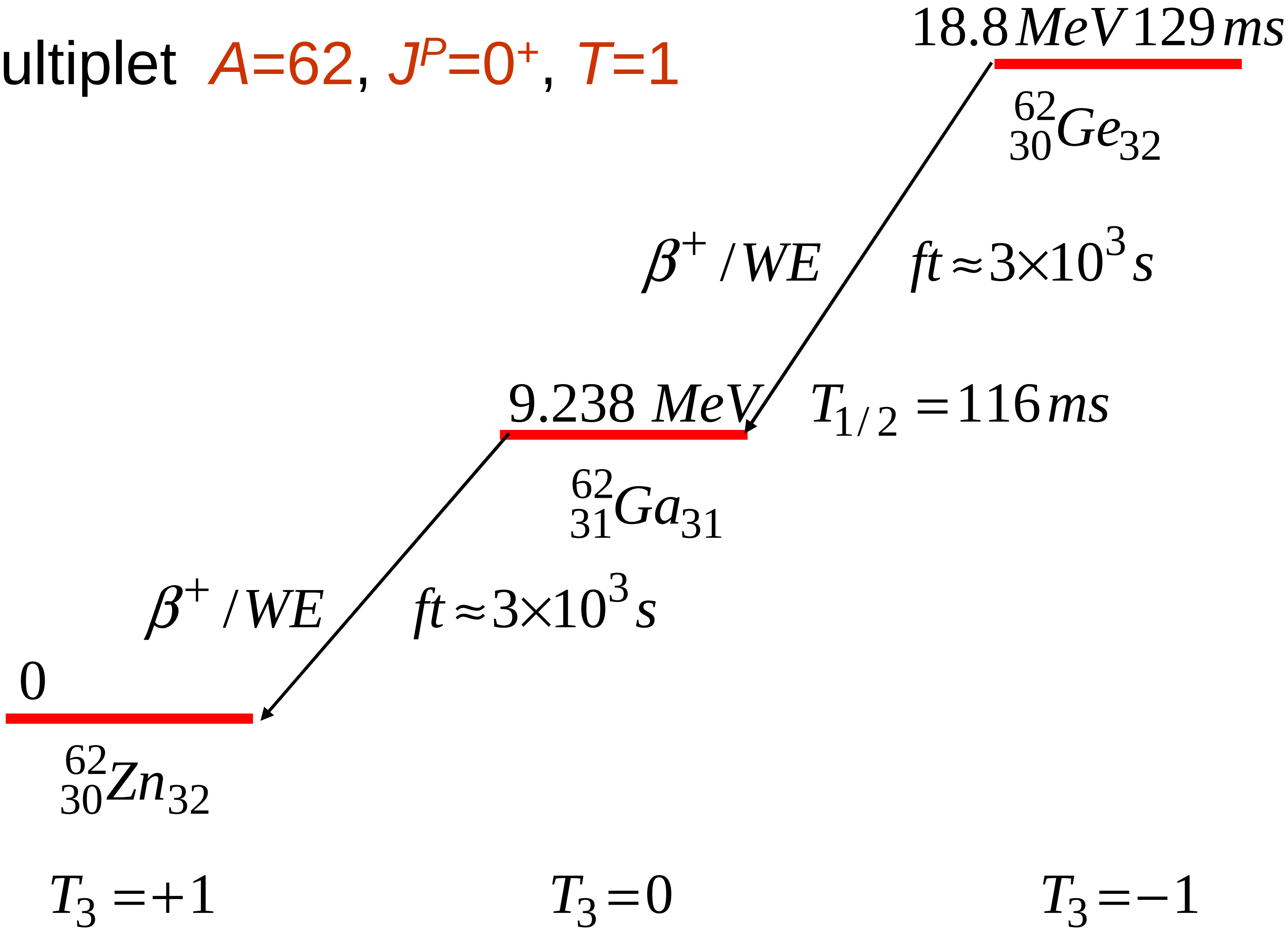
4.4. IZOTOPY *Ga* – PRZEJŚCIA $0^+ \to 0^+$

Różnice energii stanów multipletu

$$A = 62, \quad J^P = 0^+, \quad T = 1, \quad |M_F|^2 = 2$$

Nuklid (T_3)	${}^{62}_{30}Zn_{32}(+1)$	${}^{62}_{31}Ga_{31}(0)$	${}^{62}_{32}Ge_{30}(-1)$
ΔE dośw. (MeV)	$9.1811(4)$	$10.09(14)$	
ΔE z wzoru (MeV) *ADNDT* 1997	9.204	9.562	

Multiplet A=62, J^P=0$^+$, T=1



$18.8\,MeV\;129\,ms$

${}^{62}_{30}Ge_{32}$

β^+/WE

$ft \approx 3\times10^3\,s$

$9.238\;MeV$

$T_{1/2} = 116\,ms$

${}^{62}_{31}Ga_{31}$

β^+/WE

$ft \approx 3\times10^3\,s$

0

${}^{62}_{30}Zn_{32}$

$T_3 = +1$

$T_3 = 0$

$T_3 = -1$

Przejścia $0^+ \rightarrow 0^+$ izotopów *Ga*

Zestawienie przejścia superdozwolonego ($\Delta T=0$)
z przejściami wzbronionymi przez $\Delta T = 1$

Przejście*)	T_i	T_f	*ft* (*s*) **)	log *ft*
$^{62}\mathrm{Ga} \rightarrow {}^{62}\mathrm{Zn}$	1	1	$3{\cdot}10^3$	3.5
$^{64}\mathrm{Ga} \rightarrow {}^{64}\mathrm{Zn}$	1	2	$4{\cdot}10^6$	6.6
$^{66}\mathrm{Ga} \rightarrow {}^{66}\mathrm{Zn}$	2	3	$8{\cdot}10^7$	7.9

Wniosek: *T* nie jest dobrą liczbą kwantową!

---

*) między stanami podstawowymi izobarów,

**) tu: $f = f_{\beta+} + f_{WE}$; *t* – parcjalny półokres rozpadu.

Odstępstwo od symetrii izospinowej

Symetria izospinowa rozważanych stanów 0^+

oznaczałaby, że jedyna różnica między danym stanem jądra i jego izospinowym analogiem polega na zamianie jednego neutronu w proton (lub na odwrót)

i że przestrzenno-spinowe funkcje falowe są identyczne.

Oddziaływanie kulombowskie protonów

przyczyną łamania symetrii izospinowej.

W szczególności: w modelu powłokowym studnie potencjału protonów i neutronów są nieco różne. Przy tych samych liczbach kwantowych nie ma pełnego przekrycia funkcji falowych.

Izospin nie jest idealnie dobrą liczbą kwantową

Wartość $|M_F|^2$ przejścia superdozwolonego

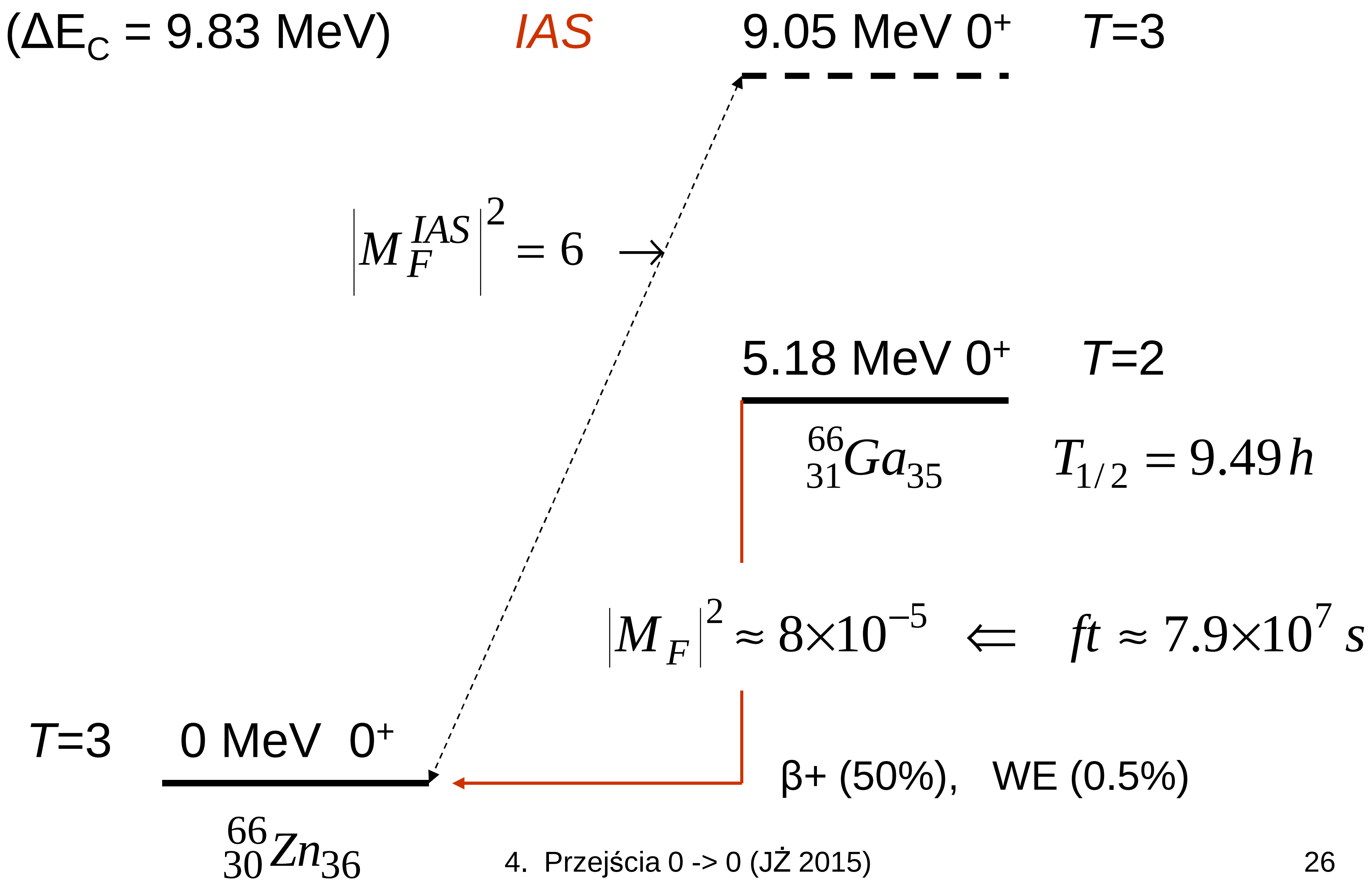
(tj. przejść $0^+ \rightarrow 0^+$, $T_i = 1$, $\Delta T = 0$)

$$|M_F|^2 = 2 \times (1 - \delta_C)$$

mała poprawka kulombowska
(uwzględnia domieszki $T \neq 1$
wskutek oddziaływania
kulombowskiego)

Dla przejść między stanami o $|\Delta T|=1$
mała domieszka izospinowa znosi wzbronienie.

Przejście Fermiego przy $|\Delta T|=1$



$(\Delta E_C = 9.83$ MeV$)$

IAS

9.05 MeV 0^+ *T*=3

$$\left|M_F^{IAS}\right|^2 = 6 \rightarrow$$

5.18 MeV 0^+ *T*=2

$${}^{66}_{31}Ga_{35} \qquad T_{1/2} = 9.49\,h$$

$$\left|M_F\right|^2 \approx 8\times10^{-5} \Leftarrow \quad ft \approx 7.9\times10^{7}\,s$$

T=3 0 MeV 0^+

β+ (50%), WE (0.5%)

$${}^{66}_{30}Zn_{36}$$

Stan podstawowy ^{66}Ga

$$\sqrt{1-\varepsilon^2}\,\left|T=2\right\rangle + \varepsilon\,\left|T=3,\ IAS\right\rangle$$

Kwadrat elementu macierzowego przejścia *F* (slajd 38)

$$\left|M_F\right|^2 = \frac{6144\,s}{ft} \approx \frac{6144}{7.9\times10^7} \approx 8\times10^{-5}$$

$$= \varepsilon^2 \times \left|M_F^{IAS}\right|^2 = \varepsilon^2 \times 6$$

Domieszka *IAS*, która znosi wzbronienie przejścia

(skutek oddziaływania kulombowskiego)

$$\boxed{\varepsilon^2 \approx 1.3\times10^{-5}}$$

4.5. SUPERDOZWOLONE PRZEJŚCIA $0^+ \rightarrow 0^+$ I MACIERZ *CKM*

Porównawczy okres półrozpadu (przypomnienie)

$$ft = \frac{D}{G_{\beta F}^2 \left|M_F\right|^2} \qquad D = 1.230580(2) \times 10^{-120}\ Jm^3 s$$

Dla rozważanych przejść $0^+ \rightarrow 0^+$ (stany o *T*=1) zamiana:

$$\left|M_F\right|^2 = 2 \quad \rightarrow \quad \left|M_F\right|^2 = 2 \times (1 - \underset{\uparrow}{\delta_C})$$

poprawka kulombowska

$$f \quad \rightarrow \quad f \cdot (1 + \underset{\uparrow}{\delta_R})$$

poprawka radiacyjna

Poprawiona wartość porównawczego półokresu rozpadu przejść $0^+ \longrightarrow 0^+$

$$\boxed{Ft = ft \cdot (1+\delta_R)\,(1-\delta_C) = \frac{D}{2G^2_{\beta F}}}$$

Dla otrzymania wartości *FT*

teoria

energia wzbudzenia jądra końc.

- wartość *f* dla danej doświadczalnej energii przejścia $Q_{WE} - \underset{\uparrow}{E^*}$
- wkład przejść Gamowa-Tellera $b(0^+ \rightarrow 1^+)$
- poprawki δ_C i δ_R

doświadczenie

- pomiar energii przejścia $Q_{WE} - E^*$ ($\rightarrow f$)
- pomiar $T_{1/2}$ i rozgałęzienia przejścia *b* ($\rightarrow t = T_{1/2} / b$)

Teoretyczne wartości $f = f_{\beta+} + f_{EC}$ – dwa przykłady

rozpad	$^{14}O \rightarrow {}^{14}N$	$^{62}Ga \rightarrow {}^{62}Zn$
Q_{EC}–E^* (keV)	2831.24(23)	9181.07(54)
E^* (keV)	2312.798(11)	0
$f(E_0,Z)$ x)	42.772(23)	26400.2(83)
P_{WE} (%)	0.088	0.137

x) Dla ^{14}O i ^{62}Ga wartości *f* są w przybliżeniu niższe o 14% i 43% od obliczonych dla $F(E,Z)$=1.

^{74}Rb: wkład przejść $0^+ \rightarrow 1^+$ (teoria)

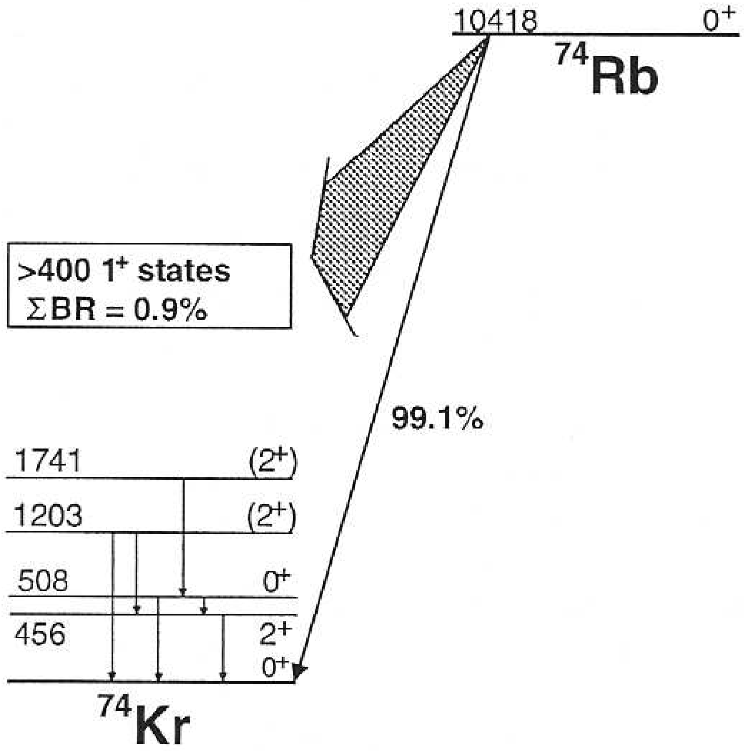
J.C.Hardy & I.S.Towner, Phys. Rev. Lett. 88 (2002) 252501

$$\sum b(0^+ \rightarrow 1^+) = 0.009 \quad \Rightarrow \quad b(0^+ \rightarrow 0^+_{gs}) = 1 - \sum b(0^+ \rightarrow 1^+)$$

$$t(0^+ \rightarrow 0^+_{gs}) = T_{1/2} / b(0^+ \rightarrow 0^+_{gs}) = 64.76\, ms / 0.991 = 65.35\; ms$$

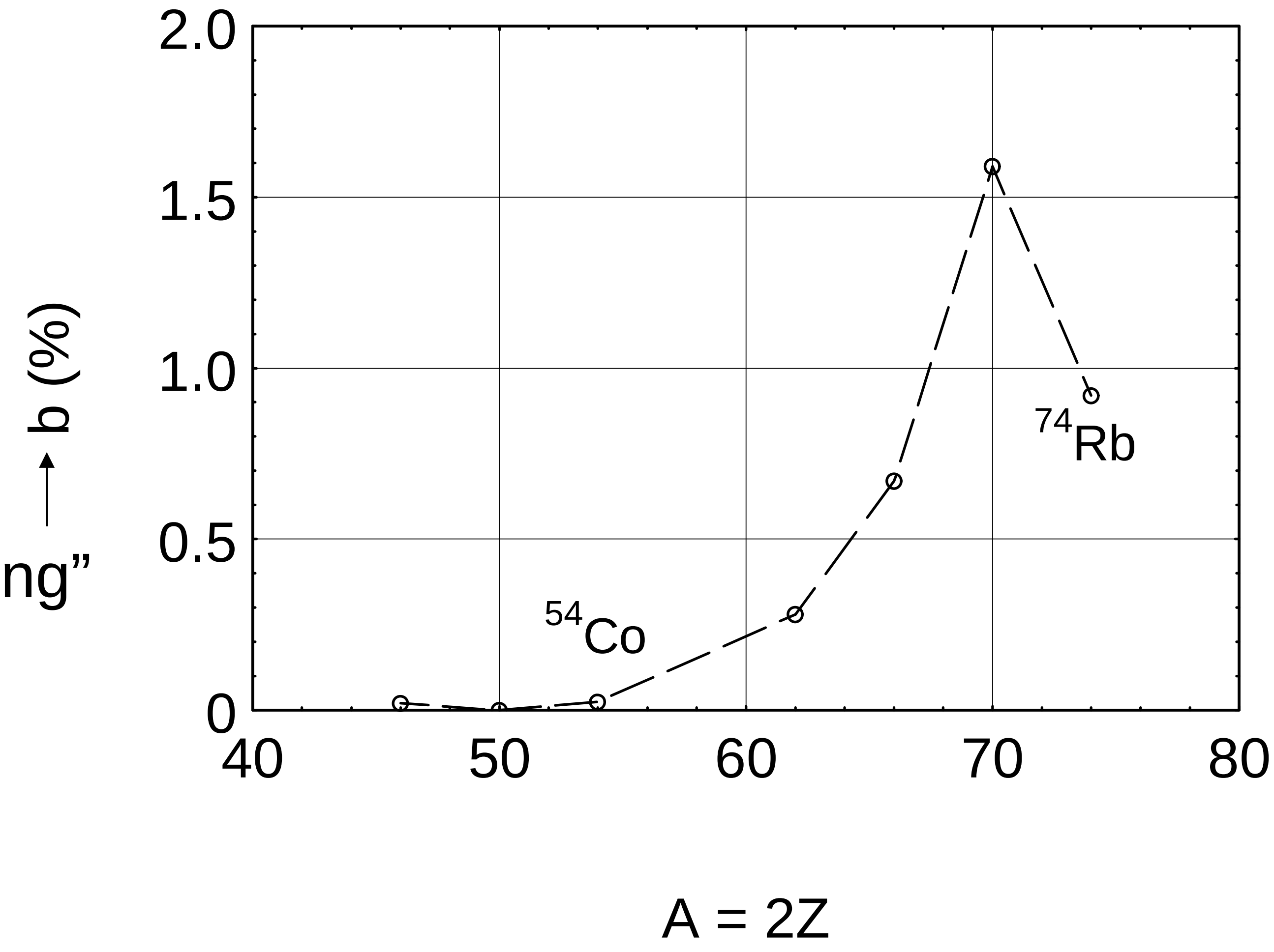
↑

parcjalny
okres
półrozpadu



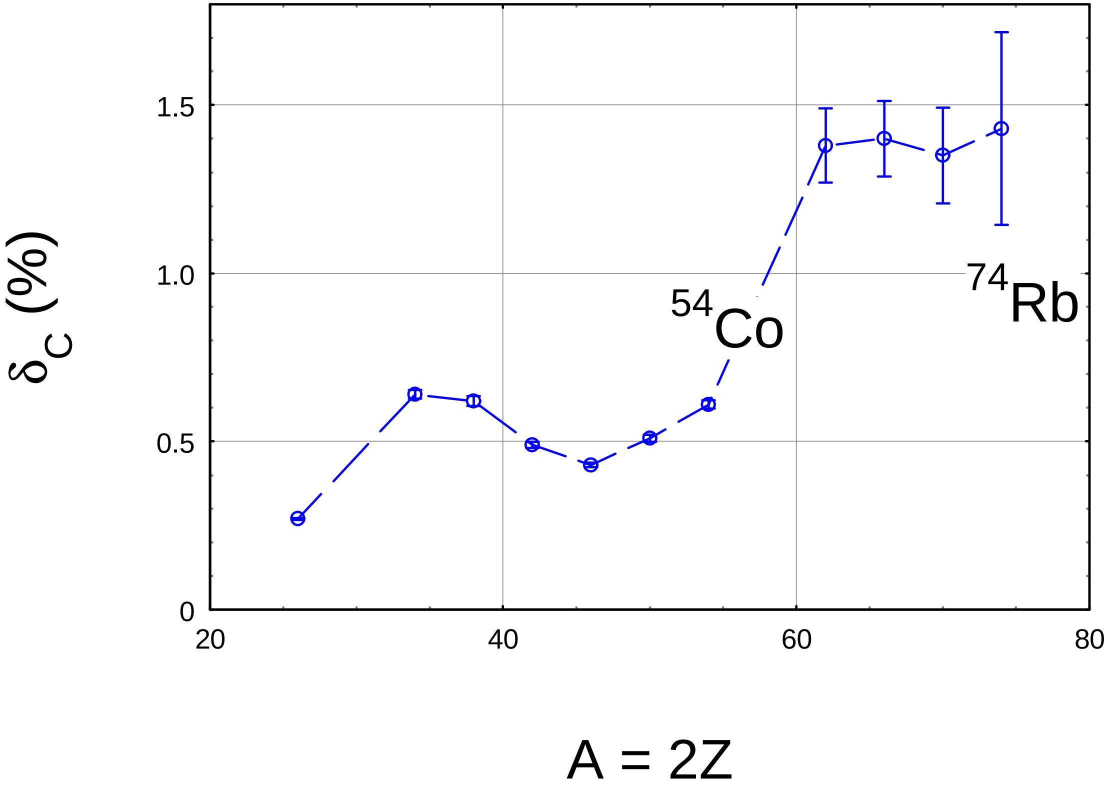
Teoria: $b(0^+ \rightarrow 1^+)$ dla izotopów o $Z=N$

J.C.Hardy & I.S.Towner, Phys. Rev. Lett. 88 (2002) 252501



Poprawki δ_C dla przejść $0^+ \rightarrow 0^+$ przy $Z=N$

I.S.Towner & J.C.Hardy, Phys. Rev. C66 (2002) 35501
„Calcualted corrections to superallowed Fermi decay …”



Teoret. poprawki δ_R i δ_C dla przejść $0^+ \rightarrow 0^+$

I.S. Towner & J.C. Hardy, arXiv:0710.3181v1 [nucl-th] 16 Oct 2007

J.C. Hardy & I.S. Towner, Phys. Rev. C79 (2009) 055502

Dwa przykłady:

	$\delta_R(\%) = \delta_R'(\%) + \delta_{NS}(\%)$	$\delta_C(\%)$
$^{14}O \rightarrow {}^{14}N$ (2313 keV)	1.543(8) – 0.245(50)	0.330(25)
$^{62}Ga \rightarrow {}^{62}Zn$	1.459(87) – 0.045(20)	1.45(21)

Wzór zmodyfikowany:

zależą od struktury jądra

$$FT = ft \cdot (1 + \delta_R')\,(1 + \delta_{NS} - \delta_C) = \frac{D}{2 \cdot G_{\beta F}^2}$$

nie zależy od struktury jądra

Dwa przykłady wartości *Ft*

I.S. Towner & J.C. Hardy, arXiv:0710.3181v1 [nucl-th] 16 Oct 2007

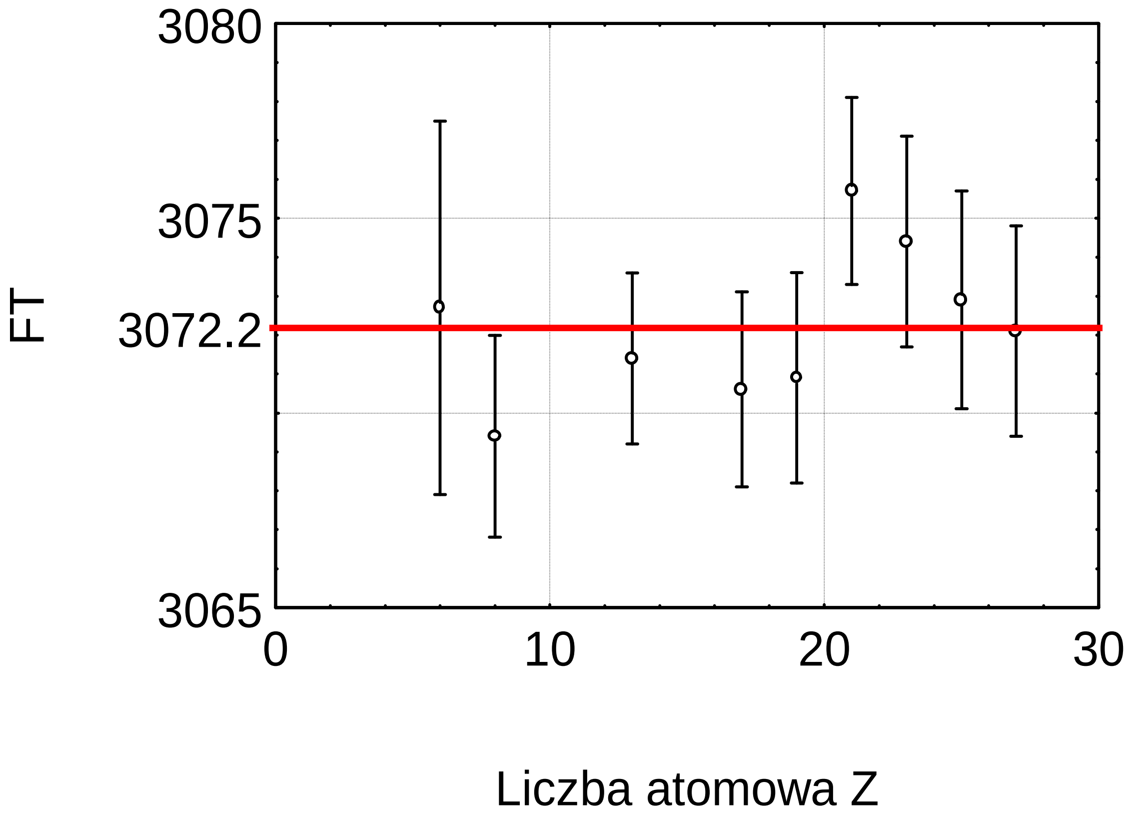
J.C. Hardy & I.S. Towner, Phys. Rev. C79 (2009) 055502

Nuklid	^{14}C	^{62}Ga
Q_{WE}–E^*(keV)	2831.24(23)	9181.07(54)
$b_{dośw.}$ (%)	99.374(68)	99.862(11)
$T_{1/2}$ (ms)	70620(15)	116.121(40)
t (ms)	71127(51)	116.441(42)
ft (s)	3042.3(27)	3074.1(15)
FT (s)	3071.5(33)	3071.5(72)

(idealna zbieżność wartości *FT* jest tu przypadkowa)

Superdozwolone przejścia $0^+ \rightarrow 0^+$

$$^{10}_{6}C,\quad ^{14}_{8}O,\quad \underbrace{^{26m}_{13}Al,\quad ^{34}_{17}Cl,\quad ^{38m}_{19}K,\quad ^{42}_{21}Sc,\quad ^{46}_{23}V,\quad ^{50}_{25}Mn,\quad ^{54}_{27}Co}_{N=Z}$$



$\leftarrow \overline{FT} = 3072.2 \pm 0.8\ s$

Wartość średnia
(„stara” – z 2002 r.)

Średnia wartość *FT* i 1-szy wiersz macierzy *CKM*

(2009 r.)

9 rozpadów

$$\underbrace{{}^{10}_{6}C,\ {}^{14}_{8}O,\ \dots\ {}^{42}_{22}Ti}_{T=1,\ T_3=-1}$$

11 rozpadów

$$\underbrace{{}^{26}_{13}Al,\ \dots\ {}^{42}_{21}Sc,\dots\ {}^{62}_{31}Ga,\dots\ {}^{74}_{37}Rb}_{T=1,\ T_3=0}$$

$$\langle FT \rangle = 3071.81 \pm 0.83\ s$$

$$\Downarrow$$

$$|V_{ud}| = 0.97425 \pm 0.00022$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9999 \pm 0.0006}$$

Wzory dla przybliżonych obliczeń

Dla przejść *F* + *GT*:

$$ft = \frac{6144\ s}{|M_F|^2 + 1.6215\ |M_{GT}|^2}$$

Dla przejść *GT*:

$$ft = \frac{3789\ s}{|M_{GT}|^2}$$

Komentarze:

- 2 x 3071.81 s ≈ 6144 s
- $R = G_{\beta CT}/G_{\beta F} = 1.2734(19) \rightarrow R^2 = 1.6215$

  z podsumowania badań rozpadu neutronu

  Dubbers & Schmidt, Rev. Mod. Phys. 83 (2011) 1111

Obliczanie $f \cdot t$:

nndc → Structure and Decay → LOGFT Analysis Program

(National Nuclear Data Center)

Literatura:

- Dżelepow i in., Beta processy (po ros.), Nauka, Leningrad 1972
- Wilkinson & Macefield, Nucl. Phys. A232 (1974) 58 – rozpad $\beta\pm$
- Bambynek et al., Rev. Mod. Physics 49 (1977) 77 – *WE*

4.6. POTRZEBA DALSZYCH BADAŃ ROZPADU NEUTRONU

Prace teoretyczne sugerujące, że poprawki δ_C są mniejsze niż otrzymane przez Townera i Hardego:

(i) H. Liang et al., Phys. Rev. C79 (2009) 064316

(ii) N. Auerbach, Phys. Rev. C79 (2009) 035502

(iii) G.A. Miller and A. Schwenk, Phys. Rev. C80 (2009) 064319

W pracy (i) otrzymano:

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9971(10) \div 0.9978(10)$$

Odwołując się do tych prac fizycy z ORNL wskazują na potrzebę dalszych badań rozpadu neutronu i przygotowują odpowiedni eksperyment (Wykład 3)

Uzupełnienie

4.7. UKŁAD DWÓCH NUKLEONÓW

Równanie Schrödingera dla układu *2* identycznych cząstek (z podręcznika mechaniki kwantowej)

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}-\hat{H}\right)\psi(1,2)=0$$

Operator zamiany tych cząstek $\hat{P}_{12}\psi(1,2)=\psi(2,1)$

komutuje z hamiltonianem. Wartości własne całkami ruchu.

$$\left.\begin{aligned}&\hat{P}_{1,2}\,\psi(1,2)=\lambda\psi(1,2)\\&\hat{P}_{12}^{2}\,\psi(1,2)=\lambda^{2}\,\psi(1,2)\\&\hat{P}_{12}^{2}\,\psi(1,2)=\hat{P}_{12}\psi(2,1)=\psi(1,2)\end{aligned}\right\}\Rightarrow\quad\lambda=\pm1$$

Antysymetryczna funkcja falowa (λ = –1)

$$\psi_a = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\psi(1,2) - \psi(2,1)\}$$

Zał.: cząstki poruszają się niezależnie w stanach φ_I i φ_{II}

$$\psi_a(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\varphi_I(1)\varphi_{II}(2) - \varphi_I(2)\varphi_{II}(1)\}$$

Jeżeli stany I i II identyczne, to $\Psi_a(1,2)$ znika
(zakaz Pauliego!)

Uwzględnienie spinu i izospinu

Uogólniona zasada Pauliego:

Funkcja falowa układu dwóch nukleonów

musi być antysymetryczna

ze względu na jednoczesną zamianę

zmiennych przestrzennych, spinowych i izospinowych.

Deuteron w przybliżeniu $L = 0$

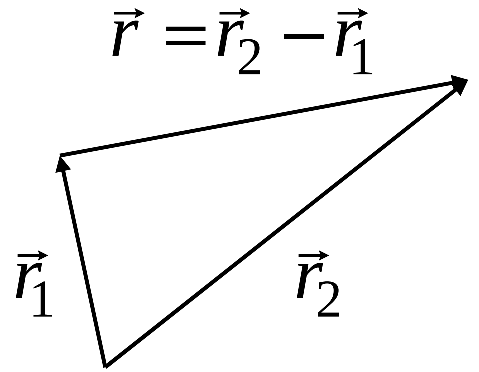
Niektóre własności deuteronu z doświadczenia

Energia wiązania	$B_d = 2.225$ MeV
Spin (parzystość)	$S^{(P)} = 1^{(+)}$
Dipolowy moment magnetyczny	$\mu_d \approx 0.86\ \mu_N \approx \mu_p + \mu_n$
Promień średni kwadratowy	$\sqrt{}(<r^2>) = 2.1$ fm
(przy zaniedbaniu deformacji	$< r^2 > = \int r^2 \rho(r) d\tau$)

Szkic teorii – przybliżenie sferyczne

Dwa nukleony – proton i neutron

(nie precyzujemy, który w punkcie 1, który w punkcie 2)



Potencjał oddziaływania neutron-proton: $V(r)$

$$r = |\vec{r}\,|$$

Równanie Schrödingera – ruch względny

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+V(r)\right\}\psi(\vec{r})=E\psi(\vec{r})$$

$$m=\frac{m_p m_n}{m_p+m_n}$$ masa zredukowana

$$\psi(r,\vartheta,\varphi)=\frac{u_L(r)}{r}Y_{LM}(\vartheta,\varphi)$$ $$P=(-1)^L$$

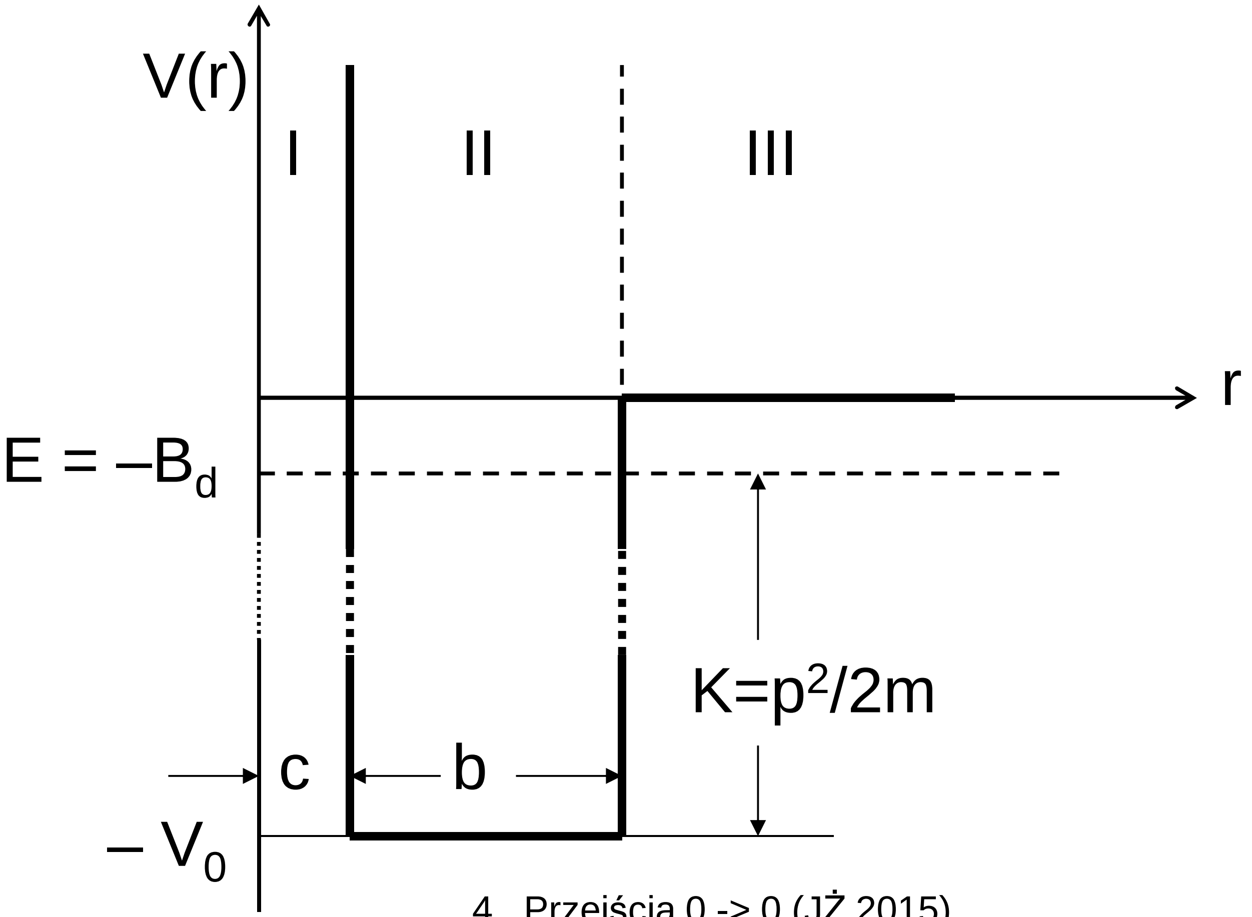
$$\frac{d^2u_L}{dr^2}+\frac{2m}{\hbar}\left[E-V(r)-\frac{L(L+1)\hbar^2}{2mr^2}\right]u_L=0$$

Stan podstawowy deuteronu: L = 0 (!)

Stan podstawowy deuteronu

$$L = 0, \qquad S = s_p + s_n = 1, \qquad P = (-1)^L = +1$$

Przybliżenie studni prostokątnej



Odtworzenie danych doświadczalnych

Otrzymuje się

$$E = K - V_o = -B_d = -2.225\, MeV, \qquad \sqrt{< r^2 >} = 2.1\, fm$$

dla parametrów V_0 = 73 MeV, b = 1.34 fm

(c = 0.4 fm z badania zderzeń wysokiej energii)

Pytanie:

dlaczego w stanie podstawowym S = 1, a nie S = 0 ?

Zależność sił jądrowych od spinu

Dwie studnie potencjału dla *L* = 0

$$S=1 \qquad V(r) \Rightarrow V_1(r)=V_C(r)+V_S(r)$$

$$S=0 \qquad V(r) \Rightarrow V_0(r)=\underset{\uparrow}{V_C}(r)-3V_S(r)$$

potencjał centralny (slide 47)

Jeżeli $V_S(r) < 0$, to dla *S=0* głębokość studni mniejsza niż dla *S=1*;
stan *S=0* niezwiązany, obserwowany jako rezonans
w reakcji fotojądrowej na deuteronie (slide 51)!

Uzasadnienie

$$u(r) \;\Rightarrow\; u_S(r)\left|S\right\rangle, \qquad S = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

$$V(r) = V_C + \hat{\vec{\sigma}}_n \hat{\vec{\sigma}}_p V_S(r)$$

$$\hat{\vec{S}} = \hat{\vec{s}}_n + \hat{\vec{s}}_p = \frac{1}{2}\hat{\vec{\sigma}}_n + \frac{1}{2}\hat{\vec{\sigma}}_p$$

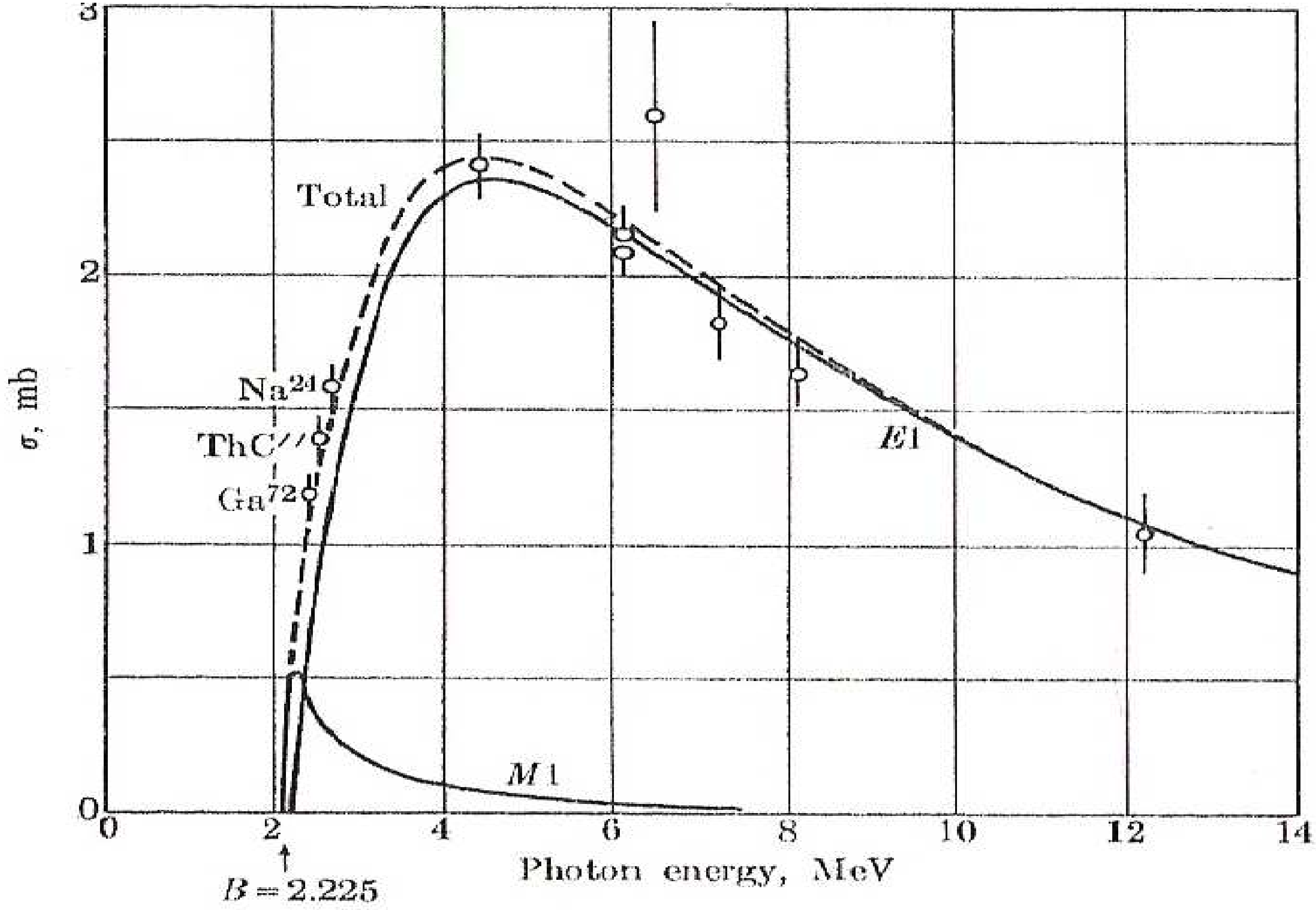
$$(\hat{\vec{S}})^2 = \left[\frac{1}{2}(\hat{\vec{\sigma}}_n + \hat{\vec{\sigma}}_p)\right]^2 = \frac{1}{4}(\hat{\vec{\sigma}}_n)^2 + \frac{1}{4}(\hat{\vec{\sigma}}_p)^2 + \frac{1}{2}\hat{\vec{\sigma}}_n\hat{\vec{\sigma}}_p$$

$$\hat{\vec{\sigma}}_n\hat{\vec{\sigma}}_p = 2\left\{(\hat{\vec{S}})^2 - \frac{1}{4}(\hat{\vec{\sigma}}_n)^2 - \frac{1}{4}(\hat{\vec{\sigma}}_p)^2\right\}$$

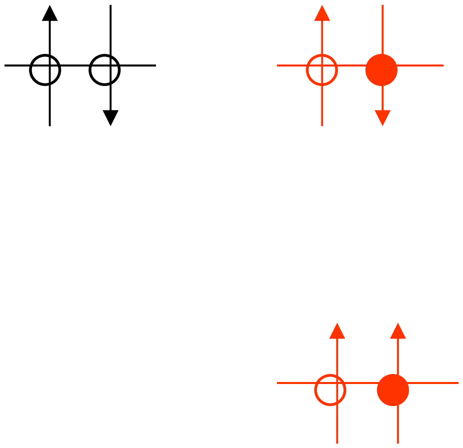
$$\hat{\vec{\sigma}}_n\hat{\vec{\sigma}}_p\left|S\right\rangle = 2\left\{S(S+1) - s_n(s_n+1) - s_p(s_p+1)\right\}\left|S\right\rangle$$

$$\hat{\vec{\sigma}}_n\hat{\vec{\sigma}}_p\left|1\right\rangle = 1*\left|1\right\rangle, \qquad \hat{\vec{\sigma}}_n\hat{\vec{\sigma}}_p\left|0\right\rangle = -3*\left|0\right\rangle$$

Reakcja fotojądrowa na deuteronie



Porównanie deuteronu z ^{2}n i ^{2}p dla $L=0$



spin	izospin
$S=0$ singlet antysymetr.	$T=1$ tryplet symetryczny
$S=1$ tryplet symetryczny	$T=0$ singlet antysymetr.

$T_3=+1$	$T_3=0$	$T_3=-1$
dineutron	deuteron	diproton

Funkcja falowa układu dwóch nukleonów

przy zerowym orbitalnym momencie pędu

$$\Psi(\vec{r},\vec{s}_1,\vec{s}_2,\vec{t}_1,\vec{t}_2)=\underbrace{\frac{u_0(r)}{r}Y_{00}}_{}\ f_\sigma(\vec{s}_1,\vec{s}_2)\ f_\tau(\vec{t}_1,\vec{t}_2)$$

część przestrzenna

część spinowa

część izospinowa

(przy zaniedbaniu sprzężenia przestrzennych, spinowych i izospinowych stopni swobody)

Symbole stanów spinowych i izospinowych

stany spinowe nukleonu:

dla spinu o $s_z = +1/2$ – funkcja falowa α

dla spinu o $s_z = -1/2$ – funkcja falowa β

stany izospinowe nukleonu:

dla neutronu ($t_3 = + ½$) – funkcja falowa ν

dla protonu ($t_3 = - ½$) – funkcja falowa π

Stan podstawowy deuteronu

jako układu nukleonu 1 i nukleonu 2

Symetryczny tryplet spinowy (S = 1)

$$f_\sigma(\vec{s}_1,\vec{s}_2) = \begin{cases} \alpha(1)\,\alpha(2) & M_S = +1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{2}}\{\alpha(1)\,\beta(2)+\beta(1)\alpha(2)\} & M_S = 0 \\ \beta(1)\,\beta(2) & M_S = -1 \end{cases}$$

Antysymetryczny singlet izospinowy ($T=T_3=0$)

$$f_\tau(\vec{t}_1,\vec{t}_2)=\frac{1}{\sqrt{2}}\{\pi(1)\nu(2) - \pi(2)\nu(1)\}$$

^{2}n, 1–szy stan rezonansowy deuteronu i ^{2}p

Antysymetryczny singlet spinowy (S = 0, M_S = 0)

$$f_\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\alpha(1)\beta(2) - \beta(2)\alpha(1)\}$$

Symetryczny tryplet izospinowy (T=1)

$$f_\tau = \begin{cases} \nu(1)\nu(2) & T_3 = +1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\{\nu(1)\pi(2) + \pi(1)\nu(2)\} & T_3 = 0 \\ \pi(1)\pi(2) & T_3 = -1 \end{cases}$$

Podsumowanie

Przy orbitalnym momencie pędu $L = 0$

układ dwóch nukleonów ma funkcję falową antysymetryczną.

To samo obowiązuje dla układu dwóch nukleonów

przy dowolnym orbitalnym momencie pędu.

Układ dwóch nukleonów dla dowolnego *L*

Funkcja falowa (antysymetryczna)

$$\Psi(\vec{r},\vec{s}_1,\vec{s}_2,\vec{t}_1,\vec{t}_2)=\underbrace{R_{nl}(r)Y_{lm}(\vartheta,\varphi)}\ f_\sigma(\vec{s}_1,\vec{s}_2)\ f_\tau(\vec{t}_1,\vec{t}_2)$$

część przestrzenna

część spinowa

część izospinowa

Przestrzenna funkcja falowa $R_{nl}(r)Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$

przy zamianie miejscami nukleonu 1 i nukleonu 2

(i) nie zmienia znaku dla *L* parzystego,

wówczas $f_\sigma \, f_\tau$ musi być funkcją antysymetryczną;

(ii) zmienia znak dla *L* nieparzystego,

wówczas $f_\sigma \, f_\tau$ musi być funkcją symetryczną.

Pełna funkcja falowa – antysymetryczna!

Przypomnienie notacji spektroskopowej

J – całkowity moment pędu układu nukleonów o wypadkowym spinie S i orbit. momencie pędu L, określony przez zależność

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

Stan układu nukleonów: $^{2S+1}L_J$

Uwaga:

zamiast liczbowych wartości L:	0	1	2	3	…
stosuje się litery	S	P	D	F	…

Możliwe stany układu dwóch nukleonów (I)

J	Trypletowy stan spinowy	
	parzysty (P=+1)	nieparzysty (P=-1)
0	–	$^3P_0$ (T=1)
1	$^3S_1$, $^3D_1$ (T=0)	$^3P_1$ (T=1)
2	$^3D_2$ (T=0)	$^3P_2$, $^3F_2$ (T=1)

$^3S_1$ – stan podstawowy deuteronu

(wkład sił tensorowych → domieszka $^3D_1$ → moment kwadrupol. $\neq 0$)

Możliwe stany dwóch nukleonów (II)

J	Singletowy stan spinowy	
	parzysty (P=+1)	nieparzysty (P=-1)
0	$^1S_0$ (T=1)	–
1	–	$^1P_1$ (T=0)
2	$^1D_2$ (T=1)	–

$^1S_0$ – pierwszy rezonansowy stan deuteronu

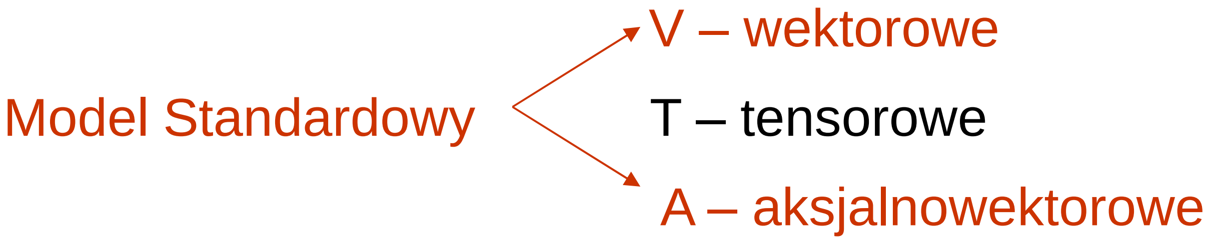
Wykład 5

POSZUKWANIE WKŁADU ODDZIAŁYWANIA SKALARNEGO I TENSOROWEGO

5.1. ODDZIAŁYWANIE *β* – RELATYWISTYCZNIE

$$H_\beta^{'} = \overbrace{H'_S + H'_V}^{Fermi} + \overbrace{H'_T + H'_A}^{Gamow\,-Teller} + H'_P$$

składniki *H’* niezmiennicze wzgl. transformacji Lorentza



S – skalarne

V – wektorowe

Model Standardowy

T – tensorowe

A – aksjalnowektorowe

P – pseudoskalarne

N.Severijns, Weak interaction studies by precision experiments in nuclear beta decay
„The Euroschool lectures on physics with exotic beams”, Vol. I
J. Al-Khali and E. Roeckl (Eds.), Springer, Berlin 2004

Przy ograniczeniu się do oddziaływań *V* i *A*

$$H'_{\beta} = \frac{G_{\beta F}}{\sqrt{2}}[\sum_{\mu=1}^{4}\left(\overline{\psi}_{p}\,\gamma_{\mu}\psi_{n}\right)\left(\overline{\psi}_{e}\gamma_{\mu}(C_{V}+C'_{V}\,\gamma_{5})\psi_{\nu}\right)$$

$$-\sum_{\mu=1}^{4}\left(\overline{\psi}_{p}\,\gamma_{\mu}\gamma_{5}\psi_{n}\right)\left(\overline{\psi}_{e}\gamma_{\mu}\gamma_{5}(C_{A}+C'_{A}\,\gamma_{5})\psi_{\nu}\right)] + h.c.$$

Tu zakładamy: C_V, C'_V, C_A i C'_A – stałe rzeczywiste

(niezmienniczość względem odwrócenia czasu)

W Modelu Standardowym:

$C_V = C'_V = 1$, $C_A = C'_A = G_A/G_V$ $(= G_{\beta GT}/G_{\beta F})$

→ maksymalne niezachowanie parzystości

$(C_x = C'_x = 0$ dla $x = S, T, P)$

Równanie Diraca dla swobodnego fermionu

$$\left(\vec{\alpha}\vec{p}c + \beta mc^2\right)\psi = E\psi$$

Macierze Diraca (4x4)

$$\alpha_x = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_x \\ \sigma_x & 0 \end{pmatrix}, \ \alpha_y = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_y \\ \sigma_y & 0 \end{pmatrix}, \ \alpha_z = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_z \\ \sigma_z & 0 \end{pmatrix}, \ \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$$

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – macierze Pauliego, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Inny zestaw macierzy

$$\gamma_4 = \beta, \quad \vec{\gamma} = -i\beta\vec{\alpha}, \quad \vec{\gamma} \equiv (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3), \quad \gamma_5 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4$$

Czteroskładnikowa funkcja falowa

$$\psi = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}, \qquad \psi^+ = \left(u_1^*, u_2^*, u_3^*, u_4^*\right), \qquad \overline{\psi} = \psi^+\gamma_4$$

Pytanie: czy do przejść Fermiego ma wkład oddziaływanie skalarne ?

$$H'_{\beta} = \frac{G_{\beta F}}{\sqrt{2}} \{ \sum_{\mu=1}^{4} \left(\overline{\psi}_p \gamma_\mu \psi_n\right)\left(\overline{\psi}_e \gamma_\mu (C_V + C'_V \gamma_5)\psi_\nu\right)$$

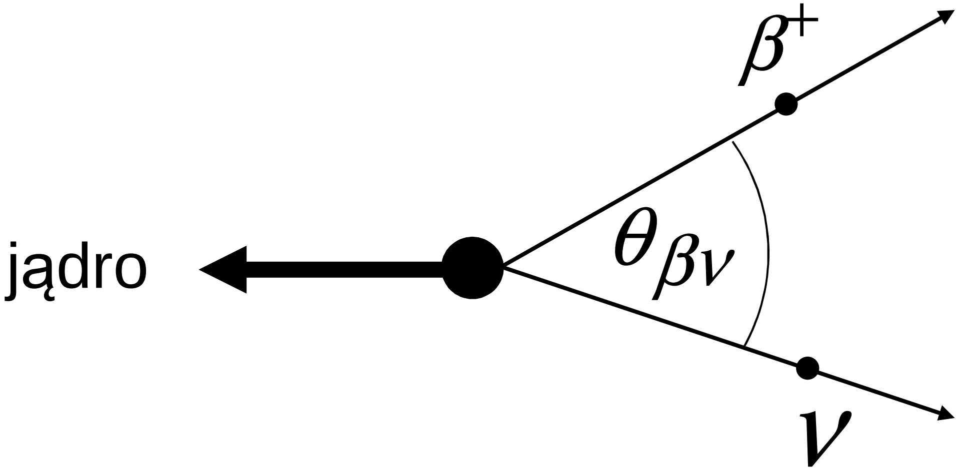
$$+ \left(\overline{\psi}_p \psi_n\right)\left(\overline{\psi}_e (C_S + C'_S \gamma_5)\psi_\nu\right)\} + h.c.$$

Zakładamy: $C_V = C'_V$ i $C_S = C'_S$ – stałe rzeczywiste

(niezmienniczość względem odwrócenia czasu)

W Modelu Standardowym: $C_V = C'_V = 1$, $C_S = C'_S = 0$

5.2. KORELACJE KĄTOWE $\boxed{\beta - \nu}$



Zależność prawdopodob. od kąta (główny człon)

$$W(\theta_{\beta\nu}) \propto \left(1 + a\,\frac{p_\beta c}{E_\beta}\cos\theta_{\beta\nu} + b\,\frac{m_e c^2}{E_\beta}\right)$$

Współczynniki *a* i *b* dla przejścia Fermiego

Adelberger et al., Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 1299

„Positron-neutrino correlations in the $0^+ \rightarrow 0^+$ decay of ^{32}Ar"

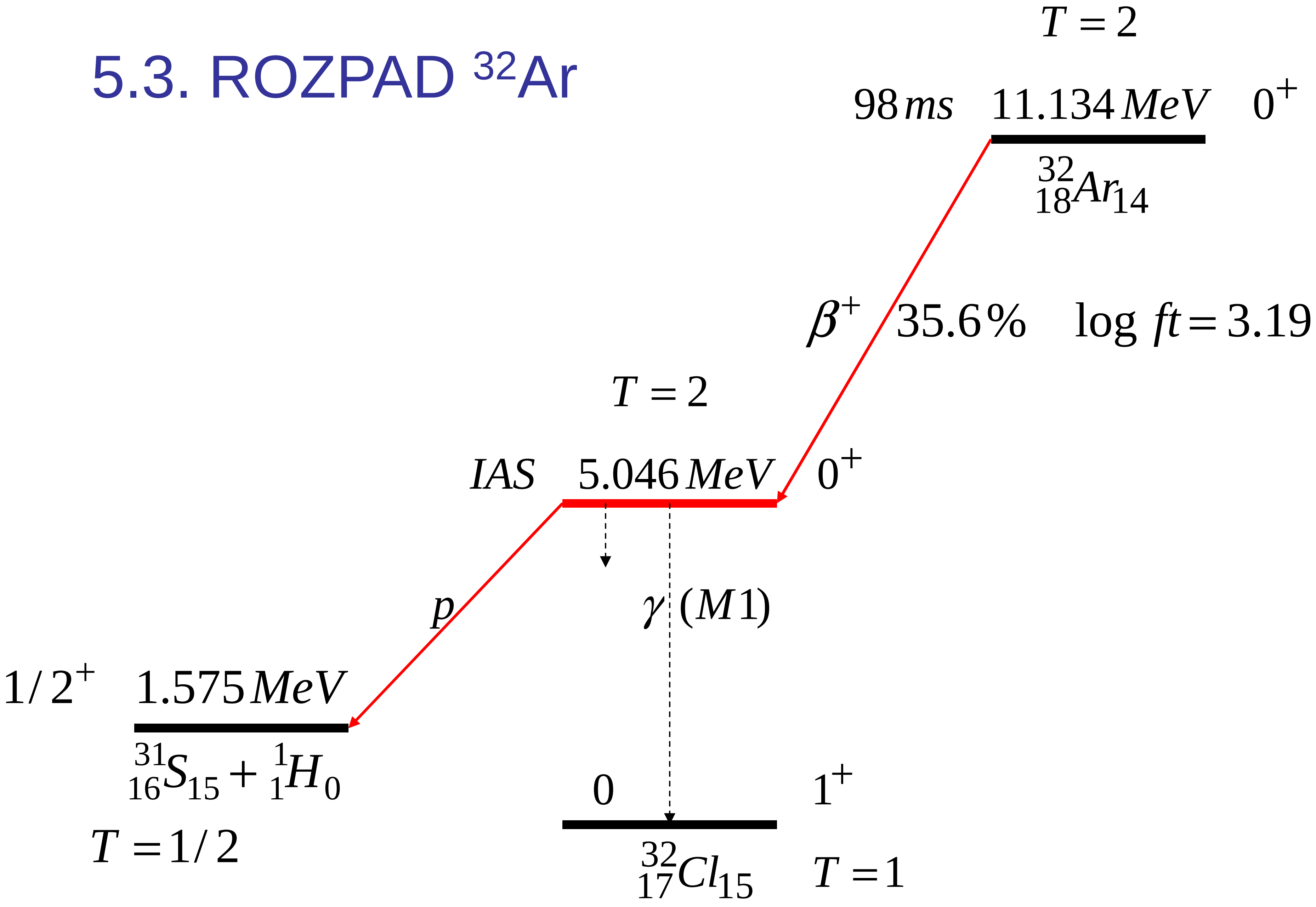
wzory uproszczone przy założeniu, że stałe *C*=*C'* są rzeczywiste

$$a_F = \frac{C_V^2 - C_S^2}{C_V^2 + C_S^2} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} C_V = 0 & \Rightarrow \quad a_F = -1 \\ C_S = 0 & \Rightarrow \quad a_F = +1 \end{cases}$$

$$b_F = -2\sqrt{1-(\alpha Z)^2}\,\frac{C_V \cdot C_S}{C_V^2 + C_S^2} \underset{\uparrow}{\approx} -2\,\frac{C_S}{C_V}$$

jeżeli $C_S << C_V$ i Z=18

5.3. ROZPAD ^{32}Ar



$T = 2$

$98\,ms$ $11.134\,MeV$ 0^+

$^{32}_{18}Ar_{14}$

β^+ $35.6\,\%$ $\log ft = 3.19$

$T = 2$

IAS $5.046\,MeV$ 0^+

p

γ $(M1)$

$1/2^+$ $1.575\,MeV$

$^{31}_{16}S_{15} + {}^{1}_{1}H_0$

$T = 1/2$

0 1^+

$^{32}_{17}Cl_{15}$ $T = 1$

Isobaric Analog State (definicja „odwrócona”)

$$\left|{}^{32}Cl,\, 5.046\, MeV\right\rangle = \left|IAS\right\rangle = \hat{T}_{+}\left|{}^{32}Ar\right\rangle$$

Różnica energii – doświadczenie

$$Q_{WE}({}^{32}Ar) - 5.046\, MeV = 6.088\, MeV$$

Różnica energii – z systematyki *ADNDT* 66(1997)1

$$\Delta E_C - 0.782\ MeV = 6.099\, MeV$$

Przejście Fermiego $0^+ \rightarrow 0^+$ przy T=2

$$\left|M_F\right|^2 = (T - T_3)(T + T_3 + 1) = 4 \qquad \Rightarrow \qquad \log ft = 3.19$$

Protony opóźnione z rozpadu ^{32}Ar

Energia kinet. protonów z *IAS* (po uwzgl. energii odrzutu)

$$K_p = \frac{(5.046-1.575)\, MeV}{1+1/31} = 3.3625\, MeV$$

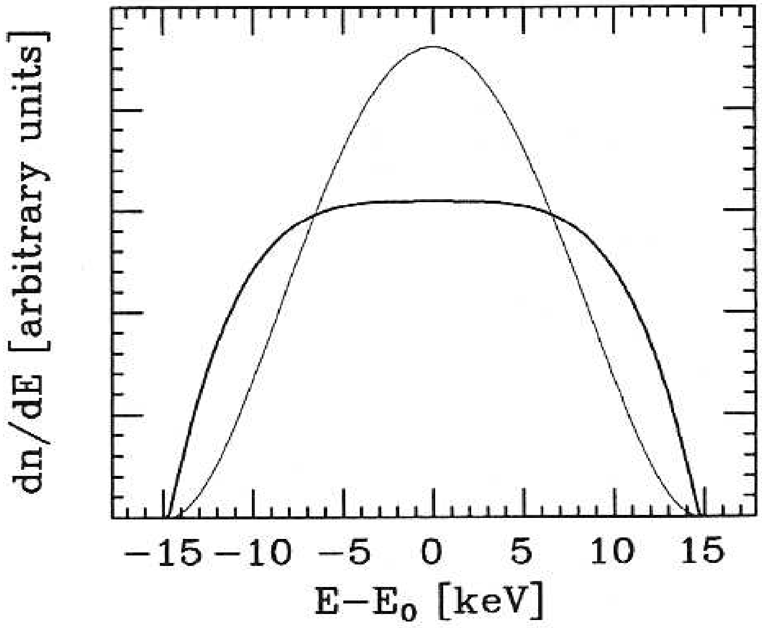
Szerokość stanu *IAS* ze względu na emisję protonu

$$\Gamma_p \approx 20\ eV \qquad \Rightarrow \qquad \tau \approx 3 \cdot 10^{-17}\ s$$

Protony emitowane przez jądra końcowe w ruchu
(czas spowalniania >> τ)

Przewidywany kształt linii protonów z *IAS*

(protony emitowane z jąder w ruchu po emisji cząstki β i ν_e)

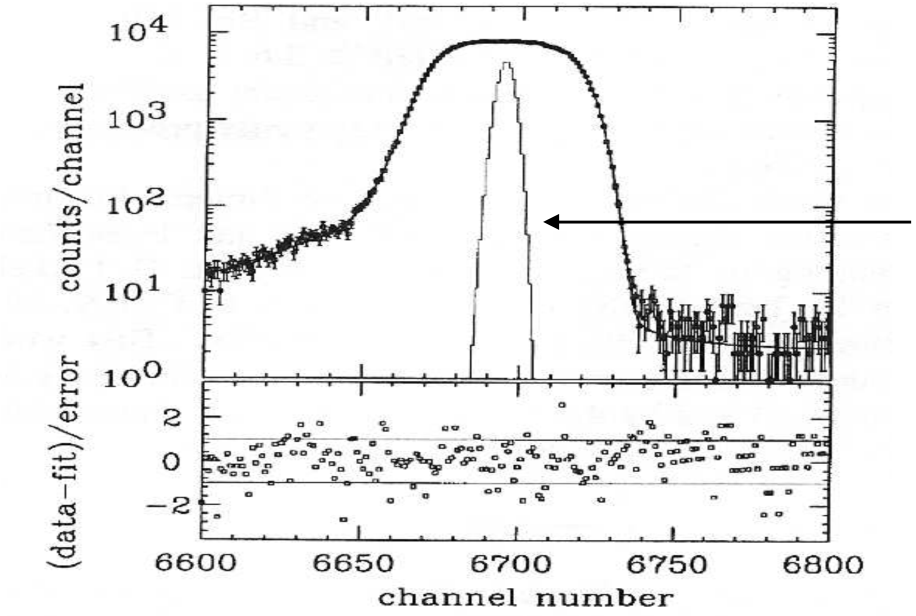


Krzywa gruba: $a_F = +1$, $b_F = 0$, $\Gamma_{IAS} = 0$ (oddz. wektorowe)

Krzywa cienka: $a_F = -1$, $b_F = 0$, $\Gamma_{IAS} = 0$ (oddz. skalarne)

Wyniki eksperymentu

E.G.Adelberger et al., Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 1299



aparaturowa zdolność rozdzielcza

$$a_F = 0.999(9) \quad \Rightarrow \quad |C_S / C_V| \le 3.6 \times 10^{-3}$$

(wynik zaokrąglony, błędy stat. i systemat. dodane przez J.Ż.)

Wynik Adelbergera i in. należałoby zapisać w postaci:

$$\tilde{a} = a/(1+0.1923\, b_F) = 0.999 \pm 0.009$$

Hardy i Towner, Phys. Rev. Lett. 94 (2005) 092502,

z analizy danych dla przejść $0^+ \rightarrow 0^+$, otrzymali

$$b_F = +0.0001(26)$$

$$|C_S / C_V| \leq 1.3 \times 10^{-3}$$

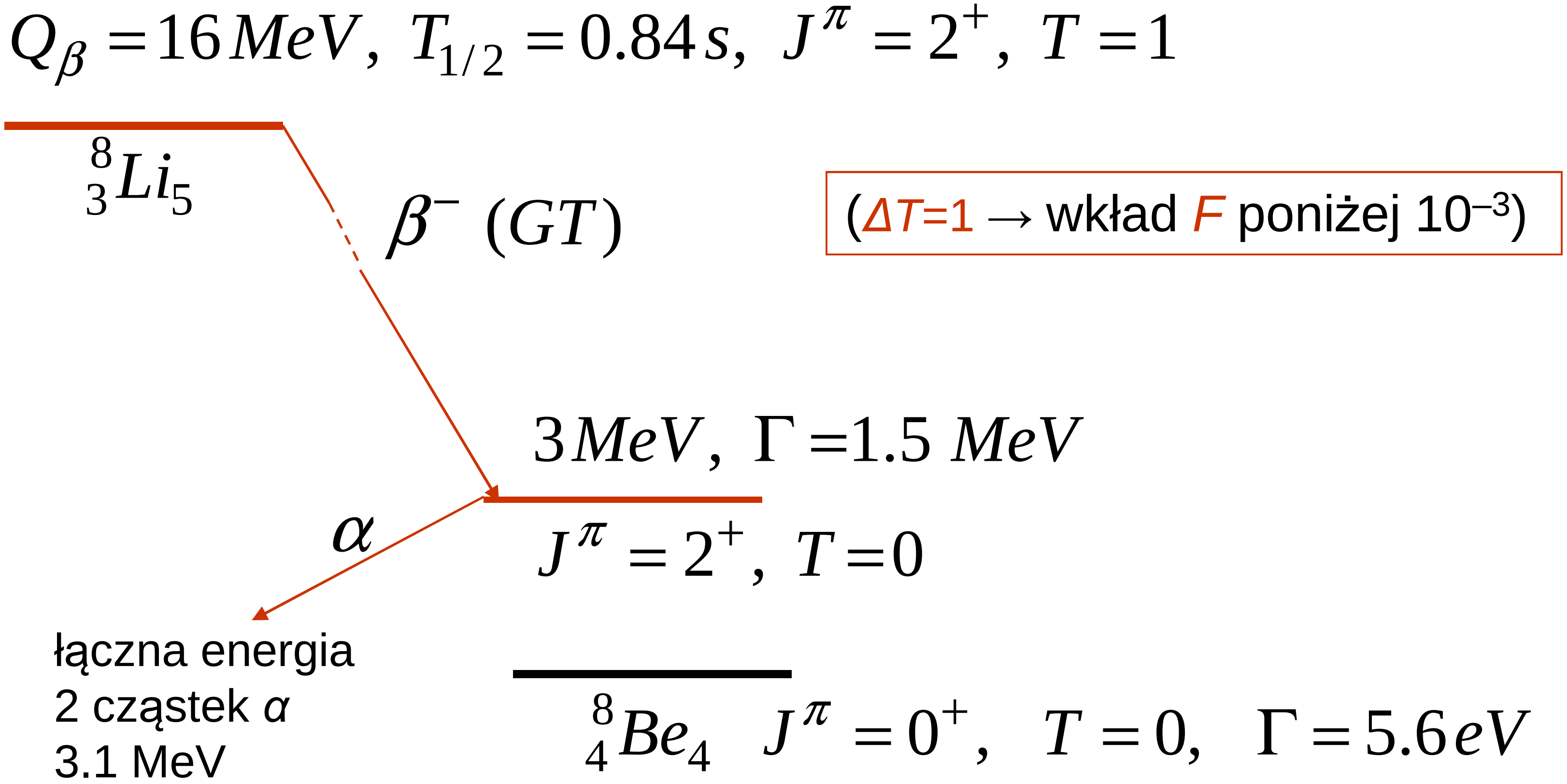
(wartość $b_F \neq 0$ miałaby wpływ na kształt widma i wartość funkcji *f* ;

ten wpływ byłby różny dla różnych przejść $0^+ \rightarrow 0^+$,

a to przyniosłoby zwiększony rozrzut wartości *FT*, którego nie stwierdzono)

5.4. Rozpad ^{8}Li – poszukiwanie oddz. T

Sternberg et al., Phys. Rev. Lett. 115 (2015) 182501
„Limit on tensor currents from ^{8}Li β decay”
(Argonne National Laboratory)



$$Q_\beta = 16\,MeV,\ T_{1/2} = 0.84\,s,\ J^\pi = 2^+,\ T = 1$$

$^{8}_{3}Li_5$

$\beta^-\ (GT)$

(ΔT=1 → wkład F poniżej 10^{-3})

$$3\,MeV,\ \Gamma = 1.5\ MeV$$

$$J^\pi = 2^+,\ T = 0$$

α

łączna energia
2 cząstek α
3.1 MeV

$$^{8}_{4}Be_4\ \ J^\pi = 0^+,\ \ T = 0,\ \ \Gamma = 5.6\,eV$$

Pytanie: czy do przejść Gamowa- Tellera ma wkład oddziaływanie tensorowe ?

$$H'_{\beta} = H'_T + H'_A =$$

$$\frac{G_{\beta F}}{\sqrt{2}}[\frac{1}{2}\sum_{\mu=1}^{4}\sum_{\lambda=1}^{4}\left(\overline{\psi}_p \sigma_{\lambda\mu}\gamma_\mu \psi_n\right)\left(\overline{\psi}_e \sigma_{\lambda\mu}(C_T + C'_T\gamma_5)\psi_\nu\right)$$

$$-\sum_{\mu=1}^{4}\left(\overline{\psi}_p \gamma_\mu \gamma_5 \psi_n\right)\left(\overline{\psi}_e \gamma_\mu \gamma_5 (C_A + C'_A\gamma_5)\psi_\nu\right)] + h.c.$$

$$\sigma_{\lambda\mu} = -\frac{1}{2}i\,(\gamma_\lambda\gamma_\mu - \gamma_\mu\gamma_\lambda)$$

Badanie korelacji kątowych beta-neutrino

współcz. korelacji $a_{GT} = \frac{1}{3}\frac{|C_T|^2 - |C_A|^2}{|C_T|^2 + |C_A|^2}$

Mierzone korelacje *β-α-α* → kompletna kinematyka

(po rozpadzie β energia odrzutu ^{8}*Be* do 12 keV → ΔK_α do 400 keV)

$$a_{GT} = -0.3342 \pm 0.0026_{stat} \pm 0.0029_{syst}$$

$$\tilde{a}_{GT} \to a_{GT}/(1+b\cdot m_e/\langle E_e\rangle)$$

$$C_T = -C'_T \;\Rightarrow\; b=0 \;\Rightarrow\; |C_T/C_A|^2 < 0.011$$

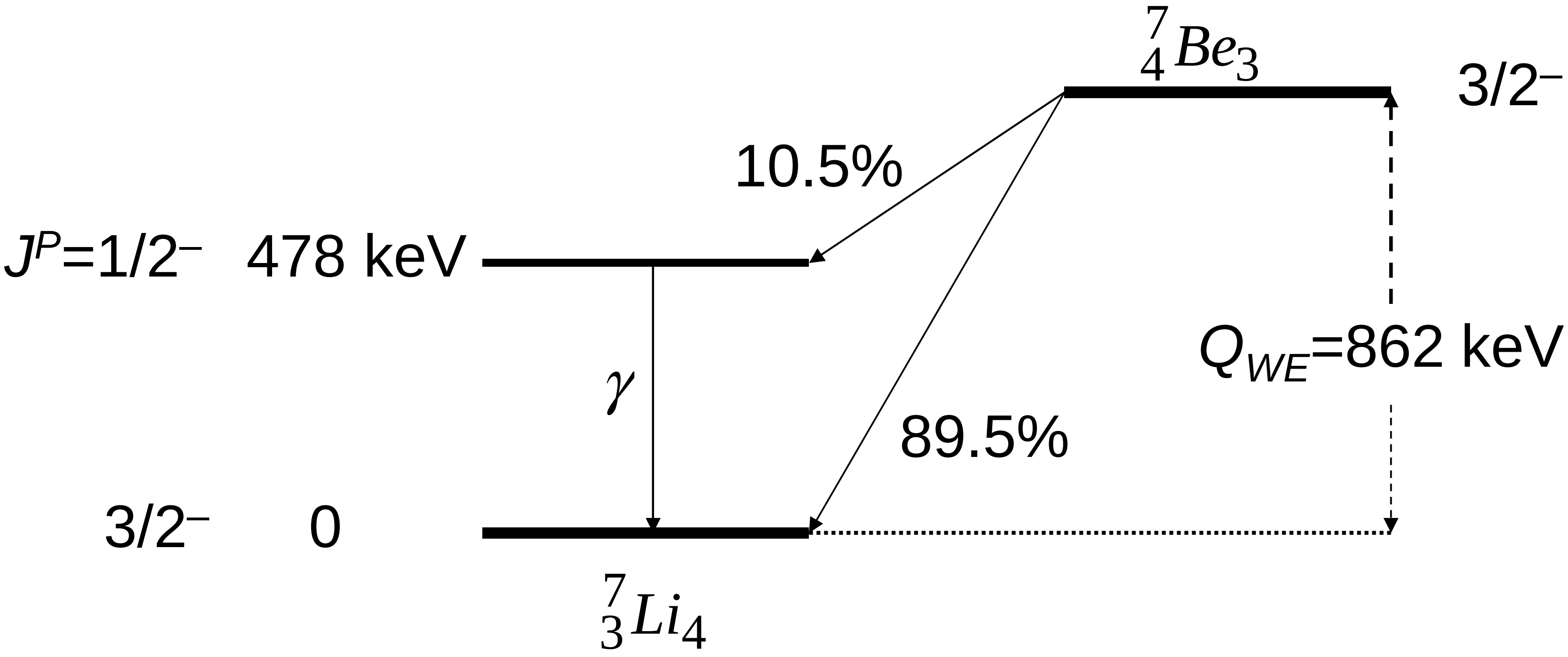
Autorzy biorą pod uwagę skrajną możliwość sprzężenia
do prawoskrętnego neutrina, co oznaczałoby znikanie *b*.

Wykład 6

WYCHWYT ELEKTRONU
I MOŻLIWOŚĆ POMIARU MASY NEUTRINA

6.1. PRZEMIANA *WE* IZOTOPU ^{7}Be

Struktura atomu berylu: $1s^2$, $2s^2$



Stan podst. ^{7}Be stanem analogowym stanu podst. ^{7}Li (Wykład 4).

Okres półrozpadu ^7Be

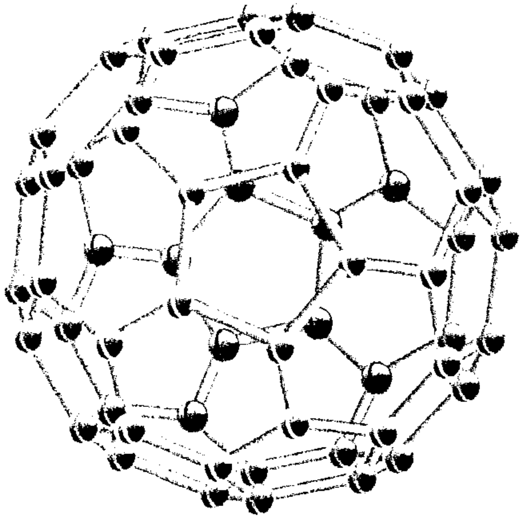
T.Ohtsuki et al., Phys. Rev. Lett. 93 (2004) 112501

Dla ^7Be w berylu metalicznym $T_{1/2}=53.12(5)\ dni$

Dla ^7Be wewnątrz „klatki" C_{60} $T_{1/2}=52,68(5)\ dni$

Fulleren C_{60}

60 atomów węgla związanych
w strukturze wielościennej
złożonej z pięciokątów
i sześciokątów.



Wpływ środowiska na $T_{1/2}$ (^7Be) – również praca warszawska:
C. Mazzocchi et al., Acta Phys. Pol. 43 (2011) 279

Parcjalne półokresy rozpadu *t*

$$T_{1/2}(^{7}Be) = 53.12\ dni = 4.59\times10^{6}\ s$$

Przejście 3/2^{-} → 1/2^{-} (*GT*)

$$t = T_{1/2}/0.105 = 4.4\times10^{7}\ s \qquad (\log ft = 4.5)$$

$$\uparrow$$

Przejście 3/2^{-} → 3/2^{-} (*GT* & *F*) p-kt 6.8

$$\downarrow$$

$$t = T_{1/2}/0.895 = 5.1\times10^{6}\ s \qquad (\log ft = 4.3)$$

Parcjalna stała rozpadu: $\lambda = \ln 2/t$

Wykluczenie przemiany β^+ w rozpadzie ^7Be

Energia rozpadu nuklidu (*Z, N*) do nuklidu (*Z*–1,*N*+1) na drodze WE jest określona przez różnicę mas obojętnych atomów

$$Q_{WE} = (M_{Z,N} - M_{Z-1,N+1})c^2$$

Związek między energią rozpadu β^+ i energią rozpadu *WE*

$$Q_{\beta+} = Q_{WE} - \underbrace{2m_e c^2}_{1022 keV}$$

Przemiana β^+ niemożliwa, jeżeli $Q_{WE} < 1022$ keV, jak dla ^7Be (dotyczy to tym bardziej przejścia do stanu wzbudzonego ^7Li).

6.2. ZASTOSOWANIE ZŁOTEJ REGUŁY FERMIEGO

gęstość stanów końcowych

Stała rozpadu dla *WE* z powłoki *x*:

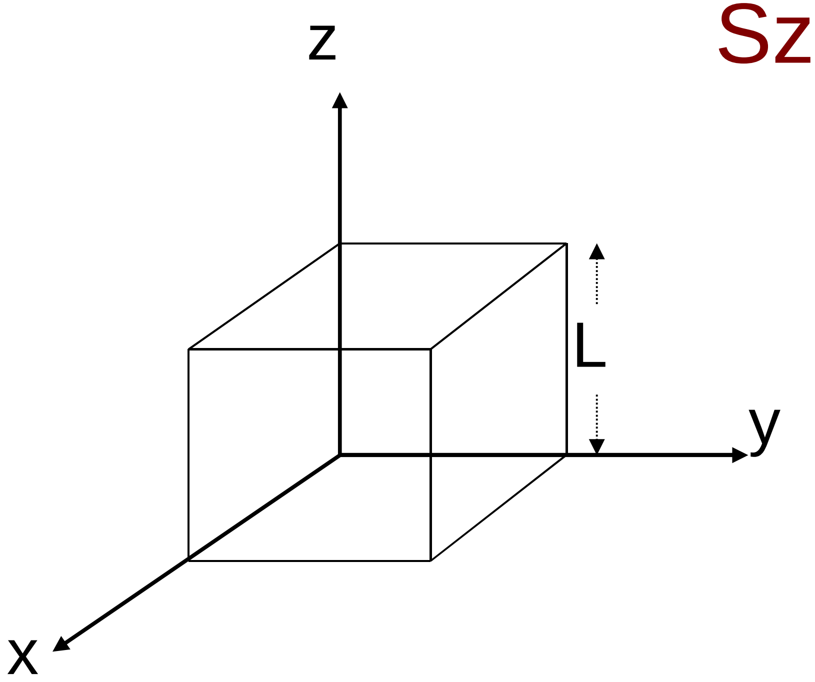
$$\boxed{\lambda_x = \frac{2\pi}{\hbar}\left|H_{fi}(x)\right|^2 \rho(\tilde{E})}$$

element macierzowy przejścia

Pełna stała rozpadu *WE*

$$\lambda_{WE} = \sum_x \lambda_x = \overbrace{\underbrace{\lambda_K + \lambda_L}_{{}^{7}_{4}Be,\ {}^{14}_{8}O} + \lambda_M}^{{}^{54}_{27}Co} + \dots$$

Sześcian kwantowania



w objętości $V = L^3$
jedna cząstka
swobodna (neutrino)
o pędzie

$$\vec{q} = \vec{k}\,\hbar.$$

Fala płaska $u = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}\vec{r}}$ $\int_V u^* u \, d\tau = 1$

Założenie: $L >> 2\pi / k =$ długość fali de Broglie'a

Wartość *u* jednakowa w odpowiadających sobie punktach przeciwległych ścian sześcianu.

Gęstość stanów neutrina

$$\rho(E) = dN / dE$$

Liczba stanów w elemencie objętości przestrzeni fazowej

$$dN = \frac{element\, objetosci}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{dV\, q^2\, dq\, d\Omega}{(2\pi\hbar)^3}$$

Całkujemy po objętości i po kącie bryłowym,

przyjmujemy $m_\nu = 0 \;\Rightarrow\; E_\nu = K_\nu = q\,c\,, \quad dE_\nu = c\,dq$

$$\boxed{\rho(E) = V\,\frac{4\pi q^2}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{V}{2\pi^2\hbar^3 c^3}K_\nu^2}$$

Element macierzowy przejścia

Pełny hamiltonian układu

$$H = H_0 + H'$$

↑

oddziaływanie słabe

$$H' = G_{\beta F}$$

↑

stała sprzężenia wg Fermiego (1934)

Element macierzowy przejścia (całkowanie po objętości jądra)

$$\boxed{H'_{fi} = \int \psi^*_f \, H' \, \psi_i \, d\tau}$$

i – stan początkowy, *f* – stan końcowy

Stała rozpadu na drodze *WE* z powłoki *x*

dla „czystego” przejścia *F*

$$\boxed{\lambda_x = \frac{V}{2\pi^2 \hbar^4 c^3} G_{\beta F}^2 \left| \int \psi_f^* \psi_i d\tau \right|^2 (K_\nu^x)^2}$$

(całkowanie po objętości jądra)

Energia kinetyczna neutrina po wychwycie e^- z powłoki *x*

$$K_\nu^x = Q_{WE} - \underset{\uparrow}{E^*} - \underset{\uparrow}{b_x} (-m_\nu c^2)$$

energia wzbudzenia jądra końcowego

energia wiązania elektronu na powłoce x atomu końcowego

(na razie zakładamy $m_\nu = 0$)

6.3. ELEMENT MACIERZOWY PRZEJŚCIA

dla „czystego” przejścia Fermiego

(M_F – jądrowy element macierzowy)

$$H'_{fi} = \frac{G_{\beta F}}{\sqrt{V}}\varphi_e(0)\cdot M_F$$

Zastąpiono tu: funkcję falową elektronu, φ_e, jej wartością w centrum jądra, a funkcję falową neutrina przez $1/\sqrt{V}$ (dobre przybliżenie, slajd 15).

Przypomnienie (Wykłady 2 i 3):

$$\begin{cases} G_{\beta F} = G_F \cdot V_{ud} \approx G_F \cdot \cos\theta_C \\ \Delta T = 0 \quad \Rightarrow \quad M_F = (T - T_3)(T + T_3 + 1) \end{cases}$$

Uwzględnienie przejść Gamowa-Tellera

(→ Wykłady 2 i 3)

$$\left|H'_{fi}\right|^2 = \frac{G_{\beta F}^2}{V}\left|\varphi_e(0)\right|^2 \left|M\right|^2$$

$$G_{\beta F}^2 = G_F^2 \left|V_{ud}\right|^2$$

$$\left|M\right|^2 = \left|M_F\right|^2 + R^2 \left|M_{GT}\right|^2$$

$$R^2 = G_{\beta GT}^2 / G_{\beta F}^2 = G_A^2 / G_V^2$$

6.4. FUNKCJE FALOWE ELEKTRONU

z podręcznika nierelatywistycznej mechaniki kwantowej

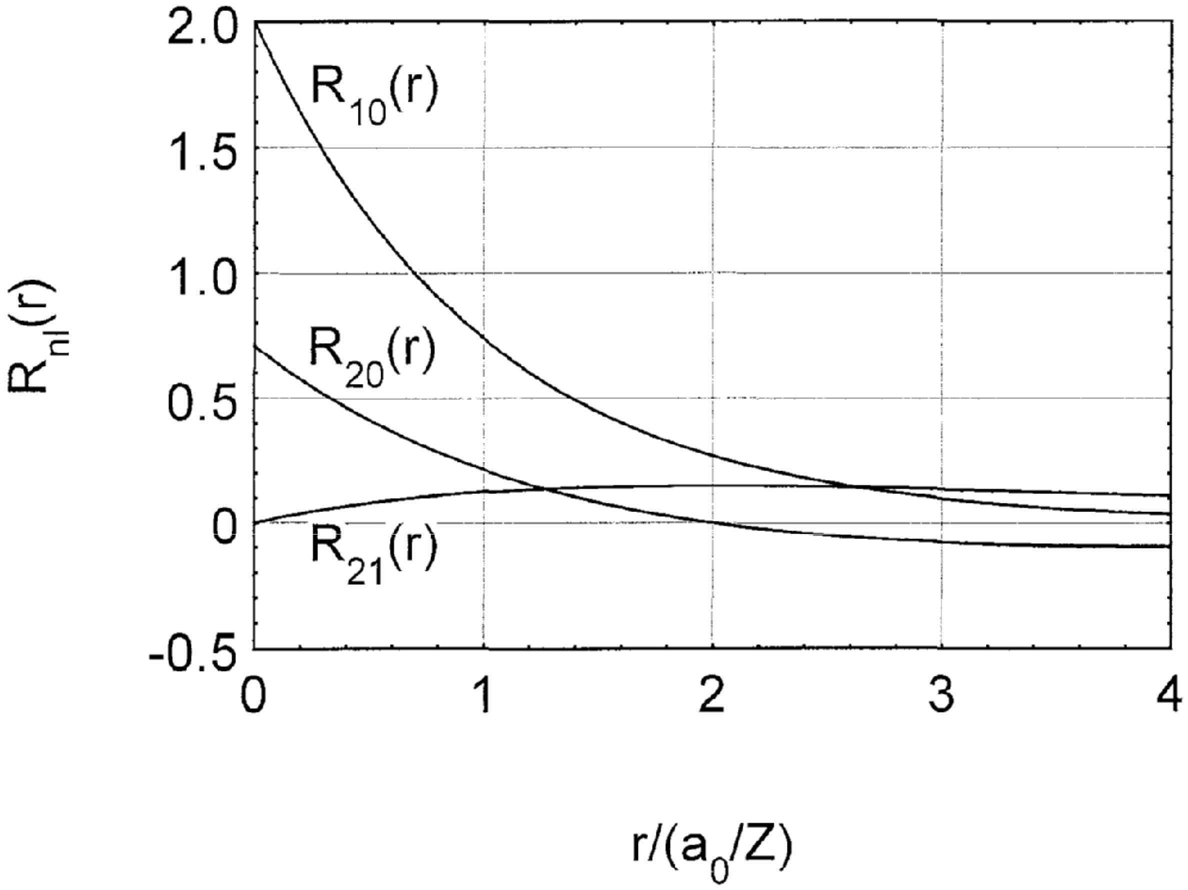
Funkcje falowe wodoropodobne: $\psi_{nlm} = R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta,\phi)$

Pierwsze funkcje kuliste
$$\begin{cases} Y_{00} = 1/\sqrt{4\pi} \\ Y_{10} = \sqrt{3/4\pi}\,\cos\theta \\ Y_{1,\pm1} = \sqrt{8/4\pi}\,\sin\theta\, e^{\pm i\phi} \end{cases}$$

Radialne funkcje falowe

$$R_{10}(r) = (Z/a_0)^{3/2} \times 2\exp(-Zr/2a_0)$$
$$R_{20}(r) = (Z/2a_0)^{3/2} \times 2\,(1 - Zr/2a_0)\exp(-Zr/2a_0)$$
$$R_{21}(r) = (Z/2a_0)^{3/2}\,(Zr/\sqrt{3}\,a_0)\,\exp(-Zr/2a_0)$$

Przebieg radialnych funkcji falowych



Promień 1. orbity Bohra: $a_0 = 4\pi \varepsilon_0 \hbar^2 / m_e e^2 = 0.529 \times 10^{-10} m$

6.5. WYCHWYT ELEKTRONU K

$$\varphi_e^{1s}(r) = \psi_{000} = Y_{00}\,R_{10}(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} 2\exp\left(-\frac{Z\,r}{a_0}\right)$$

Zastąpienie funkcji przez jej wartość dla r = 0:

$$\varphi_e^{1s}(0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{Z\,m_e e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}\right)^{3/2}$$

Uzasadnienie dla ^{37}Ar:

$$R = 1.2\times A^{1/3}\ fm = 4.0\ fm$$

$$r = 4.0\ fm,\quad Z = 18 \quad\Rightarrow\quad \exp(-Z\cdot r/a_0) \approx 0.999$$

Stała rozpadu dla wychwytu *K*

$$\lambda_K \equiv \lambda_{1s} = \frac{2\pi}{\hbar} \underbrace{G_{\beta F}^2 \frac{\left|\varphi_e^{1s}(0)\right|^2}{V} |M|^2}_{\left|H'_{fi}\right|^2} \underbrace{\frac{V}{2\pi^2\hbar^3c^3} (K_\nu^{1s})^2}_{\rho(\tilde{E})}$$

Po wyrażeniu energii w jednostkach $m_e c^2$ (!)

$$\lambda_K = G_{\beta F}^2 \frac{\ln 2}{D} |M|^2 \; f_K$$

$$f_K = \left|\varphi_e^{1s}(0)\right|^2 (K_\nu^{1s})^2$$

$$D = \frac{2\pi^3\hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4} = 1.230580(2) \times 10^{-120} \; J \, m^3 \, s$$

FUNKCJA f_K DLA WYCHWYTU K

W przybliżeniu nierelatywistycznym

$$f_K = 2\pi \left(\frac{Z\,e^2}{4\pi\,\varepsilon_0\,\hbar\,c} \right)^3 \,(K_\nu^{1s})^2$$

$$= 2.44 \times 10^{-6}\,Z^3\,(K_\nu^{1s})^2$$

$${}^{54}_{27}Co \xrightarrow{WE} {}^{54}_{26}Fe$$

$$f_K\,/(K_\nu^{1s})^2 = 0.043;$$

Relatywistycznie, z uwzględnieniem rozmiarów jądra (Dzhelepov i in.)

$$f_K\,/(K_\nu^{1s})^2 = 0.0585`$$

6.6. UWZGLĘDNIENIE WYŻSZYCH POWŁOK

dla przejść dozwolonych

$$f_{WE} = \sum_x f_x = f_K + f_{L1} + f_{L2} + f_{M1} + f_{M2} + \dots$$

$$f_x = \left|\varphi_e^x(0)\right|^2 (K_\nu^x)^2$$

$$\lambda_{WE} = \lambda_K + \lambda_{L1} + \lambda_{L2} + \lambda_{M1} + \lambda_{M2} + \dots$$

Dla dużych energii przejścia główny (dla ^7Be – wyłączny) przyczynek do λ_{WE} pochodzi od elektronów *K* i L_I :

$$\lambda_{WE} \approx \lambda_K (1 + \lambda_{2s} / \lambda_{1s})$$

Oszacowanie wkładu podpowłoki L_I

dla przejścia ze stanu podstawowego do stanu podstawowego

(przy dużym Q_{WE})

$$\frac{\lambda_{2s}}{\lambda_{1s}} = \frac{\left|\overline{\varphi}_e^{2s}(0)\right|^2}{\left|\varphi_e^{1s}(0)\right|^2}\left(\frac{K_\nu^{2s}}{K_\nu^{1s}}\right)^2 = \frac{1}{8}\left(\frac{Q_{WE}-b_{2s}}{Q_{WE}-b_{1s}}\right)^2 \downarrow \approx \frac{1}{8}$$

Np. ^{54}Co: $Q_{WE} = 8244.6\,keV, \quad \underbrace{b_{1s} \approx 7.1\,keV, \quad b_{2s} \approx 0.85\,keV}$

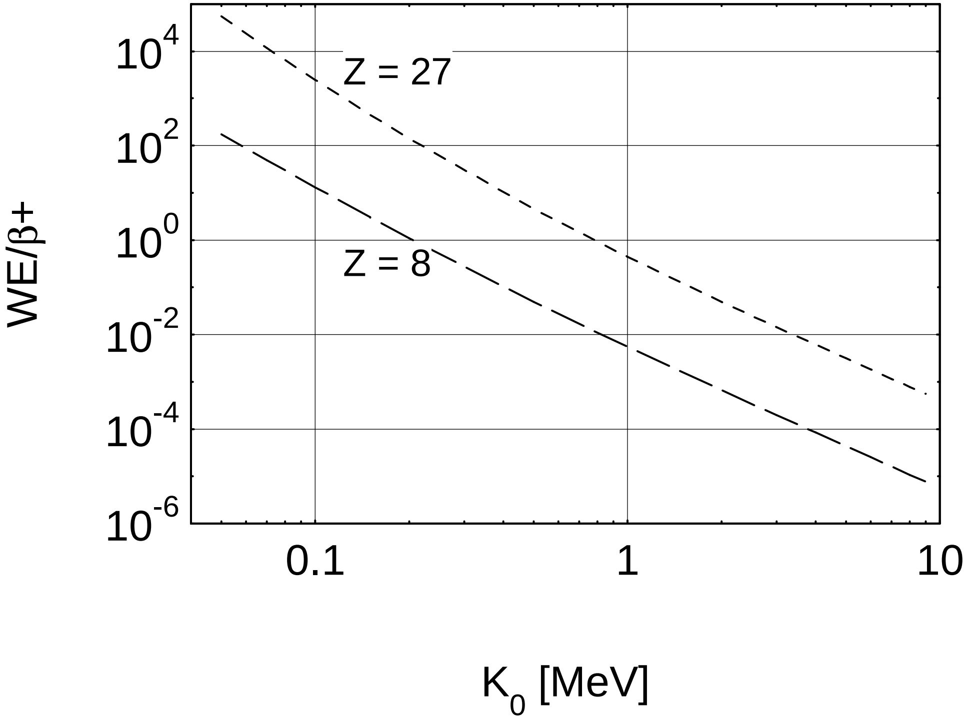
energie wiązania elektronów ($_{26}$Fe)

Uwaga: $\overline{\varphi}_e^{2s}(0)$ – wartość f. falowej uśrednionej po *θ* (dla r=0) poprzez uwzględnienie, że

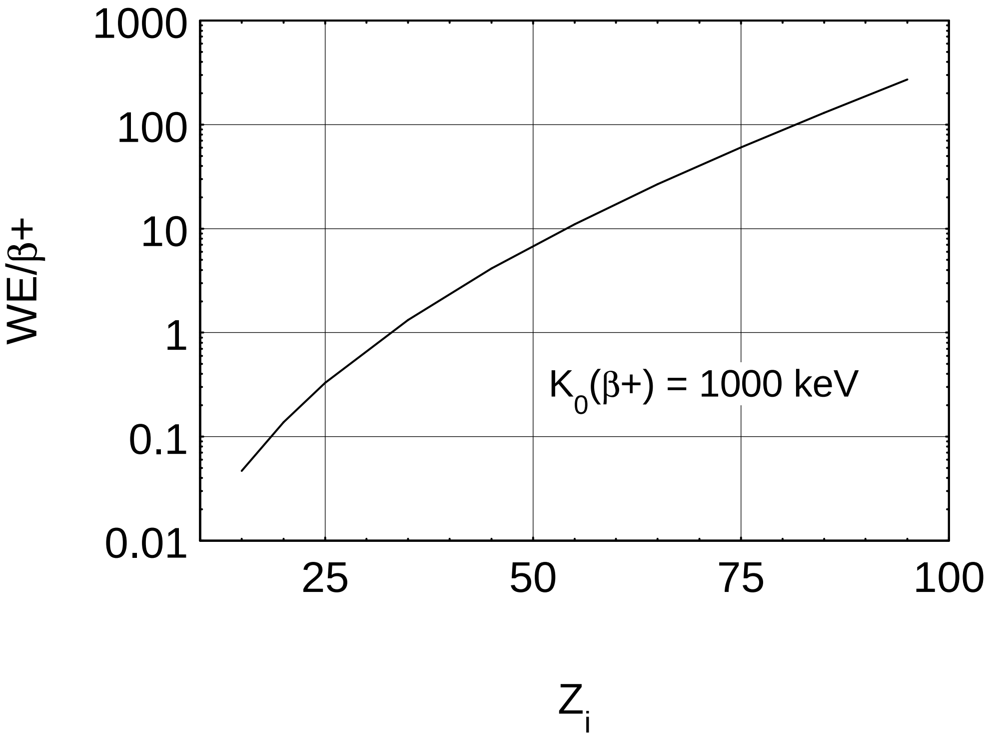
$$\int_0^\pi \cos^2\theta \cdot \sin\theta \, d\theta \Big/ \int_0^\pi \sin\theta \, d\theta = 1/3$$

6.7. KONKURENCJA *WE* I PRZEMIANY β^+

Stosunek prawdopodobieństwa wychwytu elektronu i przemiany β^+
w funkcji energii granicznej widma pozytonów
dla ustalonej liczby *Z* nuklidu początkowego 8 i 27
(teoria: Dzhelepov et al., Beta-processy, Nauka, Leningrad 1972).



Stosunek prawdopodobieństwa wychwytu elektronu i przemiany β^+
w funkcji liczby atomowej Z nuklidu początkowego
przy ustalonej energii granicznej widma pozytonów (teoria).



6.8. PORÓWNAWCZY OKRES PÓŁROZPADU (*ft*)

(i) Czysty wychwyt elektronu $(Q_{WE} - E^* \leq 2m_e c^2)$

$$\lambda_{WE} = \lambda_K + \lambda_L + \ldots = G_{\beta F}^2 \frac{\ln 2}{D} |M|^2 f = \frac{\ln 2}{t}$$

$$f = f_{WE} = \sum_x f_x = f_K + f_{L1} + \ldots$$

(ii) Uwzględnienie przemiany β⁺ $(Q_{WE} - E^* > 2m_e c^2)$

$$\lambda = \lambda_{WE} + \lambda_{\beta^+} = G_{\beta F}^2 \frac{\ln 2}{D} |M|^2 f = \frac{\ln 2}{t}$$

$$f = f_{WE} + f_{\beta^+}$$

Porównawczy okres półrozpadu w sekundach

$$ft = \frac{D}{G_{\beta F}^{2}\left|M\right|^{2}} = \frac{1.23058\times 10^{-120}\ J\, m^{3}}{G_{\beta F}^{2}\left|M\right|^{2}}\ s$$

nie zależy od energii i od *Z*, zmienia się o rzędy wielkości.

Wartości log ft

dla przejść superdozwolonych (wykład 4)	3.5 ± 0.5
dla przejść dozwolonych (np. ^{7}Be)	5 ± 1
dla przejść wzbronionych $(l_{lept} > 0)$	> 6

6.9. *WE* W ^{163}*Ho* I PLANY POMIARU MASY NEUTRINA

B. Alpert et al., Eur. Phys. J. C75 (2015) 112
„The electron capture decay of ^{163}*Ho* to measure the electron neutrino mass with sub-eV sensitivity"

Projekt HOLMES finansowany przez *European Research Council*
grant → prof. S. Ragazzi (2013)
Istituto Nazionale di Fisica Nuclear (INFN), Sezione di Milano-Biccoca
(współpraca 11 instytucji z różnych krajów, w tym USA)

Plan zastosowania kriogenicznego kalorymetru do pomiaru promieniowania emitowanego w rozpadzie ^{163}*Ho* → ^{163}*Dy*,
z wyłączeniem neutrina.

Idea: de Rujula & Lusignoli, Phys. Lett. 118B (1982) 429

Rozpad na drodze wychwytu elektronu

$$^{163}_{67}Ho(7/2^-) \xrightarrow{4570\,y} {}^{163}_{66}Dy^H(5/2^-) + \nu_e$$ (*H* – hole)

$$\downarrow$$

$$^{163}_{66}Dy + E_C$$

Energia rozpadu – rozbieżne wyniki:

$$Q_{WE} = 2555 \pm 16\ eV$$ Reich et al., Nucl. Data Sheets 111(2010)1211

$$Q_{WE} = 2833 \pm 30(stat) \pm 15(syst)\ \ eV$$

S. Eliseev et al., Phys. Rev. Lett. 115 (2015) 062501

Pomiar w GSI (Darmstadt), wykorzystanie pułapki Penninga (SHIPTRAP)

$$Q_{WE} = E_C + E_\nu = E_C + K_\nu + m_\nu c^2 \qquad (E_C \approx b_x)$$

Wychwyt elektronu z powłoki *M* i powłok wyższych

(b_x – energia wiązania e^- na powłoce x w dysprozie, Z=66)

stan	*M1*	*M2*	*N1*	*N2*	*O1*
b_x(eV)	2047	1845	420	340	50
$\|\varphi_e(0)\|^2$ *)	0.0708	0.0036	0.0164	0.0008	-

*) W. Bambynek et al., Rev. Mod. Phys. 49 (1977) 77

WE ze stanu x towarzyszy głównie emisja

- elektronów Kostera-Croniga,
- elektronów Augera;

wydajność fluorescencji < 10^{-3}.

^{163}*Ho* – widmo elektronów emitowanych po *WE*

wyrażenie przybliżone: Rujula & Lusignoli, Phys. Lett. 118B (1982) 429

(patrz również: Wykład 7, p-kt 7.2)

$$\frac{dW}{dE_C} \propto (Q_{WE} - E_C)\sqrt{(Q_{WE} - E_C)^2 - m_\nu^2 c^4}$$

$$\times \sum_H \left|\varphi_e^H\right|^2 \frac{\Gamma_H / 2\pi}{(Q_{WE} - E_C)^2 + \Gamma_H^2 / 4}$$

(zmiana oznaczeń: $x \rightarrow H$, $b_x \rightarrow E_C$)

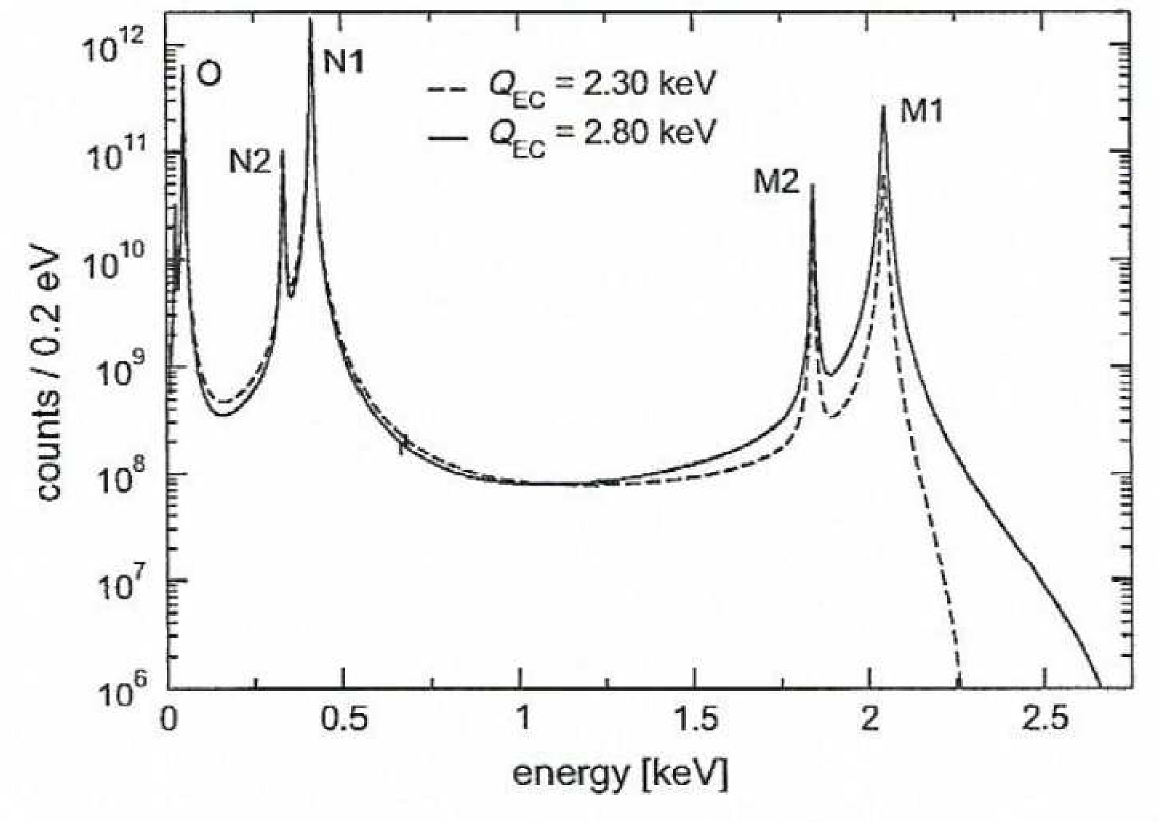
Dokładniejszy wzór w pracy: Alpert et al., EPJ C75 (2015) 112

(uwzględnia efekt elektronowej wymiany i przekrycia funkcji falowych)

Widmo „kalorymetryczne” ^{163}Ho

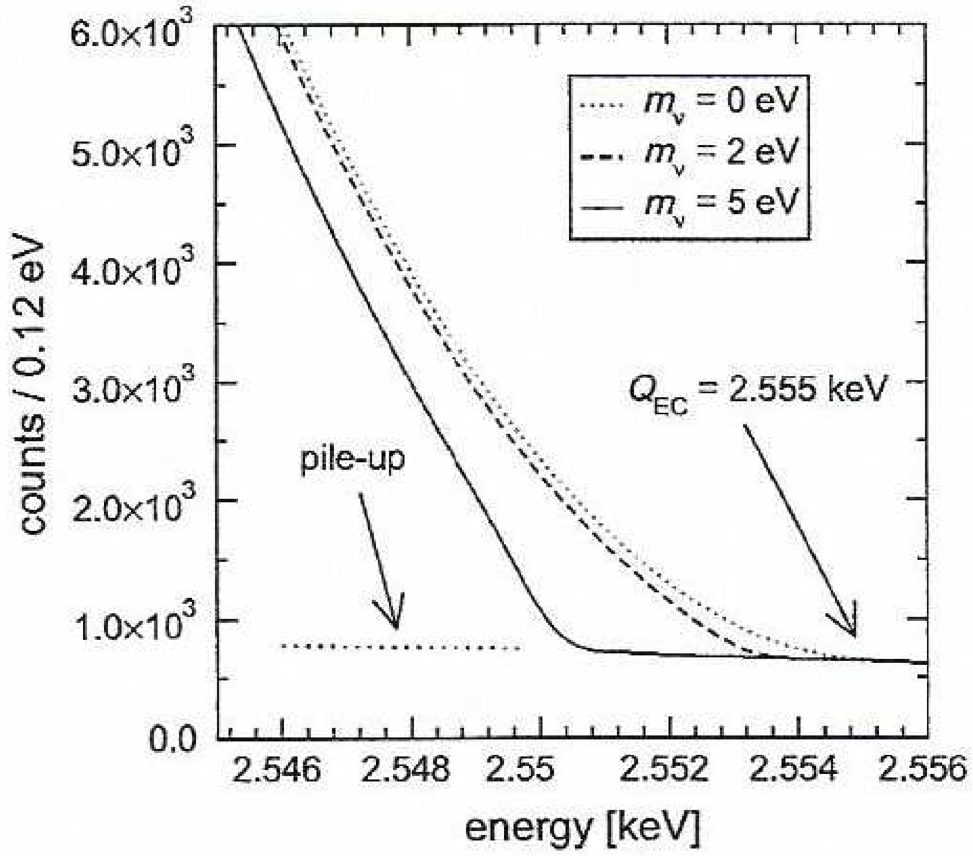
(Alpert et al., EPJ C75 (2015) 112)

obliczone przy założeniu zdolności rozdzielczej Δ_{FWHM} = 1 eV
i uwzględnieniu szerokości naturalnej poziomów (kilka eV)



Końcowy fragment „kalorymetrycznego” widma ^{163}Ho

obliczony (poprzedni slajd) przy założeniu różnych wartości m_v



Etapy przygotowania eksperymentu

1. Wytworzenie ^{163}Ho (niezwykle ważna czystość źródła!)

   $^{162}Er(\mathrm{n},\gamma)^{163}Er \rightarrow {}^{163}Ho$ – ILL Grenoble

   chemiczne wydzielenie Ho z Er_2O_3 – PSI Villingen (Szwajcaria)

   problem: nieznany przekrój czynny reakcji $^{163}Ho(\mathrm{n},\gamma)^{164}Ho$

2. Wprowadzenie ^{163}Ho do absorbenta mikrokalorymetru

   specjalny implantator – INFN Genua

   absorbent: warstwa *Au* z implantowanym ^{163}Ho obłożona warstwami *Bi*

   6.5 x 10^{13} atomów ^{163}Ho w pojedynczym detektorze

   aktywność 300 rozpadów na sekundę

   izomer ^{166m}Ho ($T_{1/2}$ = 1200 *a*) wykorzystany dla testowania systemu, ale musi być dokładnie wyeliminowany ze źródła ^{163}Ho

3. Zastosowanie detektorów TES (Transition Edge Sensors)

Współpraca Nat. Inst. for Standard and Technology – Boulder (USA) i INFN Genua

TES – detektor z silną zależnością oporu od temperatury dla przejścia fazowego nadprzewodnika (tu Mo/Cu na membranie SiN_x)

– w bezpośrednim kontakcie z absorbentem (Au/Bi) zawierającym ^{163}Ho.

Zależność oporu od temperatury TES („na oko” – z wykresu)

T (mK)	98	100	102	104
R (Ω)	~ 0.3	~ 4.8	~ 9.7	~ 10

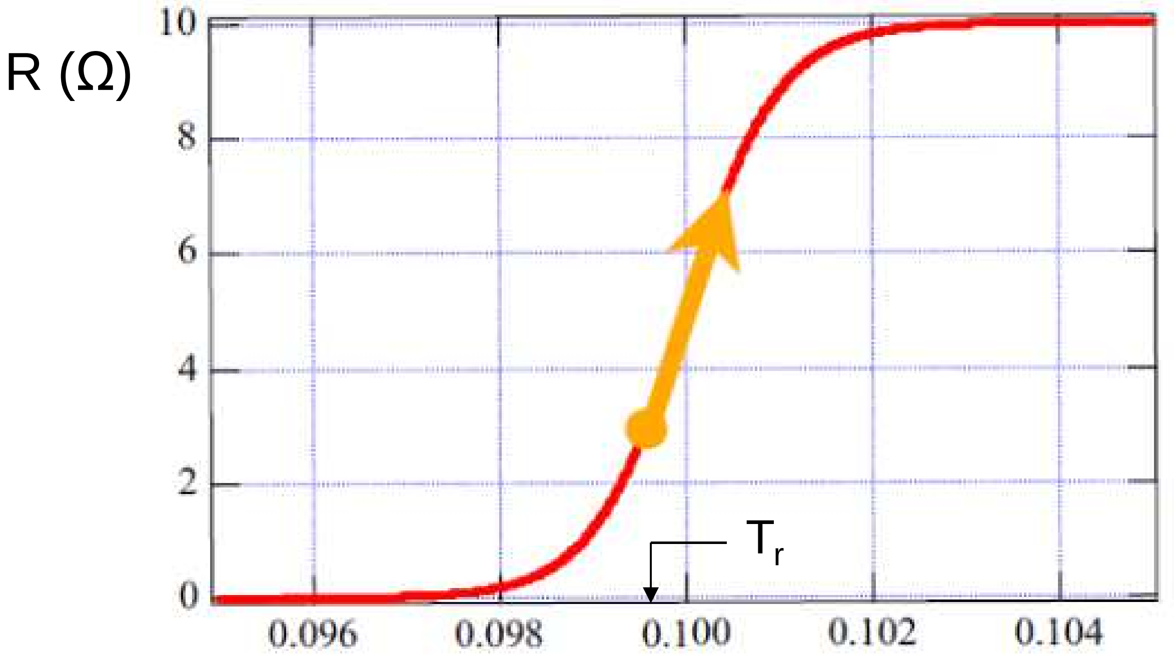
Prąd płynący przez TES → temp. robocza T_r nieco poniżej 100 mK

Detekcja elektronu: krótkotrwały wzrost temp. → wzrost oporu
→ rejestrowany spadek prądu płynącego przez TES,

Powrót do T_r („zimna kąpiel”)

A. Giachero
The electron neutrino mass measurement by the Holmes experiment

Status report, June 2014 (internet)



Temperatura (K)

Planowane pomiary

Pierwsza seria: 3 lata, Mediolan

(lub podziemne lab. Gran Sasso, gdyby tło było zbyt duże)

Zastosowanie 10^3 detektorów TES

Zdolność rozdzielcza: energetyczna 1 eV, czasowa – 1 μs

Rejestracja 3×10^{13} rozpadów,

przewidywana czułość pomiaru m_ν na poziomie 0.4 eV/c^2

Dalsze badania

po udoskonaleniu układu pomiarowego możliwość

polepszenia czułości do 0.1 eV/c^2

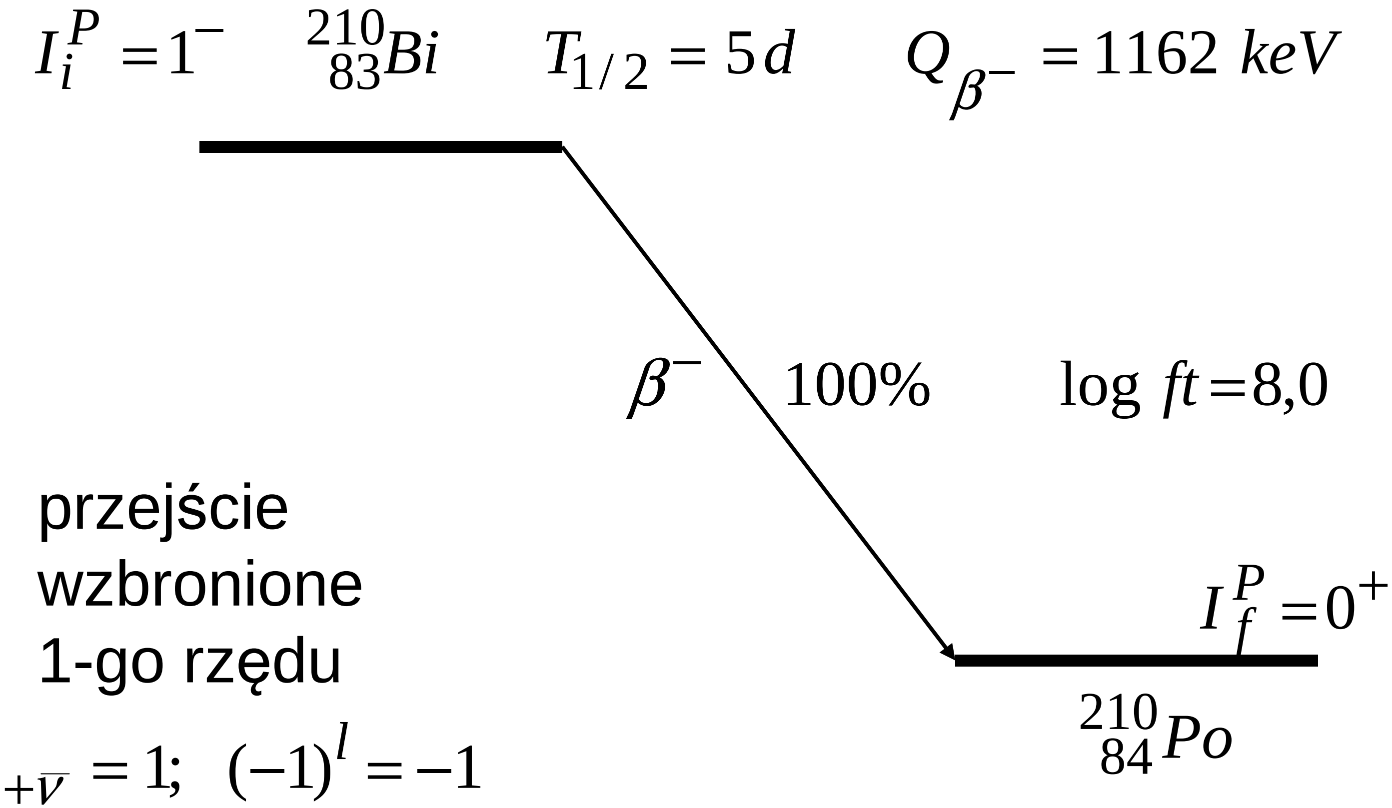
Wykład 7

NEUTRINO I LICZBA LEPTONOWA

7.1. Przemiana beta i prawa zachowania (*RaE* i ^{37}Ar)
7.2. Górna granica masy neutrina
7.3. Odróżnienie neutrina i antyneutrina
7.4. Odkrycie antyneutrina elektronowego
7.5. Odkrycie niezachowania parzystości
7.6. Skrętność neutrina
7.7. Trzy rodziny (zapachy) neutrin i trzy liczby leptonowe
Uzupełnienie
7.8. Szkic dwuskładnikowej teorii neutrina

7.1. Przemiana *β* i prawa zachowania

Schemat rozpadu *RaE* tj. ^{210}Bi



$I_i^P = 1^-$ $\quad {}^{210}_{83}Bi$ $\quad T_{1/2} = 5\,d$ $\quad Q_{\beta^-} = 1162\ keV$

β^- $\quad 100\%$ $\quad \log ft = 8{,}0$

$I_f^P = 0^+$

${}^{210}_{84}Po$

przejście
wzbronione
1-go rzędu

$l_{e+\overline{\nu}} = 1; \quad (-1)^l = -1$

Problem zachowania energii

$$ {}^{210}_{83}Bi \rightarrow {}^{210}_{84}Po + \beta^{-} + \bar{\nu}_e $$

Ch.D.Ellis & W.A.Wooster, Proc. Roy. Soc. 117(1927)109
„The average energy desintegration of radium E”

- zastosowanie mikrokalorymetru dla pomiaru średniej energii wydzielanej w jednym akcie przemiany *RaE*,
- stwierdzenie, że ta energia wynosi ok. 30% wartości K_0 (w zgodności z wcześniejszą obserwacją ciągłości widma β).

Niels Bohr dopuszcza niezachowanie energii

(posiedzenie Towarzystwa Chemicznego 1930)

„… At present stage of atomic theory, however, we may say
that we have no argument, either empirical or theoretical,
for upholding the energy principle in the case of β-ray
desintegration …”

W. Pauli ratuje zasadę zachowania energii

W liście z 4 X 1930 do uczestników seminarium w Tybindze
sugeruje istnienie elektrycznie neutralnej cząstki o spinie ½
(nazwanej później przez Fermiego neutrinem);
energia wydzielana w przemianie β dzielona między tę cząstkę i elektron.

Istnienie neutrina i zachowanie energii

uwzględnione w teorii przemiany beta wg Fermiego 1934 (Wykład 2).

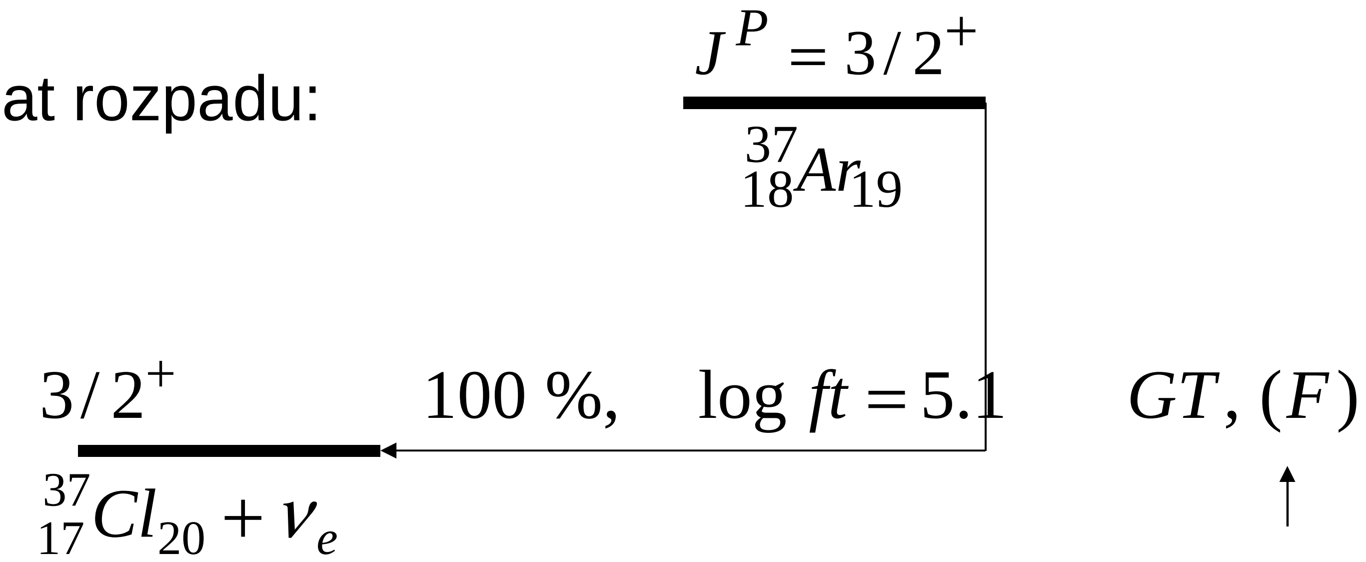
Założenie zachowania momentu pędu

w teorii przemiany beta wg Fermiego,
łącznie z obserwacją superdozwolonych przejść $0^+ \rightarrow 0^+$,
wskazuje na

spin neutrina = ½.

^{37}Ar – przemiana na drodze *WE*

Schemat rozpadu:



$J^P = 3/2^+$

$^{37}_{18}Ar_{19}$

$3/2^+$ 100 %, $\log ft = 5.1$ $GT, (F)$

$^{37}_{17}Cl_{20} + \nu_e$

(|ΔT|=1, Wykład 4)

$$T_{1/2} = 35\,dni \approx 3 \times 10^6\,s = t$$

$$Q_{WE} = \left(M(^{37}Ar) - M(^{37}Cl)\right)c^2 = 813.87\,keV < 2\,m_e c^2$$

masy atomowe (przemiana β^+ wykluczona)

^{37}Ar : zachowanie energii przy wychwycie elektronu *K*

$$Q_{WE} = 813.87\, keV = K_{Cl} + K_{\nu} + m_{\nu}c^2 + \varepsilon_K$$

gdzie

K_{Cl} – energia kinetyczna odrzutu ^{37}Cl

K_{ν} – energia kinetyczna neutrina

m_{ν} – masa spoczynkowa neutrina (< 2 eV/c^2)

$\varepsilon_K \approx b_K$ – energia wzbudzenia atomu chloru
≈ energia wiązania elektronu na powłoce K,
tj. 2.82 keV

^{37}Ar: zachowanie pędu przy wychwycie elektronu K

pęd neutrina $q = M_{Cl} V_{Cl} =$ pęd atomu ^{37}Cl

Przy zaniedbaniu masy neutrina

$$K_{Cl} = \frac{q^2}{2 M_{Cl}} \approx \frac{(Q_{WE} - b_K)^2}{2 M_{Cl} c^2} \approx 9.54 eV$$

Rodeback and Allen, Phys. Rev. 86(1952)446

Snell and Pleasonton, Phys. Rev. 97(1955)1396

$$K_{Cl} = 9.63 \pm 0.03 \ eV$$

^{37}Ar : bilans momentu pędu dla wychwytu *K*

spin jądra spin elektronu K

$J_i = J_f = 3/2$ $s_K = 1/2$

przejście dozwolone $l_{e+\nu} = 0$

zachowanie momentu pędu $\vec{J}_i + \vec{s}_K = \vec{J}_f + \vec{s}_\nu$

dwie możliwości $\begin{cases} \vec{s}_K = \vec{s}_\nu & F \\ \vec{s}_K = -\vec{s}_\nu & GT \end{cases}$

(przejście *F* znacznie osłabione przez $|\Delta T| = 1$, Wykład 4)

7.2. GÓRNA GRANICA MASY NEUTRINA

Rozpad β^- trytu

Chinese Physics C39 (2012) No 36
AME2012
NUBASE2012

$$ {}^{3}_{1}H_{2} \rightarrow {}^{3}_{2}He_{1} + \beta^{-} + \bar{\nu}_{e} $$

$$ Q_{\beta} = 18.591 \pm 0.001\ keV $$

$$ T_{1/2} = 12.32 \pm 0.02\ a $$

energia rozpadu

graniczna energia widma β przy $m_{\nu}c^{2}=0$

$$ Q_{\beta} \equiv \left(M({}^{3}H) - M({}^{3}He) \right) \cdot c^{2} = K + K_{\nu} + m_{\nu}c^{2} = K_{0} $$

masy atomowe

energia kinet. cząstki β

(energia odrzutu i energia wzbudzenia atomu ${}^{3}He$ tu zaniedbana)

Prawdopodobieństwo rozpadu β^- przy $m_\nu \neq 0$

bez uwzględnienia oddz. kulombowskiego (Wykład 2)

$$dW \propto \delta(x)\; p^2\, dp\; d\Omega_\beta\, q^2\, dq\, d\Omega_\nu$$

$$x = K + \sqrt{q^2c^2 + m_\nu^2 c^4} - K_0, \qquad x = 0 \;\Rightarrow\; \left\{ \begin{array}{l} \text{zachowanie} \\ \text{energii} \\ \text{przy } m_\nu \neq 0 \end{array} \right.$$

Po scałkowaniu po kątach – przejście do widma $W(p)$

$$q^2 \propto (x + K_0 - K)^2 - m_\nu^2 c^4, \qquad q\,dq \propto (x + K_0 - K)\,dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)\, q^2 dq \;\propto\; (K_0 - K)\,\sqrt{(K_0 - K)^2 - m_\nu^2 c^4}$$

$$\boxed{W(p)\,dp \propto\; p^2\, dp\,(K_0 - K)\,\sqrt{(K_0 - K)^2 - m_\nu^2 c^4}}$$

Od widma pędowego do widma energii elektronów

$$W(p)\,dp = W(K)\,dK$$

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 = (K + mc^2)^2$$

$$\Rightarrow \quad dp/dK \propto E/p$$

$$\boxed{W(K) \propto \; E\,p\,(K_0 - K)\,\sqrt{(K_0 - K)^2 - m_\nu^2 c^4}}$$

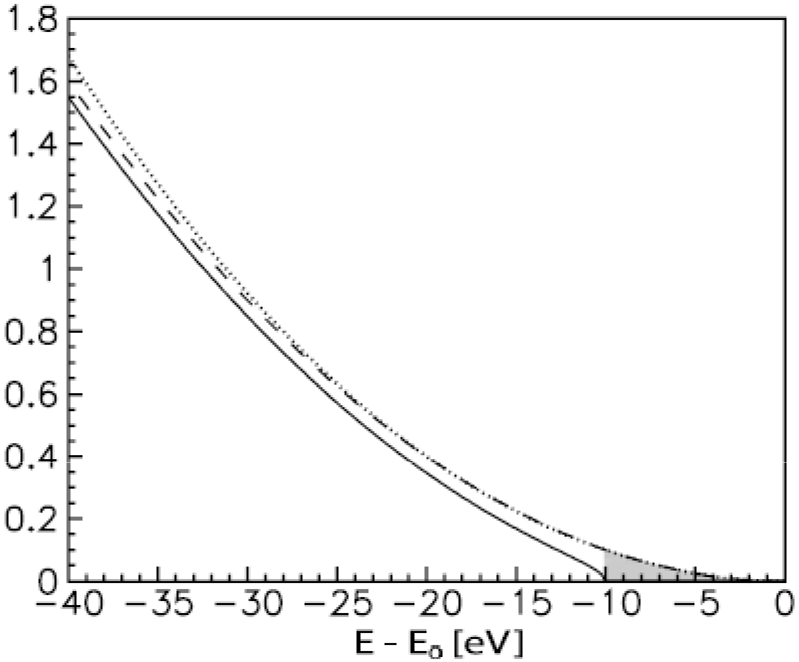
$$\uparrow$$

$$F(E,Z)\left\{\begin{array}{l}\text{uwzględnienie kulombowskiego}\\ \text{oddziaływania jądro} - \beta^- \\ \text{(ale bez wzbudzeń atomu końcowego!)}\end{array}\right.$$

Teoret. widmo β^{-} trytu w pobliżu energii granicznej E_0

(Ch. Kraus et al., Eur. Phys. J. C40 (2005) 447)

Natężenie
(jednostki
względne)



$(E - E_0 = K - K_0)$

- - - - widmo dla $m_\nu = 0$

·········· widmo uwzględniające wzbudzenia atomowe, dla $m_\nu = 0$

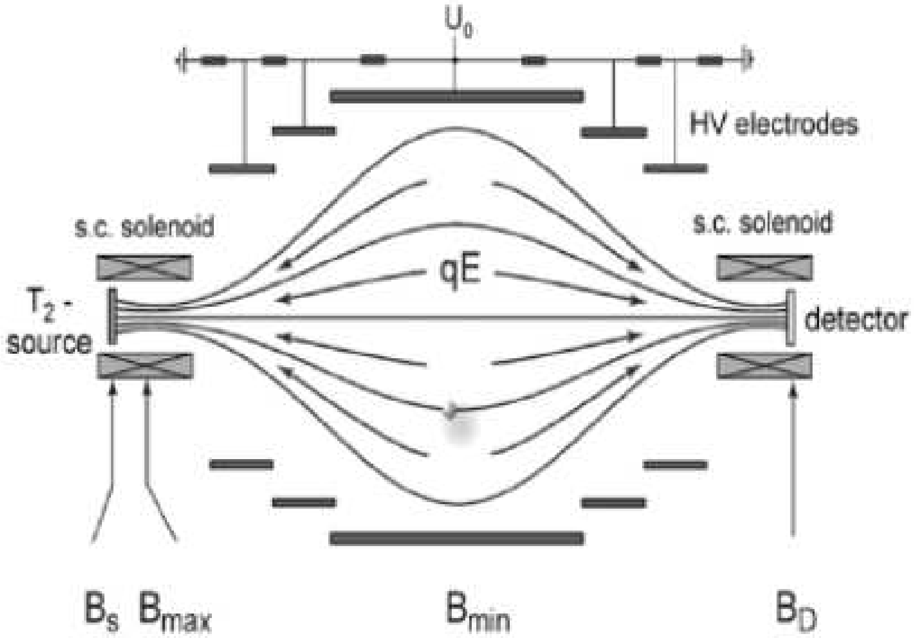
—— jak wyżej, dla $m_\nu = 10\ eV/c^2$

Obszar zacieniony (0 do –10 *eV*) stanowi $2 \cdot 10^{-12}$ całości.

MAC-E-Filter – zasada działania

(Magnetic Adiabatic Collimation Electrostatic Filter)

E.W. Otten & C. Weinheimer, Rep. Progr. Phys. 71 (2008) 086201



Istotna rola pola magnetycznego i pola elektrycznego → slajd 15

MAC-E-Filter – zasada działania – c.d.

Rola pola magnetycznego

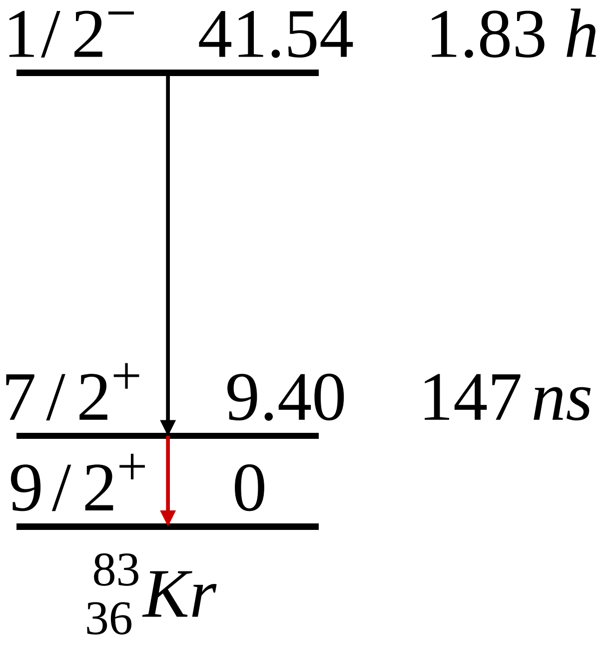
Elektrony, emitowane ze źródła w szerokim zakresie kątów, poruszają się po liniach spiralnych (z częstością cyklotronową) wzdłuż linii pola magnetycznego.
Te, które pokonają barierę potencjału elektrycz. w centrum układu są ogniskowane na detektorze.

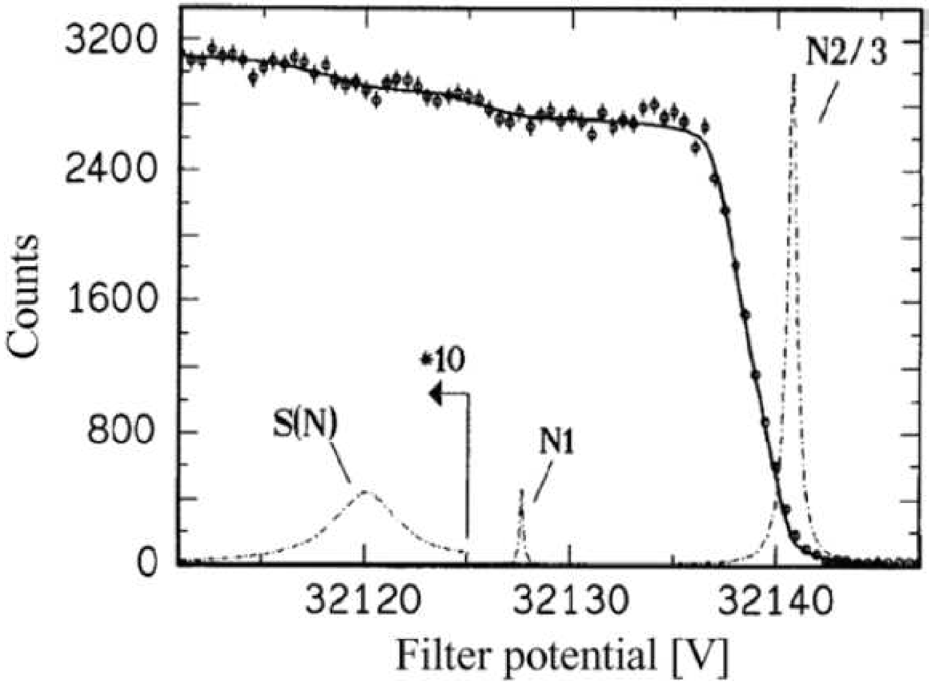
Rola pola elektrycznego

Po drodze od źródła do detektora elektrony są najpierw hamowane, a potem przyspieszane.
Jeżeli natężenie pola w centrum jest dostatecznie wysokie, wszystkie elektrony są zawracane – nie dochodzą do detektora.
Stopniowe obniżanie natężenia pola pozwala na pomiar liczby elektronów o energii powyżej zadanego progu.

Cechowanie MAC-E-Filter

wykorzystanie elektronów wewn. konwersji na powłoce *N*
przejścia 9.40 keV w jądrze ^{83}Kr

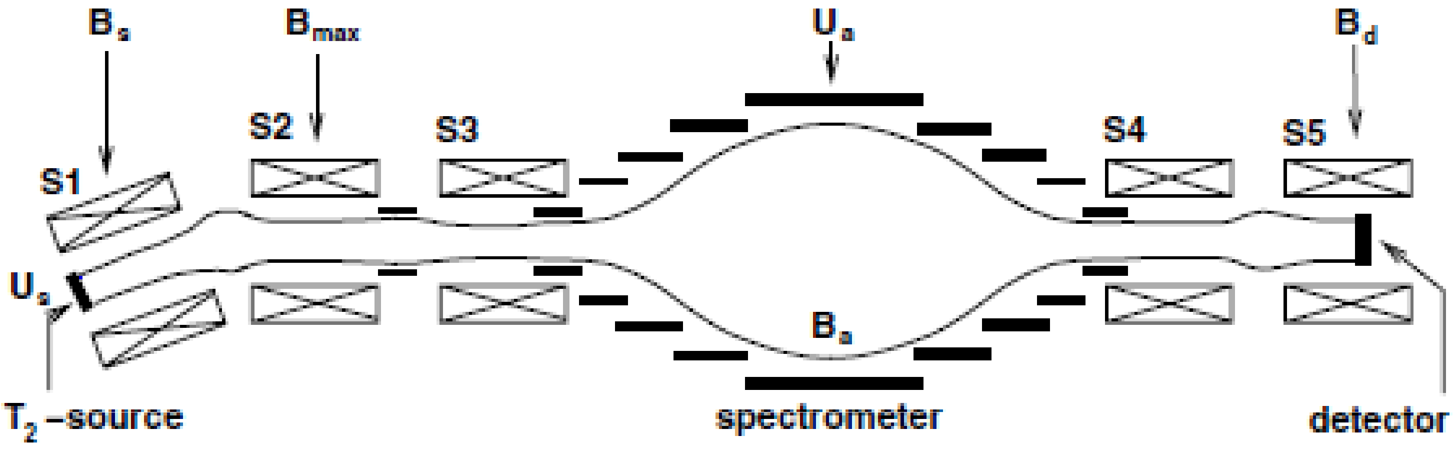




Przy dostatecznie silnym polu elektr. elektrony linii *N2/N3* (9.38 keV) nie są dopuszczane do detektora. Stopniowe obniżanie natężenia tego pola pozwala na pomiar całkowego widma elektronów.

Univ. Mainz, Inst. Fizyki, spektrometr MAC – E – Filter

(Kraus et al. EPJ C40(2005)447 – układ ulepszony w stosunku do wersji z 1999 r.)



Odległość między źródłem i detektorem – ca 6 m.

S2 do S5 – solenoidy
Spektrometr z 27 elektrodami

Zaznaczone linie pola magnetycznego obejmują obszar,
w którym poruszają się cząstki β.

- Wyniki pomiarów z wykorzystaniem MAC-E-Filter

  Ch. Kraus et al. EPJ C40 (2005) 447

$$m_\nu^2 = -0.6 \pm 2.2(stat) \pm 2.1(syst)\ eV^2/c^4$$

$$\Downarrow$$

$$m_\nu \leq 2.3 eV/c^2 \quad (95\%\ conf.\ level)$$

- Particle Data Group 2006

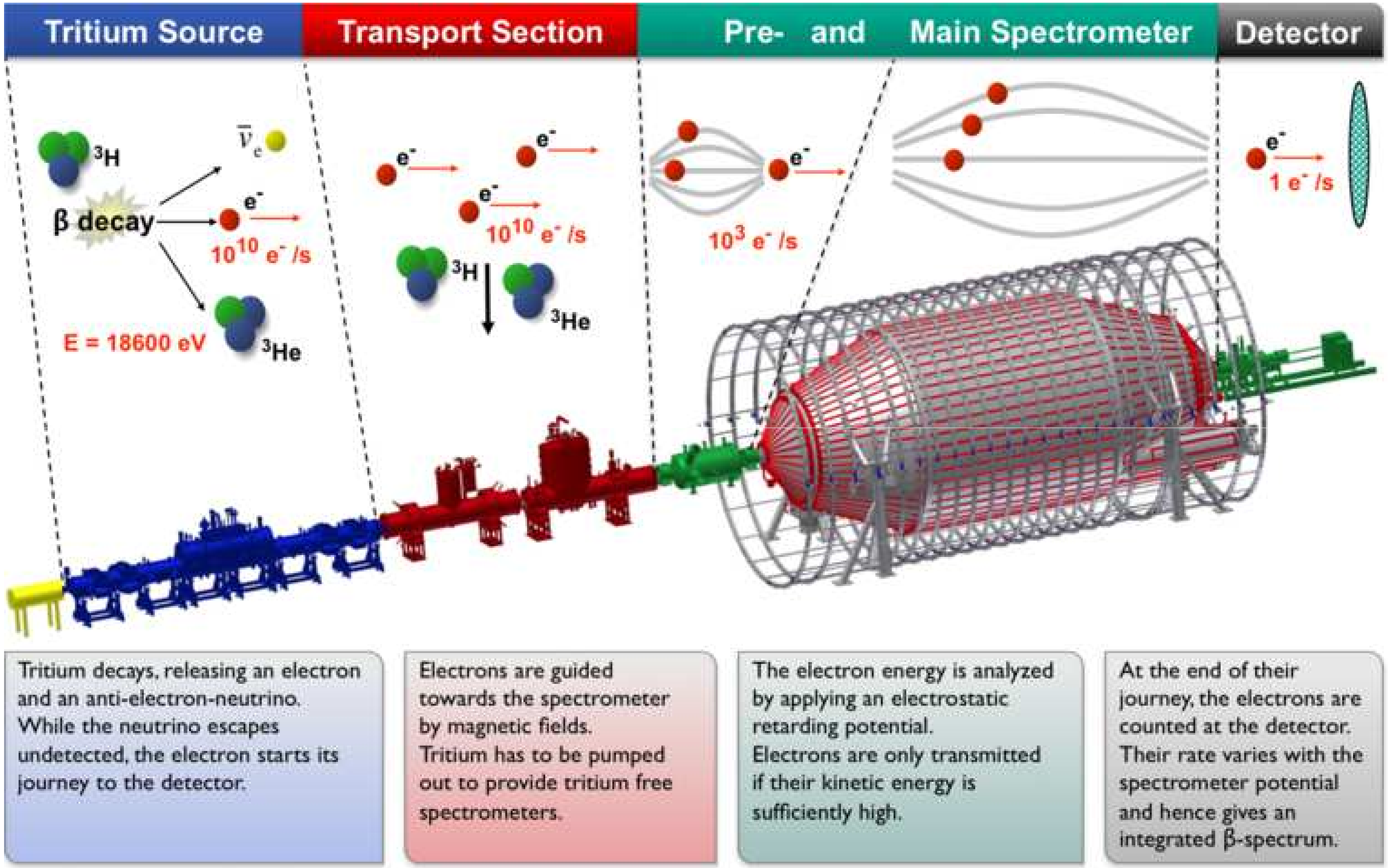
  wyniki z Troitska i Mainz $\Rightarrow\ m_\nu < 2\ eV/c^2 \quad (95\% c.l.)$

- Karlsruhe – program KATRIN

  pomiar masy neutrina nawet na poziomie 0.2 eV/c^2

KATRIN = KArlsruhe TRitium Neutrino experiment

(internet)



Tritium decays, releasing an electron and an anti-electron-neutrino. While the neutrino escapes undetected, the electron starts its journey to the detector.

Electrons are guided towards the spectrometer by magnetic fields. Tritium has to be pumped out to provide tritium free spectrometers.

The electron energy is analyzed by applying an electrostatic retarding potential. Electrons are only transmitted if their kinetic energy is sufficiently high.

At the end of their journey, the electrons are counted at the detector. Their rate varies with the spectrometer potential and hence gives an integrated β-spectrum.

7.3. ODRÓŻNIENIE NEUTRINA OD ANTYNEUTRINA

Jeżeli ν_e i $\overline{\nu}_e$ cząstkami identycznymi, to reakcje

$$\nu_e + n \to p + e^-$$

$$\overline{\nu}_e + n \to p + e^-$$

powinny mieć taki sam przekrój czynny, który można obliczyć.

Doświadczenie:

1-sza reakcja zachodzi,
2-ga – nie! (→ następny slajd).

Wniosek: ν_e i $\overline{\nu}_e$ nie są identyczne;

Negatywny wynik poszukiwania reakcji $\overline{\nu}_e + n \rightarrow p + e^-$

Davis, Phys. Rev. 97 (1955) 766

Źródło antyneutrin: Reaktor w Brookhaven National Lab.

Próba identyfikacji reakcji $\overline{\nu}_e + {}^{37}_{17}Cl_{20} \rightarrow {}^{37}_{18}Ar_{19} + e^-$

↕

4000 litrów ciekłego CCl_4

Atomy Ar: – wypłukiwanie przy zastosowaniu helu,
– wymrażanie,
– poszukiwanie prom. X i elektronów Augera.

Wynik: $\sigma_{\mathrm{exp}} < 0.9 \times 10^{-21}\, b,$ $\sigma_{theor} \approx 2.6 \times 10^{-21}\, b$

Addytywne prawo zachowania elektronowej liczby leptonowej L_e

np. proces dozwolony

$$\begin{array}{lcccccccc} & \nu_e & + & n & \rightarrow & p & + & e^- & \\ L_e & 1 & & 0 & & 0 & & 1 & \Delta L_e = 0 \end{array}$$

proces wzbroniony

$$\begin{array}{lcccccccc} & \bar{\nu}_e & + & n & \rightarrow & p & + & e^- & \\ L_e & -1 & & 0 & & 0 & & 1 & \Delta L_e \neq 0 \end{array}$$

Uwaga: jak pokazują oscylacje neutrin (Wykł. 10), to prawo spełnione tylko w przybliżeniu.

7.4. Obserwacja antyneutrina elektronowego

Reakcja $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$

Ciepło reakcji (dla $m_\nu = 0$)

$$Q = (m_p - m_n - m_e)c^2 \cong (M_H - m_n)c^2 - 2m_e c^2$$

$$= -(0.78 + 2\times 0.51)\ MeV = -1.80\ MeV$$

Kinetyczna i całkowita energia pozytonu

$$K_{e+} \approx K_\nu - |Q|$$

$$E_{e+} \approx K_\nu - |Q| + m_e c^2 = K_\nu - 1.29\ MeV$$

Teoretyczny przekrój czynny

- złota reguła Fermiego
- elementy macierzowe dla rozpadu neutronu (Wykład 2)

$$\sigma = \frac{1}{\pi \hbar^4 c^3} G_{\beta F}^2 \left|M\right|^2 p_{e+} E_{e+}$$

$$\left|M\right|^2 = \left|M_F\right|^2 + R^2 \left|M_{GT}\right|^2 = 1 + (1.27)^2 \cdot 3 \approx 5.8$$

Oszacowanie przekroju czynnego dla K_ν = 2.5 MeV

$$E_{e+} = 1.21\, MeV \quad \Rightarrow \quad 12\times 10^{-20}\, b = 12\times 10^{-48}\, m^2$$

Eksperyment

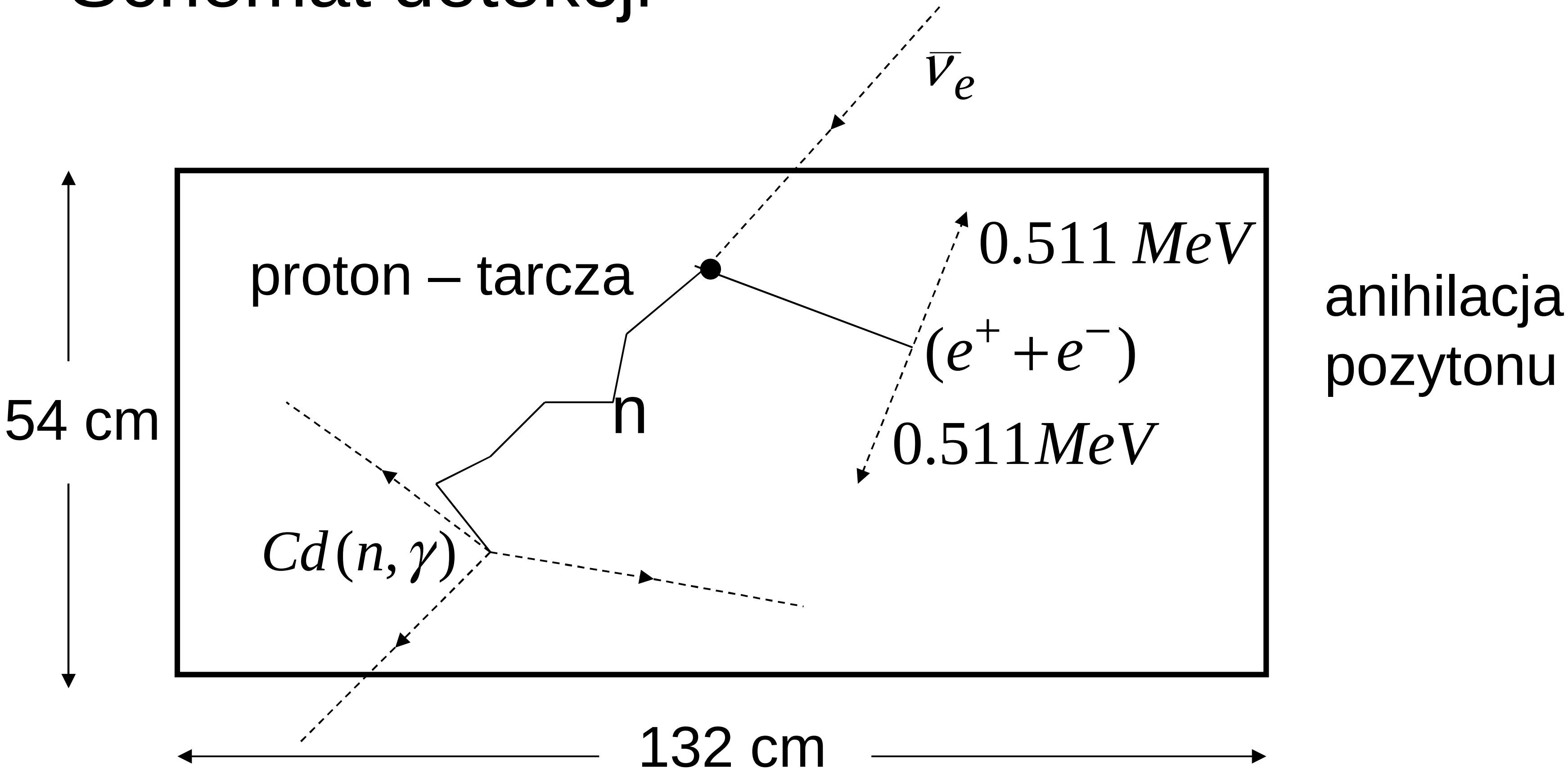
F.Reines & C.L.Cowan, Phys. Rev. 113 (1959) 273
i wcześniejsze prace tych autorów
Nagroda Nobla 1995 – F.Reines, Postępy Fizyki 5(1996)423

Źródła antyneutrin – reaktor
(przemiana β^- produktów rozszczepienia)

Detekcja fotonów – ciekły scyntylator z $CdCl_2$

(i) 2 fotony 0.511 keV z anihilacji pozytonów
(ii) kwanty γ po wychwycie neutronu przez Cd
(0.75 – 25.75 μs)

Schemat detekcji

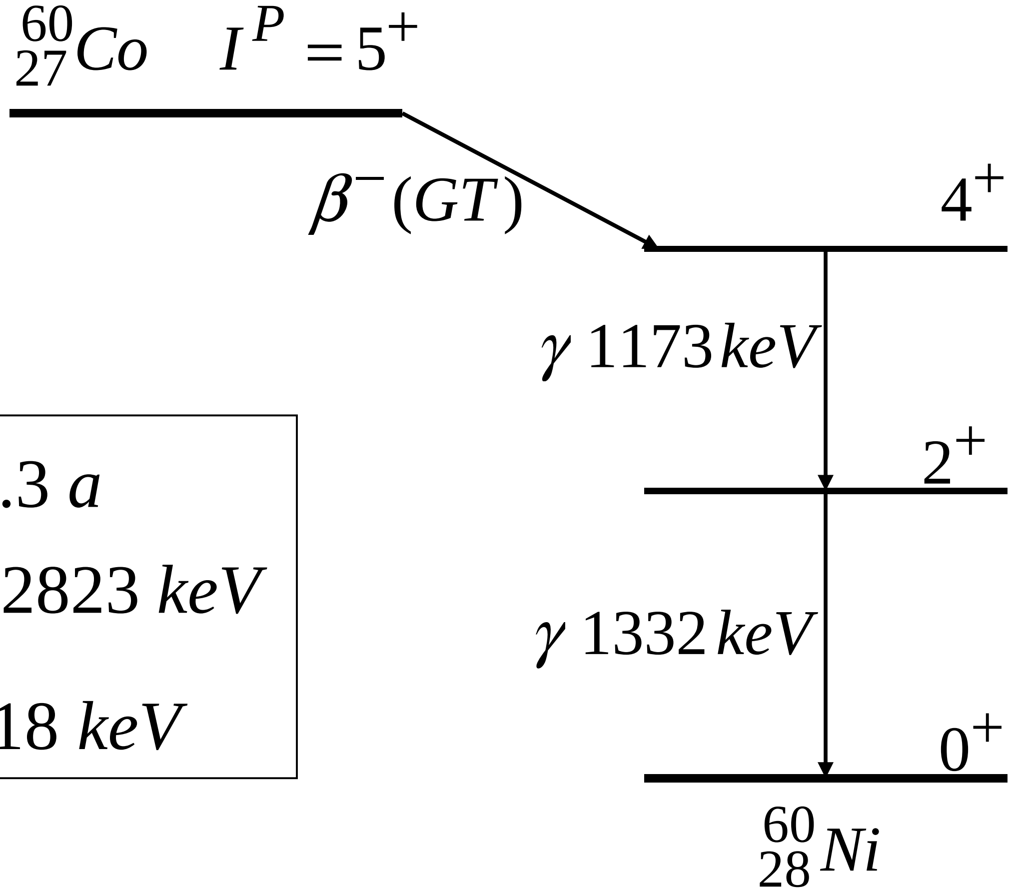


Dośw. przekrój czynny uśredniony po energii antyneutrin

$$\overline{\sigma} = (11.0 \pm 2.6)\times 10^{-48}\, m^2$$

7.5. ODKRYCIE NIEZACHOWANIA PARZYSTOŚCI

Schemat rozpadu:



$T_{1/2} = 5.3\ a$

$Q_{\beta^-} = 2823\ keV$

$K_0 = 318\ keV$

$$^{60}_{27}Co \rightarrow \, ^{60}_{28}Ni + e^- + \overline{\nu}_e \, .$$

Moment magnetyczny *^{60}Co*: $\vec{\mu} = g \, \mu_N \, \vec{I} \, , \qquad I = 5$

czynnik Landego $g = 0.76$

magneton jądrowy $\mu_N = e\hbar / 2 m_p \approx 3.15 \times 10^{-8} \, eV / T$

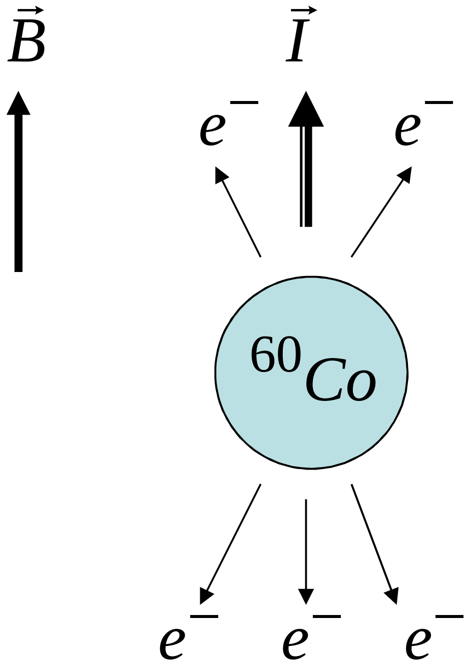
Energia jądra *^{60}Co* w polu magnetycznym *B*

$$E = E_0 - g \, \mu_N \, M \, B, \qquad M = I, \, I - 1, \, ... - I$$

W niskiej temperaturze przeważa obsadzenie najniższego stanu o *M* = +*5*; jądra *^{60}Co* spolaryzowane.

Pomiar rozkładu kątowego elektronów

C.S. Wu et al., Phys. Rev. 105 (1957) 1381



Polaryzacja jąder ^{60}Co w niskiej temperaturze (0.01 K).

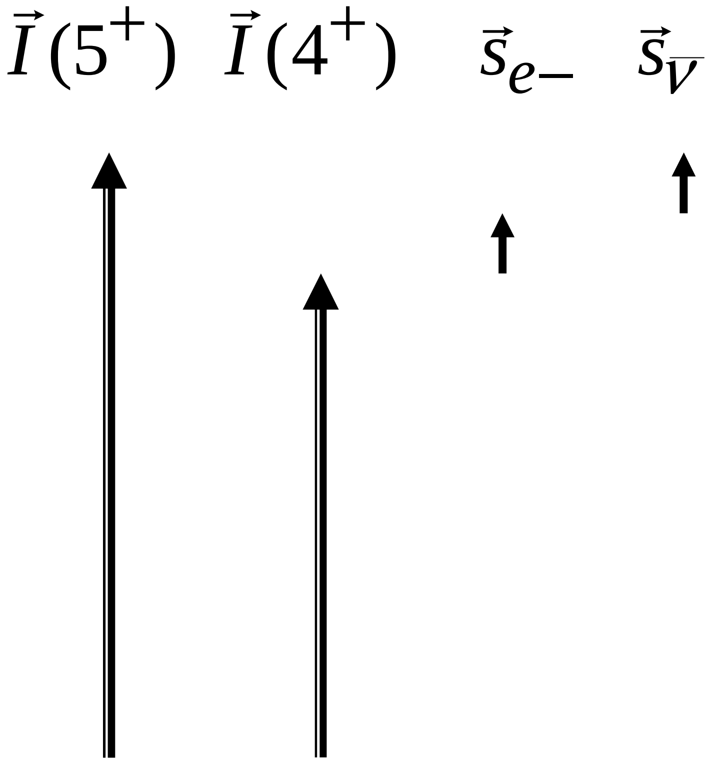
W kierunku spinu mniej e⁻ niż w kierunku przeciwnym.

Wniosek: $\langle \vec{I} \cdot \vec{p} \rangle \neq 0$

Funkcje falowe jąder – $\psi(Co), \psi(Ni)$ – parzystość określona.

Parzystość funkcji $\psi_{e+\overline{\nu}}$ nieokreślona

Ustawienie spinów



Przejście Gamowa-Tellera
– spiny elektronu
i antyneutrina ↑↑.

Wniosek z dośw. Wu et al.:
dominuje spin elektronu ↑↓
w stosunku do jego pędu.

Inne eksperymenty: polaryzacja podłużna cząstek β^{-}

$$P=(N_{\uparrow\uparrow}-N_{\uparrow\downarrow})/(N_{\uparrow\uparrow}+N_{\uparrow\downarrow})=-v/c$$

Pytanie: jak skierowany spin antyneutrina względem pędu?

7.6. SKRĘTNOŚĆ NEUTRINA

Definicja skrętności (*helicity*)

$$\boxed{h = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}}{|\vec{q}|}}$$

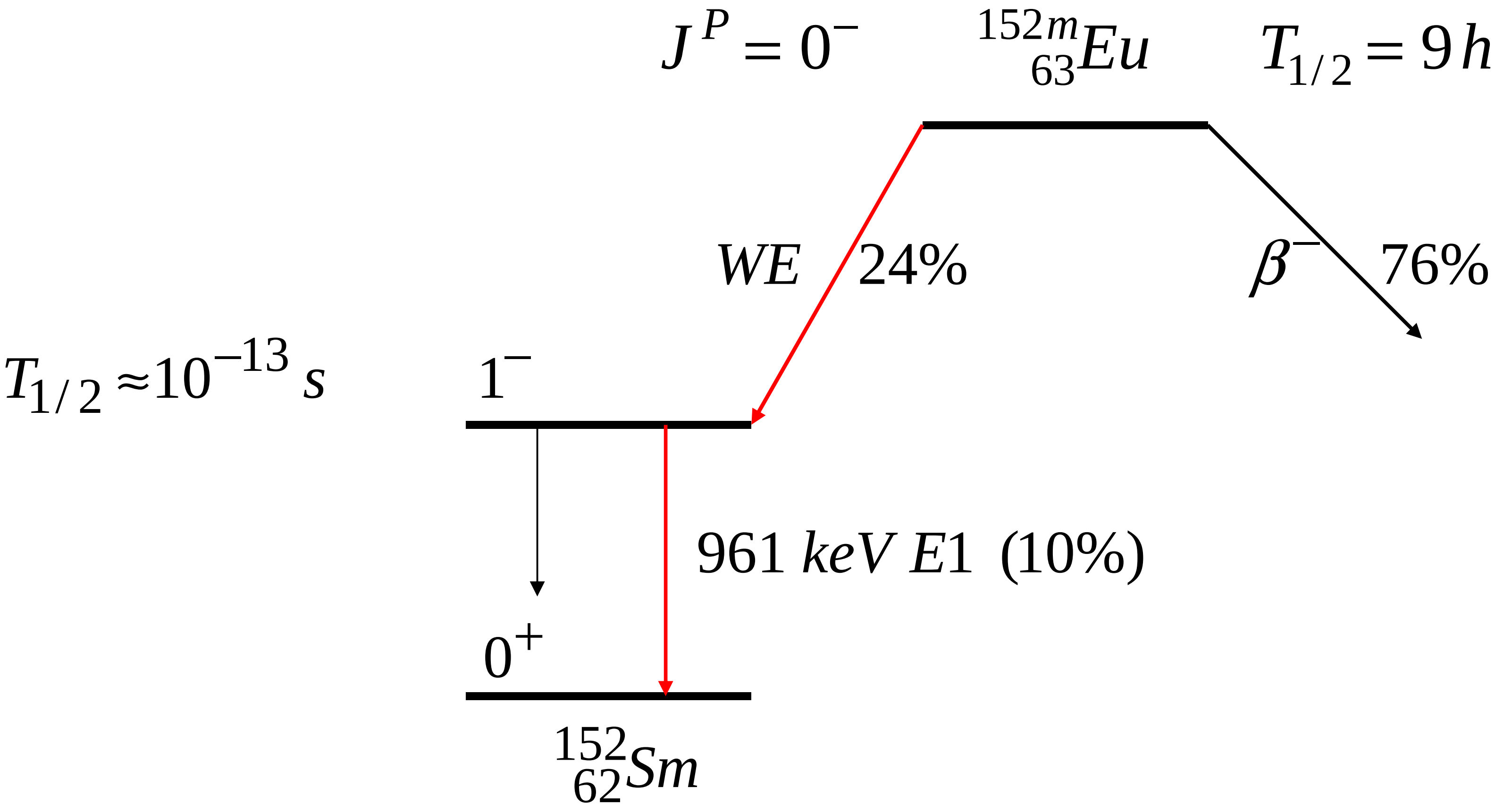
Dwuskładnikowa teoria neutrina

Założenie: masa neutrina = 0

Teoria Diraca → dwa stany o $h = -1$ i $h = +1$.

Pytanie: który stan odpowiada neutrino,
który antyneutrino?

M.Goldhaber et al., Phys. Rev. 109 (1958) 1015



$J^P = 0^-$ $\quad {}^{152m}_{63}Eu$ $\quad T_{1/2} = 9\,h$

WE 24%

β^- 76%

$T_{1/2} \approx 10^{-13}\,s$

1^-

$961\;keV\;E1\;\;(10\%)$

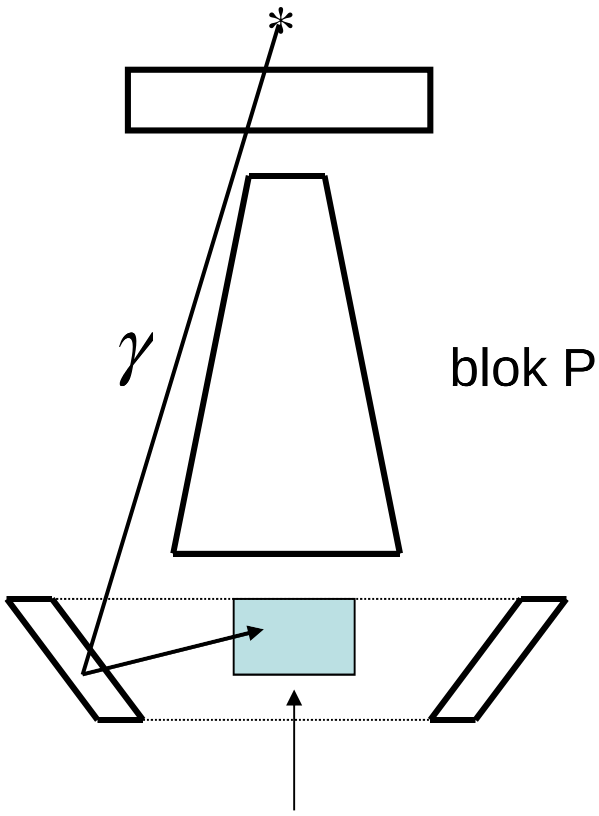
0^+

${}^{152}_{62}Sm$

Doświadcz.: dla neutrina *h* = –1 (neutrino lewoskrętne!)

Schemat układu pomiarowego

źródło $^{152m}_{63}Eu$



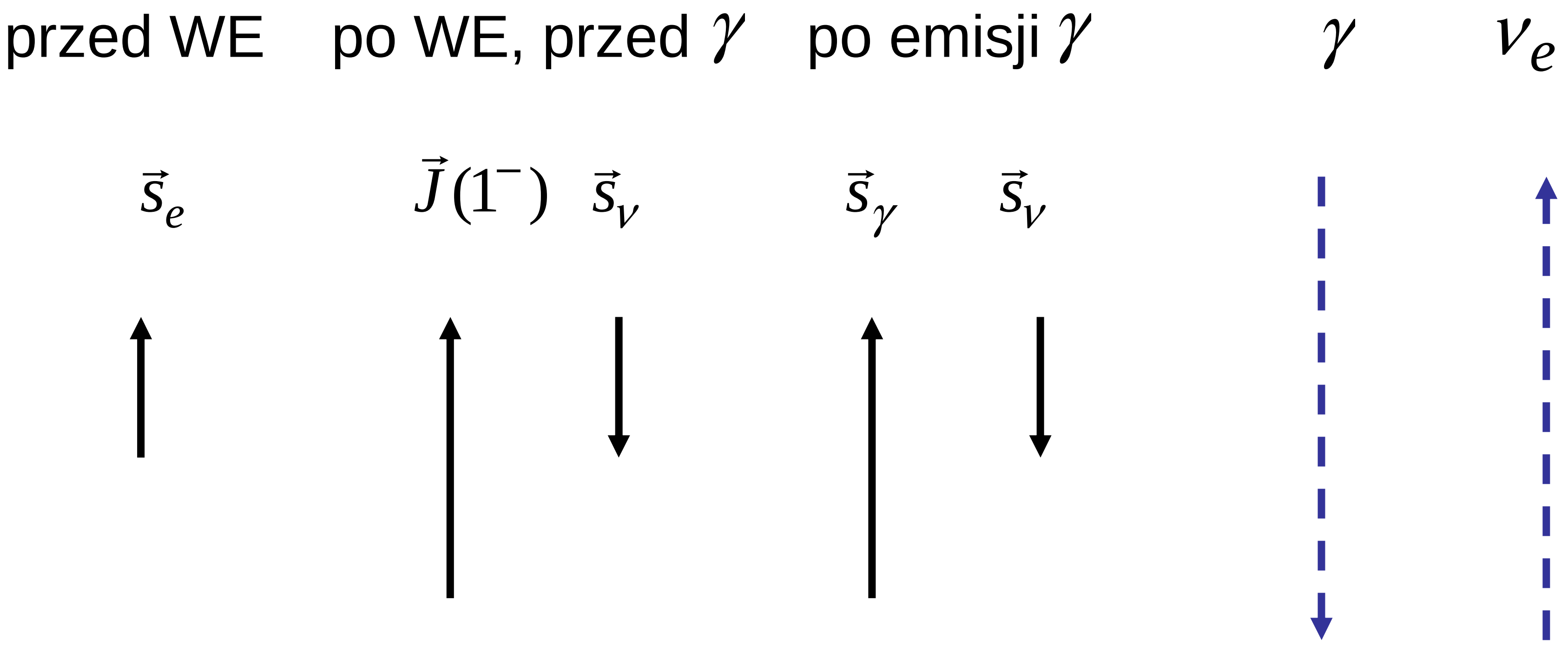
namagnesowany blok Fe
– wybór fotonów o *h* = –1
(lewoskrętnie spolaryzowanych)

blok Pb (absorbent promieniowania *γ*)

Sm_2O_3 – rozpraszanie kwantów *γ*

detektor rozproszonego promieniowania *γ*;
wybór kwantów 961 keV rozproszonych rezonansowo.

Kierunki spinu kierunki pędu


przed WE

po WE, przed γ

po emisji γ

γ

ν_e

$\vec{s}_e$

$\vec{J}(1^-)$ $\vec{s}_\nu$

$\vec{s}_\gamma$ $\vec{s}_\nu$

Ruch neutrina „do góry” ($h_\nu = -1$) warunkiem koniecznym obserwowania jądrowego rozproszenia rezonansowego kwantów γ-961 keV

(kompensacja odrzutu; przy K_ν = 840 keV istotny ruch termiczny ^{152}Sm).

7.7. TRZY RODZINY (ZAPACHY) LEPTONÓW,

TRZY LICZBY LEPTONOWE

L_x	(e^-, ν_e)	(μ^-, ν_μ)	(τ^-, ν_τ)
L_e	1	0	0
L_μ	0	1	0
L_τ	0	0	1

Dla antyleptonów $L_x = -1$.

W Modelu Stand. liczby L_x zachowane oddzielnie.

Przykład: rozpad pionów i mionów

$$\begin{array}{lcccccc} & \pi^- \to & \mu^- + & \bar{\nu}_\mu, & \pi^+ \to & \mu^+ + & \nu_\mu \\ L_\mu & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcccccccc} & \mu^- = & e^- + & \bar{\nu}_e + & \nu_\mu, & \mu^+ = & e^+ + & \nu_e + & \bar{\nu}_\mu \\ L_\mu & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ L_e & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}$$

Bezpośrednie wykazanie różnicy między ν_μ i ν_e

Eksperyment w Brookhaven National Lab. (1962)

Wiązka neutrin mionowych z rozpadu $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$

$\nu_\mu + n \to \mu^- + p$ obserwowano

$\nu_\mu + n \to e^- + p$ nie obserwowano

L.Lederman, M.Schwartz i J.Steinberg, Nagroda Nobla 1988

„for the neutrino beam method and demonstration of the doublet structure of leptons through the discovery of the muon neutrino”.

Współczesne poszukiwania niezachowania liczby leptonowej

(i) Poniższej reakcji, w której nie zachowane byłyby dwie liczby leptonowe,

	μ^-	$\rightarrow e^-$	$+ \gamma$	
L_e	0	1	0	$(\Delta L_e \neq 0)$
L_μ	1	0	0	$(\Delta L_\mu \neq 0)$

nie obserwowano z dokładnością 1,2 x 10^{-11} na rozpad.

(ii) Inne eksperymenty – Wykłady 8 i 9.

7.8. DWUSKŁADNIKOWA TEORIA NEUTRINA

(C.S. Wu & S.A. Moszkowski, Beta decay, Wiley, N.Y. 1966, IFT 5766)

Cząstka swobodna: $E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}, \quad \vec{p}$

Równanie Diraca

$$\boxed{\left\{\vec{\alpha} \cdot \vec{p}c + \beta mc^2\right\}\psi = E\psi}$$

Macierze Diraca (4 x 4)

$$\alpha_x = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_x \\ \sigma_x & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_y = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_y \\ \sigma_y & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_z = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_z \\ \sigma_z & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Macierze Pauliego (2 x 2)

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Czterowymiarowa macierzowa reprezentacja operatorów spinu

$$\sigma_x^{(4)} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_x \end{pmatrix}, \qquad \sigma_y^{(4)} = \begin{pmatrix} \sigma_y & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{pmatrix}, \qquad \sigma_z^{(4)} = \begin{pmatrix} \sigma_z & 0 \\ 0 & \sigma_z \end{pmatrix}.$$

Rozwiązanie

fala płaska $\psi = u\, e^{i\{\vec{p}\cdot\vec{r} - E\,t\}/\hbar}$ $u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} =$ spinor

Ograniczenie się do ruchu w kierunku osi *z*

Równanie macierzowe $\left\{ c\,\alpha_z\, p_z + \beta\, m\, c^2 \right\} \psi = E\,\psi$

Układ równań jednorodnych

$$(mc^2 - E)u_1 + cp_z u_3 = 0$$

$$(mc^2 - E)u_2 + cp_z u_4 = 0$$

$$cp_z u_1 - (mc^2 + E)u_3 = 0$$

$$-cp_z u_2 - (mc^2 + E)u_4 = 0$$

Warunek niezerowego rozwiązania: wyznacznik = 0

stąd

$$\begin{cases} E_+ = c\sqrt{p_z^2 + m^2c^2} \\ E_- = -c\sqrt{p_z^2 + m^2c^2} \end{cases}$$

Cztery rozwiązania liniowo niezależne

bez normalizacji (u†u ≠1)

$$u_I = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dfrac{cp_z}{mc^2 + E_+} \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad u_{II} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -\dfrac{cp_z}{mc^2 + E_+} \end{pmatrix},$$

$$u_{III} = \begin{pmatrix} -\dfrac{cp_z}{mc^2 - E_-} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad u_{IV} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{cp_z}{mc^2 - E_-} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Cząstka swobodna o zerowej masie

stany normalizowane

$$u_I = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad u_{II} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$u_{III} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad u_{IV} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Operator rzutu spinu na oś *z*

$$s_z = \frac{1}{2}\sigma_z^{(4)} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Dla lewoskrętnego neutrina rozwiązanie u_{II}:

$$s_z u_{II} = -\frac{1}{2} u_{II}$$

Dla prawoskrętnego antyneutrina rozwiązanie u_I:

$$s_z u_I = +\frac{1}{2} u_I$$

Dwuskładnikowa teorii neutrina o $m_\nu = 0$

(dobre przybliżenie dla $E_\nu >> m_\nu c^2$)

Operator rzutu spinu na oś z

$$s_z = \frac{1}{2}\sigma_z = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Dla lewoskrętnego neutrina (E_+)

$$u_\downarrow^+ = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad s_z u_\downarrow^+ = -\frac{1}{2} u_\downarrow^+$$

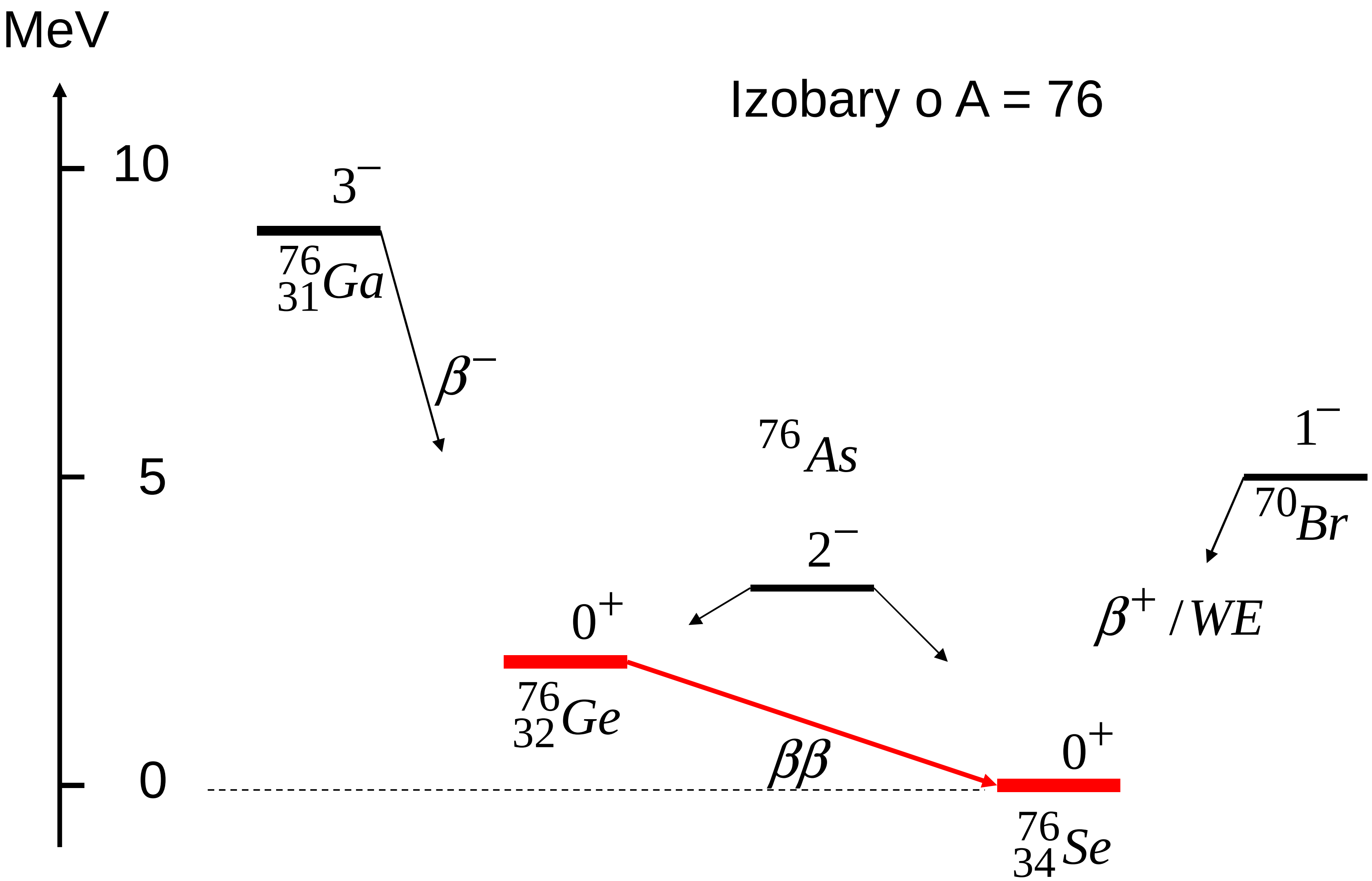
Dla prawoskrętnego antyneutrina (E_-)

$$u_\uparrow^- = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad s_z u_\uparrow^- = +\frac{1}{2} u_\uparrow^-$$

Wykład 8

POSZUKIWANIE PODWÓJNEGO ROZPADU BETA BEZ EMISJI NEUTRIN

8.1. PODWÓJNY ROZPAD BETA ^{76}Ge



Energia rozpadu *ββ* izotopu ^{76}Ge

Dwa trwałe izobary o A=76

$$Q_{\beta\beta} = \left[M(^{76}Ge) - M(^{76}Se)\right]c^2 = 2039.006(50)\ keV$$

G.Douysset et al., Phys.Rev.Letters 86(2002)4259

pułapka Penninga

pomiar częstości cyklotronowej

Obserwowany rozpad $\beta\beta 2\nu$

z zachowaniem liczby leptonowej
(zgodnie z Modelem Standardowym)

$$ {}^{76}_{32}Ge_{44} \rightarrow {}^{76}_{34}Se_{42} + 2e^{-} + 2\overline{\nu}_{e} $$

$$ (n \rightarrow p + e^{-} + \overline{\nu}_{e}) \times 2 $$

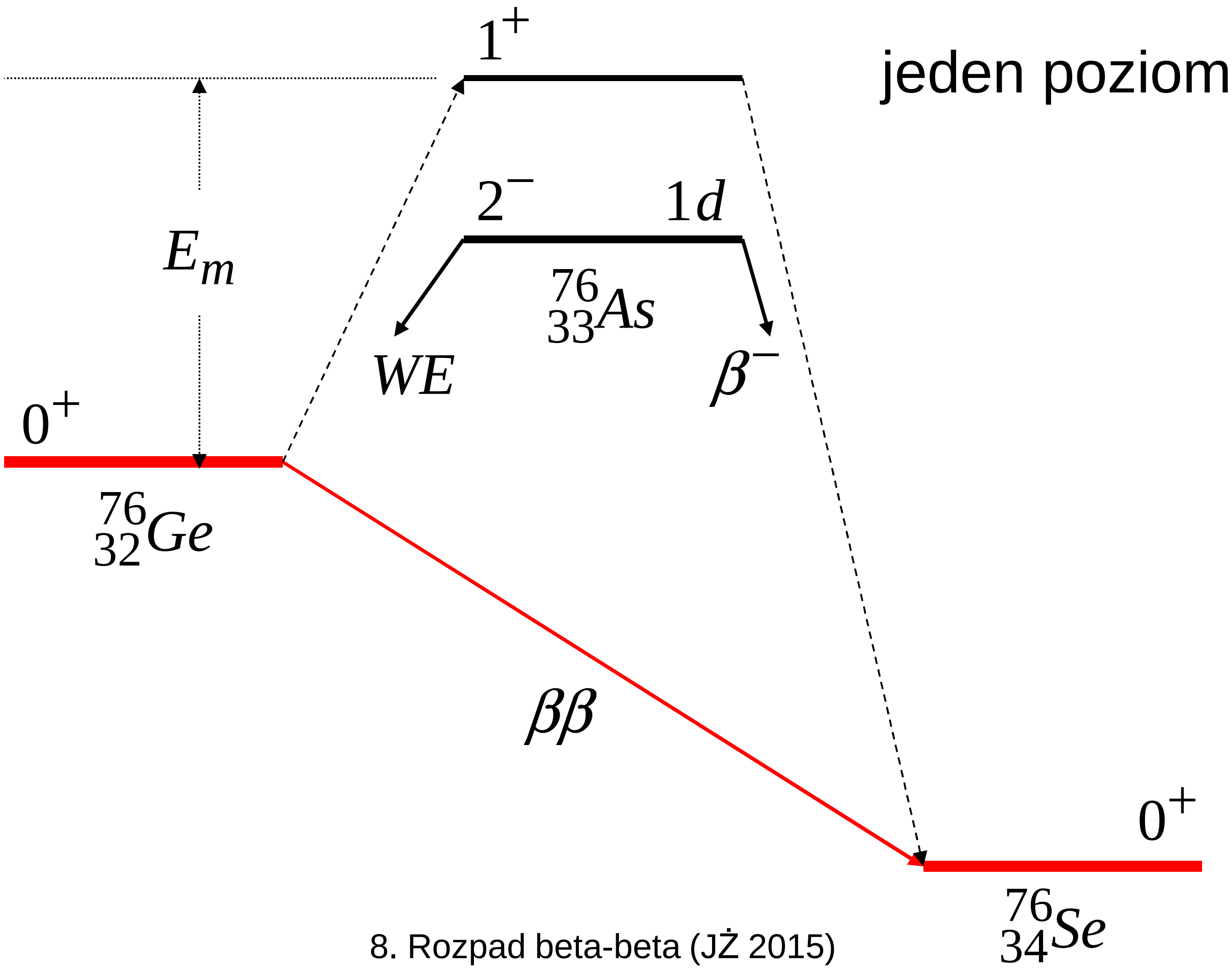
$$ L_{e} \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad -1 $$

$$ (\Delta L_{e} = 0) $$

Klapdor et al., Phys. Lett. B586(2004)367

$$ T^{2\nu}_{1/2} = 1.55 \times 10^{21} \; lat. $$

Wirtualne przejścia Gamowa-Tellera



jeden poziom z wielu

Łączny efekt wirtualnych przejść GT

$$^{76}Ge(0^+) \quad \rightarrow \quad ^{76}As(1^+) \quad \rightarrow \quad ^{76}Se(0^+)$$

$$|i\rangle \qquad\qquad\qquad |m\rangle \qquad\qquad\qquad |f\rangle$$

$$M_{GT}^{2\nu} = \sum_m \frac{\langle f \| \sigma t_- \| m \rangle \langle m \| \sigma t_- \| i \rangle}{E_m - Q_{\beta\beta}/2}$$

$$[T_{1/2}^{2\nu}(0^+ \rightarrow 0^+)]^{-1} = F^{2\nu}(Q_{\beta\beta}, Z) \left| M_{GT}^{2\nu} \right|^2 = \lambda_{2\nu} / \ln 2$$

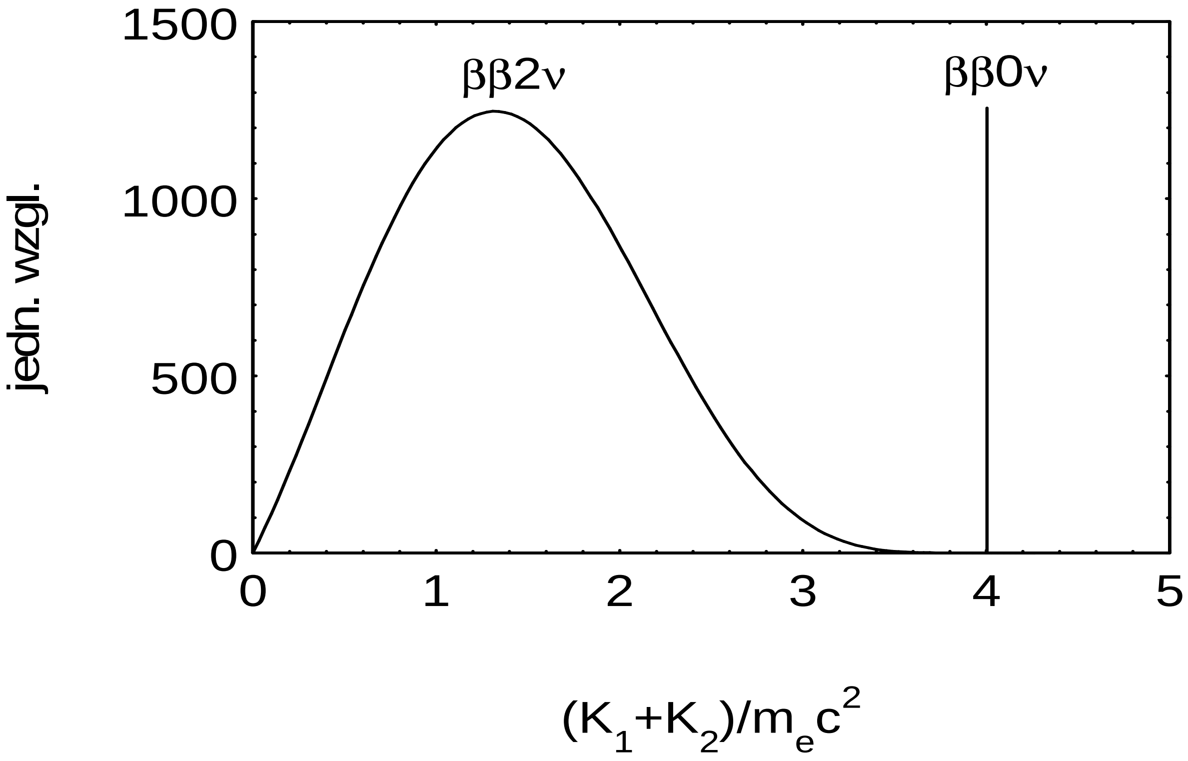
↑

znana funkcja $\propto G_{GT}^4 \times$ czynnik przestrz. fazowej

Różne modele jądra: $T_{1/2}^{2\nu} = 1.5 \times 10^{20} \div 3 \times 10^{21}$ *lat*

Przewidywane widmo energetyczne

dwóch elektronów rejestrowanych jednocześnie dla ^{76}Ge
(Zuber, Neutrino Physics, IoP, Bristol 2004, p.163, eq. 7.28)



$$Q_{\beta\beta}/m_e c^2 = 2039\,keV/511\,keV = 3.99$$

Zależność prawdopodobieństwa od energii

Dla $Q \equiv Q_{\beta\beta} / m_e c^2$ stałe rozpadu

$$\lambda_{2\nu} \propto Q^7 \left(1 + \frac{Q}{2} + \frac{Q^2}{9} + \frac{Q^3}{90} + \frac{Q^4}{1980} \right)$$

$$\lambda_{0\nu} \propto \left(\frac{Q^5}{30} - \frac{2Q}{3} + Q - \frac{2}{3} \right)$$

8.2. POSZUKIWANIE ROZPADU *ββ0ν*

$$ {}^{76}_{32}Ge_{44} \rightarrow {}^{76}_{34}Se_{42} + 2\beta^{-} + 0\overline{\nu}_{e} \qquad (T_{1/2} \geq 10^{25}\ lat) $$

z zachowaniem liczby leptonowej w pierwszym etapie

$$ \begin{array}{ccccccccc} & n & \rightarrow & p & + & e^{-} & + & \overline{\nu}_{e} \\ L_e & 0 & & 0 & & 1 & & -1 \end{array} $$

i naruszeniem jej zachowania ($\Delta L_e=2$) w etapie drugim

$$ \begin{array}{cccccccc} & \overline{\nu}_{e} & + & n & \rightarrow & p & + & e^{-} \\ L_e & -1 & & 0 & & 0 & & +1 \end{array} $$

wbrew Modelowi Standardowemu.

Neutrino w Modelu Standardowym: $m_\nu=0$

dwuskładnikowa teoria neutrina

Cząstka	Rzut spinu	Skrętność	L_e
ν_e	- ½  $\vec{q}$	$h=-1$	$+1$
$\bar{\nu}_e$	+ ½  $\vec{q}$	$h=+1$	-1

Definicja skrętności (*helicity*)

$$h=\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{q}}{|\vec{q}|}$$

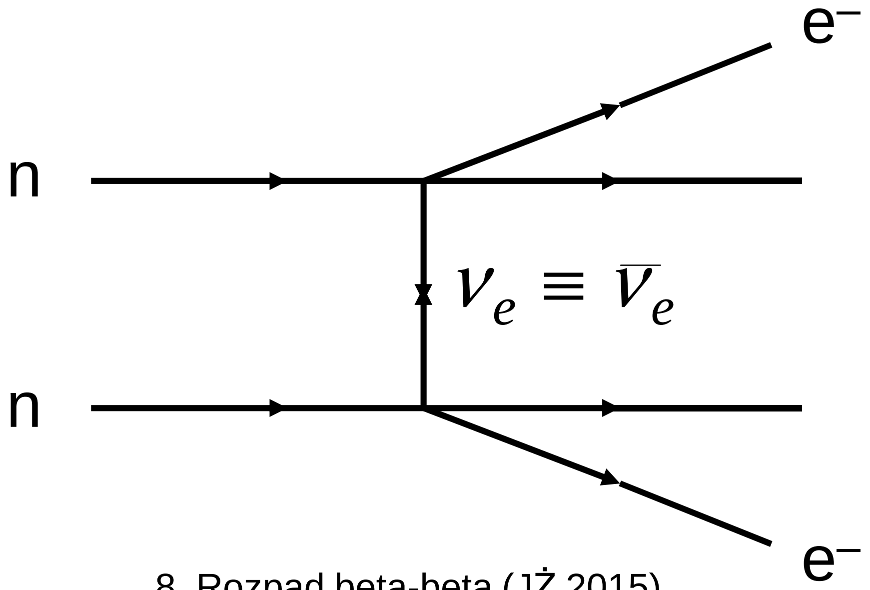
Warunki zachodzenia rozpadu *ββ0ν*

(i) neutrino Majorany: $\nu_e \equiv \overline{\nu}_e$

(ii) $m_\nu \neq 0$

(iii) mieszanie stanów: $a\left|h=+1\right\rangle + b\left|h=-1\right\rangle$ $\left|a\right|^2 + \left|b\right|^2 = 1$

diagram procesu



Okres połowicznego zaniku – teoria

znana funkcja

$$\left[T_{1/2}^{0\nu}(0^{+}\rightarrow 0^{+})\right]^{-1} = \overset{\downarrow}{F^{0\nu}}(Q_{\beta\beta},Z)\,\underset{\uparrow}{\left|M^{0\nu}\right|^{2}}\left(\frac{m_{\nu}}{m_{e}}\right)^{2} = \lambda_{0\nu}/\ln 2$$

jądrowy element macierzowy
(wkład przejść *GT* i F)

Oszacowanie $m_{\nu}c^{2}$

z porównania doświadcz. i teoretycznych wartości $T_{1/2}^{0\nu}$.

Warunek: oszacowanie $M^{0\nu}$ na gruncie modeli jądrowych.

8.3. EKSPERYMENT W GRAN SASSO

H.V.Klapdor et al., Modern Physics Letters 16 (2001) 2409
„Evidence for neutrinoless double beta decay"

Współpraca: Heidelber-Moskwa

Miejsce: Tunel Gran Sasso (Włochy)

Warstwa absorbująca równoważna: 3.5 km H_2O

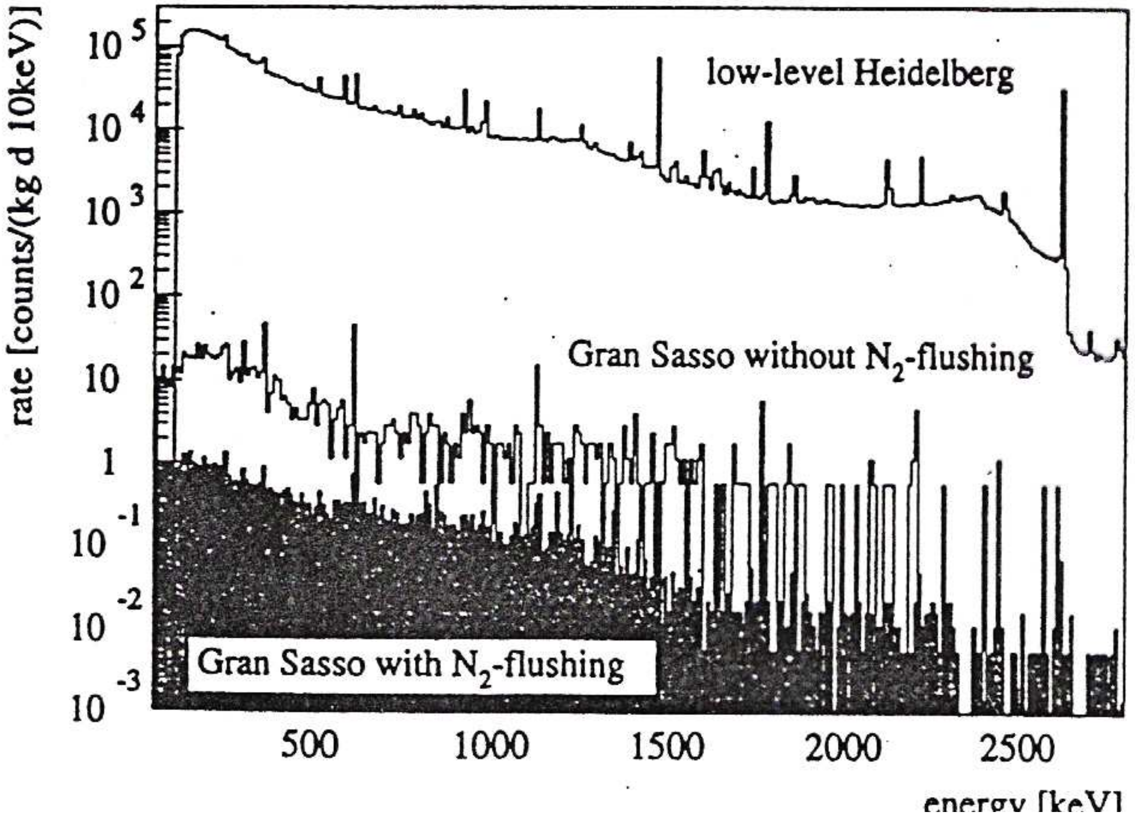
Czas: sierpień 1990 – maj 2000

Układ 5 detektorów germanowych („high purity")

łączna efektywna masa	11 kg
wzbogacenie w ^{76}Ge	ca 86 %

(w naturalnym germanie 7.4 % izotopu ^{76}Ge)

Obniżenie tła rejestrowanego przez detektory



Wynik odjęcia tła dla 5 detektorów

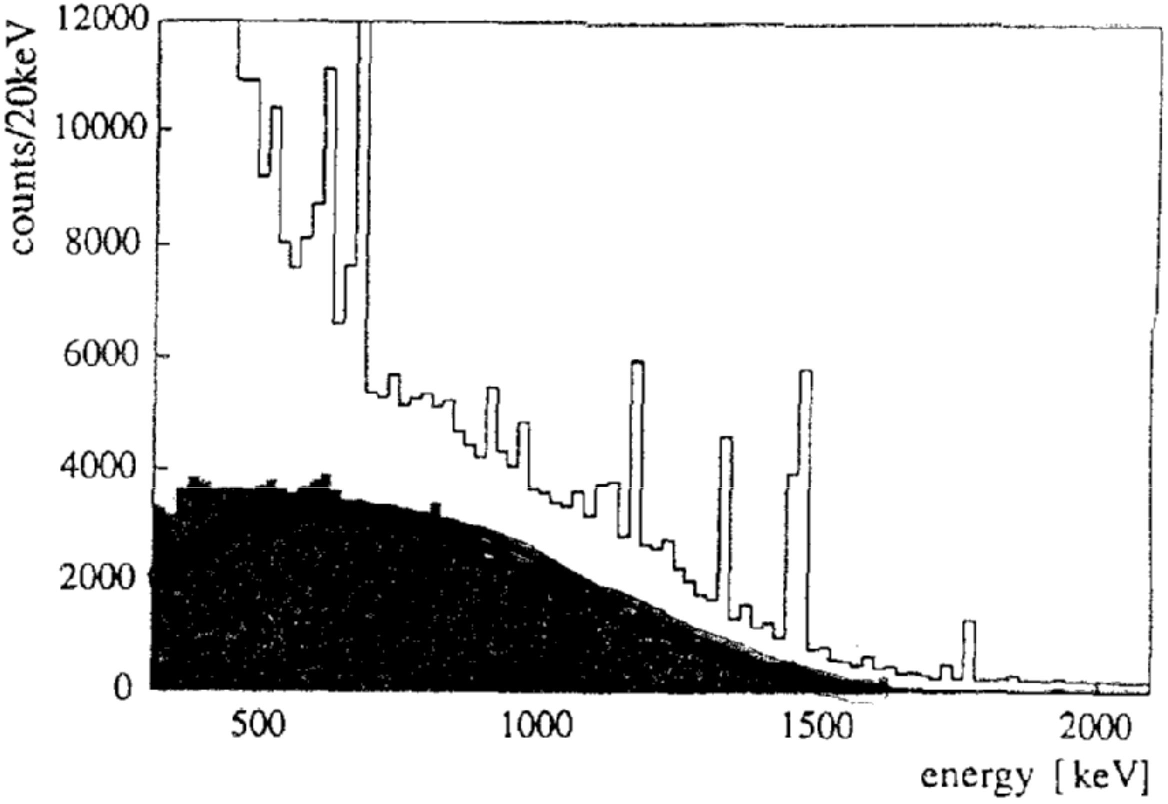


Fig. 3. Summed spectra of all five detectors after 47.7 kg y of measurement together with the residual spectrum after subtracting all identified background components. The thick line shows the fitted $2\nu\beta\beta$ signal.

Okres $T_{1/2}$ rozpadu $\beta\beta2\nu$ izotopu ^{76}Ge

aktywność: $A = \lambda N$

liczba atomów ^{76}Ge: N

stała rozpadu: $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$

$$T_{1/2}^{2\nu} = \left(1.55 \pm \underset{\uparrow}{0.01}\ {}^{+0.19}_{-0.15}\right) \times 10^{21}\ a$$

błąd statyst. i syst.

Teoria: $T_{1/2}^{2\nu} = 1.5 \times 10^{20} \div 3 \times 10^{21}\ a$

Okres $T_{1/2}$ rozpadu $\beta\beta0\nu$ izotopu ^{76}Ge

okres półrozpadu na poziomie ufności 95 %

$$T_{1/2}^{0\nu} = \left(1.5\ ^{+16.8}_{-0.7}\right)\times 10^{25}\ a$$

Jądrowy element macierzowy $M^{0\nu}$ z pracy

A.Staudt et al., Europhys. Letters 13 (1990) 31

Masa neutrina: $m_\nu c^2 = \left(0.39\ ^{+0.17}_{-0.28}\right) eV$

(wiarygodność tych wyników budzi wątpliwości!)

8.4. Gran Sasso – CUORE – wyniki dla ^{130}Te

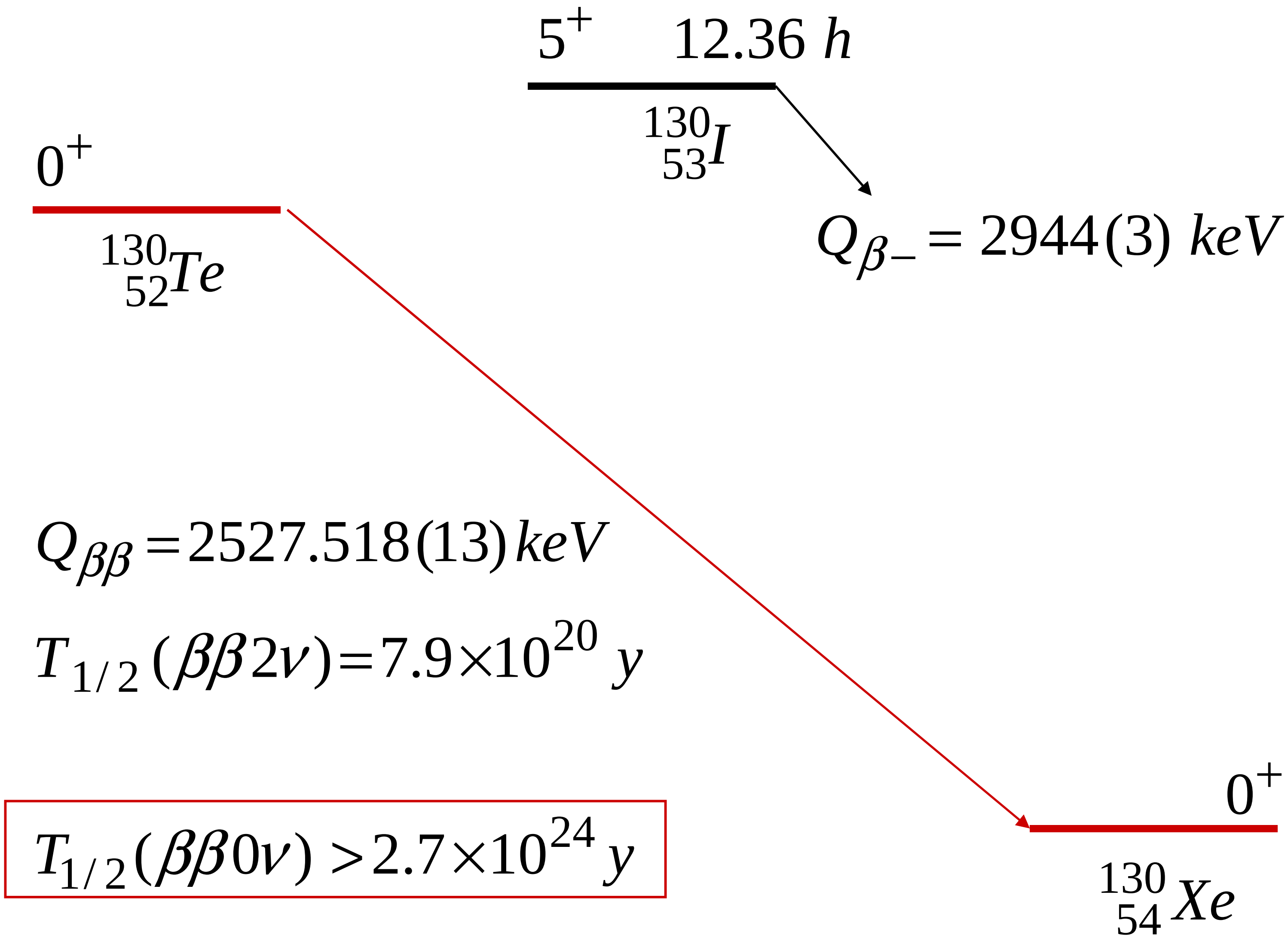
CUORE = Cryogenic Underground Observatory

for Rare Events

- Poszukiwanie rozpadu *ββ0ν* izotopu ^{130}Te
- Zastosowanie bolometru
- 2015 r. – pierwsze wyniki (slajd 19) – CUORE-0

  K. Alfonso et al. Phys. Rev. Lett. 115 (2015) 102502
- Przewidziana kontynuacja badań na dużą skalę

Podwójny rozpad beta ^{130}Te



$$Q_{\beta\beta} = 2527.518(13)\, keV$$

$$T_{1/2}(\beta\beta 2\nu) = 7.9 \times 10^{20}\ y$$

$$\boxed{T_{1/2}(\beta\beta 0\nu) > 2.7 \times 10^{24}\ y}$$

8.5 NEMO-3 i SuperNEMO – ^{100}Mo

Współpraca: Francja, Japonia, USA, ... (9 krajów)

Podziemne laboratorium w tunelu Fréjus

(Alpy, pogranicze Francji i Włoch)

Warstwa absorbująca: 4800 m równoważnika wody

Badany rozpad $\beta\beta 2\nu$

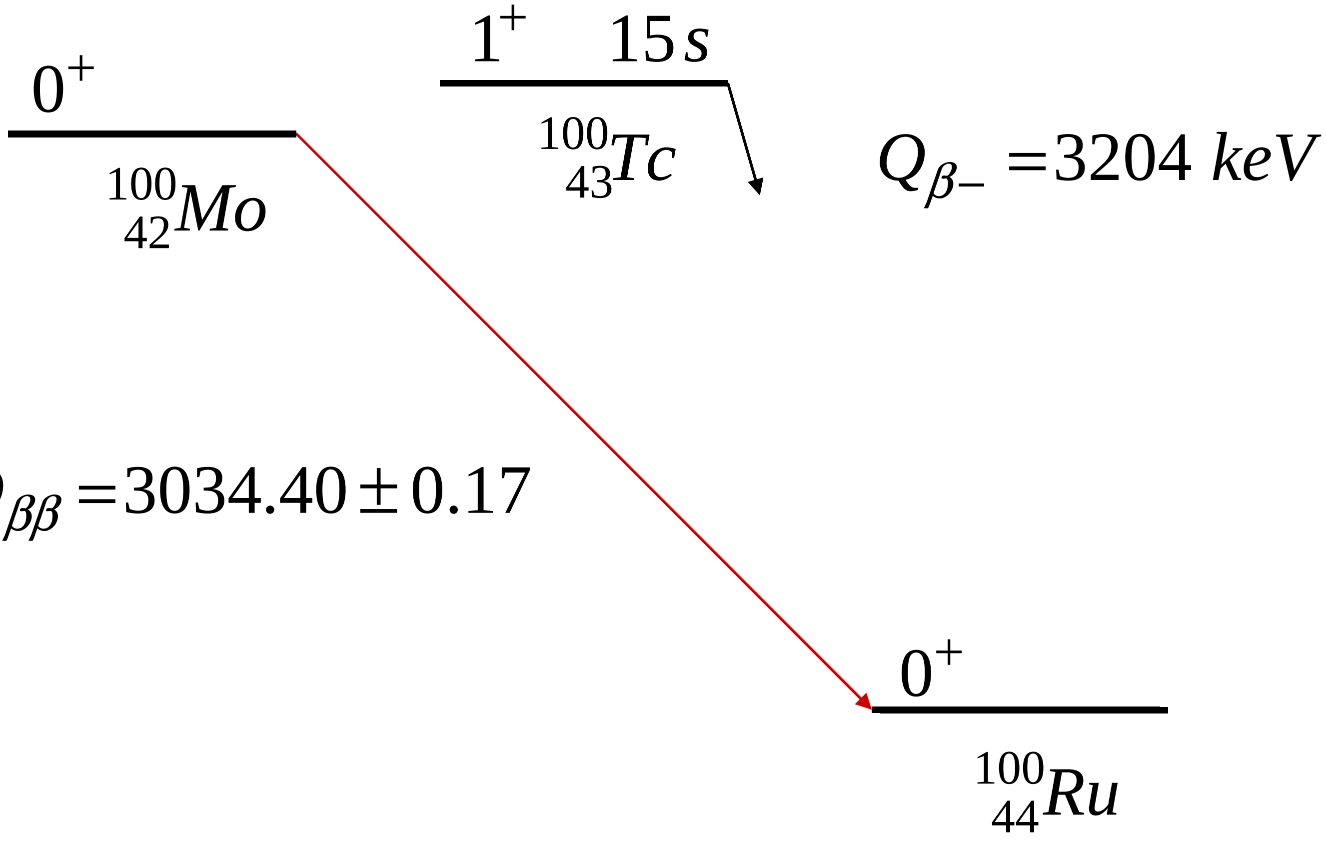
Poszukiwany rozpad $\beta\beta 0\nu$

Wzbogacone izotopy: ^{82}Se, ^{100}Mo, ^{116}Cd, ^{130}Te, ...

Pierwsze wyniki dla ^{100}Mo (34.7 kg·y):

R. Arnold et al., Phys. Rev. D89(2014)111101(R)
K. Lang, wykład w CERN – 16.06.2015

Izobary *A=100*



0^+

$^{100}_{42}Mo$

$1^+ \quad 15\,s$

$^{100}_{43}Tc$

$Q_{\beta-} = 3204\ keV$

$Q_{\beta\beta} = 3034.40 \pm 0.17$

0^+

$^{100}_{44}Ru$

NEMO-3 – pierwsze wyniki dla *^{100}Mo*

$$T_{1/2}^{2\nu\beta\beta} = (7.16 \pm 0.01_{stat} + 0.54_{syst}) \times 10^{18}\ y$$

$$Q_{\beta\beta 0\overline{\nu}} > 1.1 \times 10^{24}\ y$$

$$\left\{ \left\langle m_{\beta\beta} \right\rangle < (0.33 - 0.62)\ eV \right.$$

Jądrowe elementy macierzowe:
J. Hyvarinen and J. Suhonen, Phys. Rev. C91 (2015) 1097

SuperNEMO – dążenie do:

$$T_{1/2}^{0\nu} > 1 \times 10^{26}\ y$$

$$\left\langle m_{\beta\beta} \right\rangle < (0.04 - 0.14)\ eV$$

8.6. Poszukiwania rozpadu *ββ0ν* izotopu ^{136}Xe w USA i Japonii

(i) USA – w pobliżu Carlsbad (N. Meksyk) – współpr. EXO-200

M. Auger et al., Phys. Rev. Lett. 109 (2012) 032505

$$T_{1/2}^{0\nu} > 1.6 \times 10^{25}\, y \quad \Rightarrow \quad \langle m_{\beta\beta} \rangle < \ (0.14 - 0.38)\ eV$$

(ii) Japonia, Laboratorium Kamioka, detektor KamLAND-Zen

$$T_{1/2}^{0\nu} > 1.9 \times 10^{25}\, y$$

Połączenie obu wyników daje granice

$$T_{1/2}^{0\nu} > 3.4 \times 10^{25}\, y \quad (90\%\ C.L.)$$

$$\Rightarrow \quad \langle m_{\beta\beta} \rangle < \ (0.12 - 0.25)\ eV$$

8.8. Podwójny radiacyjny wychwyt elektronu

Z. Sujkowski & S. Wycech, Phys. Rev. C70 (2004) 052501(R)

m. in. rozważany rozpad

$$^{152}_{64}Gd \xrightarrow{0\nu ee\gamma} {}^{152}_{62}Sm$$

$$\Delta M = 54.6(3.5)\ keV / c^2$$

Przy założeniu $<m_{\beta\beta}> = 1\ eV/c^2$
i uwzględnieniu efektów atomowo-rezonansowych
szacowana liczba rozpadów:

$10^3 – 10^{-1}$ na 1 tonę na 1 rok

(decydująca niepewność ΔM)

Artykuł przeglądowy n.t. podwójnego rozpadu beta

F.T. Avignone et al., Rev. Mod. Phys. 80 (2008) 480
„Double beta decay, Majorana neutrinos, and neutrino mass”

Z podsumowania:

- w nadchodzących latach prowadzenie badań na wielką skalę,
- ogromny postęp technologiczny (detektory, materiały o b. małym poziomie tła promieniotwórczego, ...),
- stwierdzenie, że neutrino i antyneutrino są identyczne będzie miało ogromne znaczenie poznawcze (dla teorii mas cząstek, wyjaśnienia dominacji materii nad antymaterią ...),
- nawet ustalenie tylko ostrej granicy $T_{1/2}(\beta\beta 0\nu)$ będzie cenne,
- badania procesu $\beta\beta 0\nu$ poważnym wyzwaniem dla teorii struktury jądra (możliwie dokładne obliczenie jądrowych elementów macierzowych).

Wykład 9

NEUTRINA SŁONECZNE, ATMOSFERYCZNE I REAKTOROWE

1. WPROWADZENIE

Dwie „neutrinowe” nagrody Nobla w XXI wieku

2002 – Raymond Davis Jr (USA)

„for pioneering contributions to astrophysics, in particular for detection of cosmic neutrinos”

(2-gi laureat: Masatoshi Koshiba – Japonia – inne uzasadnienie)

2015 – Artur B. McDonald (Kanada)
i Takaaki Kajita (Japonia)

„for the discovery of neutrino oscillations, which shows that neutrinos have mass”

Doświadczenie Davisa

Podziemne laboratorium

Homestake, South Dacota, USA – kopalnia złota (1.5 km skały)

C_2Cl_4	3.9 x 10^5 litrów
^{37}Cl	133 tony

Pomiar neutrin słonecznych

rejestrowane tylko ν_e (energia progowa $E_\nu > 0.814$ MeV)

$$\nu_e + {}^{37}_{17}Cl_{20} \rightarrow {}^{37}_{18}Ar_{19} + e^-$$

$$(\nu_e + n \rightarrow p + e^-)$$

Doświadczenie Davisa (c.d.)

Przypomnienie: $$\begin{cases} {}^{37}_{18}Ar \rightarrow {}^{37}_{17}Cl + \nu_e \\ T_{1/2} = 35\ dni, \quad Q_{WE} = 0.814\ MeV \end{cases}$$

Pomiar aktywności ${}^{37}Ar$ „wypłukanego” ze zbiornika (1 atom na 2 dni)

Wyniki (1970–94): eksperyment $2.56 \pm 0.22\ SNU$

teoria $7.7^{+1.2}_{-1.0}\ SNU$

1 *SNU* (Solar Neutrino Unit) = 10^{-36} aktów reakcji na 1s na 1 atom)

Wniosek: deficyt neutrin słonecznych!

(Dalsze badania neutrin słonecznych – p-kt 9.4)

9.2. POWSTAWANIE NEUTRIN SŁONECZNYCH

- centrum Słońca: $T_c = 15.6 \times 10^6 \ K \ \Rightarrow \ \frac{3}{2} k T_c \approx 1 keV,$
- spalanie wodoru → powstawanie neutrin,
- w chwili *t*=0 czyste stany neutrinowe: tylko ν_e !
- hipoteza: transformacja neutrin

  z zachowaniem $L = L_e + L_\mu + L_\tau ,$

  przy niezachowaniu indywidualnych liczb L_i.

Dane o Słońcu wg Standardowego Modelu Słońca

J.N.Bahcall, *Neutrino Astrophysics*, University Press, Cambridge 1989

	t = 4.6 x 10^9 lat	t = 0
Jasność	≡ 1	0.7
Promień (R_0)	696000 km	605500 km
Temperatura powierzchni	5773 K	5665 K
Temperatura rdzenia (T_C)	$15.6 \cdot 10^6$ K	—
Gęstość rdzenia	148 g/cm^3	—
Wodór (H)	34.1 %	71 %
Hel (He)	63.9 %	27.1 %

Powstawanie neutrin słonecznych

spalanie wodoru – efekt sumaryczny

$$4p + 2e^{-} \rightarrow \alpha + 2\nu_e$$

wyzwalana energia

$$26.72\ MeV$$

średnia energia unoszona przez neutrina

$$< E(2\nu_e) >= 0.59\ MeV$$

Synteza helu – etapy procesu pp-I

decyduje oddziaływanie słabe

$$(i)\quad \boxed{p+p\to d+e^{+}+\nu_e} \qquad +\ 0.42\ MeV\ \ (\geq E_\nu)$$

$$(ii)\quad d+p\to {}^{3}He+\gamma \qquad +5.49\ MeV$$

$$(iii)\quad {}^{3}He+{}^{3}He\to {}^{4}He+p+p \quad +12.86\ MeV$$

Składowe wyzwalanej energii

$$2\times(0.42+5.49+\underbrace{1.02}_{2m_e c^2})\,MeV+12.86\,MeV=26.72\,MeV$$

Warianty procesu pp (energia neutrin)

pep

$$p + e^- + p \rightarrow d + \nu_e (1.44\,MeV)$$

$$d + p \rightarrow \gamma + {}^3He$$

$${}^3He + {}^3He \rightarrow {}^4He + p + p$$

hep

$${}^3He + p \rightarrow {}^4He + e^+ + \nu_e (\leq 19\,MeV)$$

ppII

$$\boxed{{}^3He + {}^4He \rightarrow {}^7Be + \gamma}$$

$${}^7Be + e^- \rightarrow {}^7Li + \nu_e (0.861\,MeV)$$

$${}^7Li + p \rightarrow {}^4He + {}^4He$$

Proces pp-III

$$^{7}Be + p \rightarrow \, ^{8}B + \gamma$$

$$\boxed{^{8}B \rightarrow \, ^{8}Be + e^{+} + \nu_{e} (\leq 14 MeV)}$$

$$^{8}Be \rightarrow \, ^{4}He + ^{4}He$$

Rozpad ^{8}B podstawowym źródłem neutrin wysokoenergetycznych!

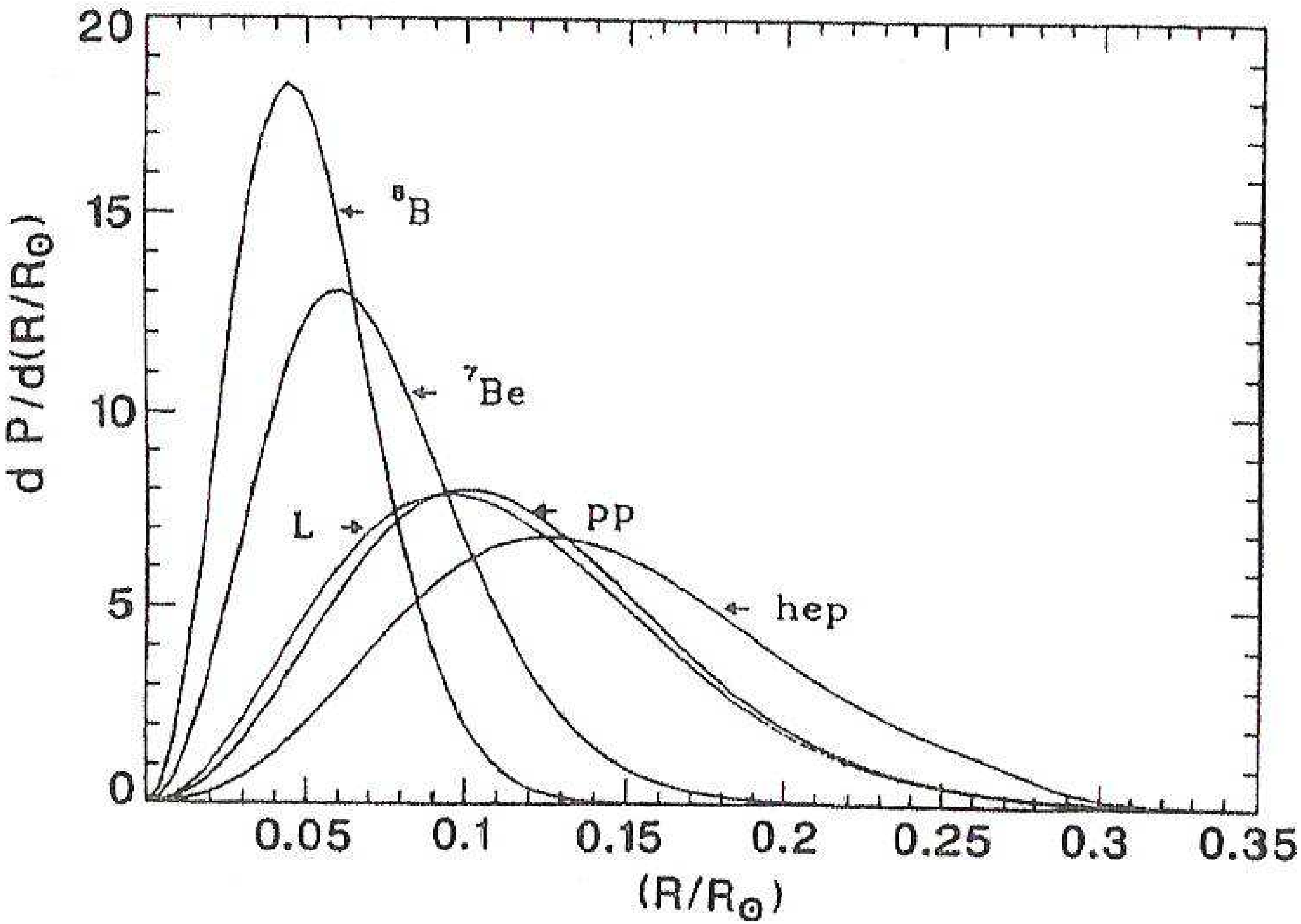
9.3. STRUMIEŃ I WIDMO NEUTRIN NA POWIERZCHNI ZIEMI

Wg Stand. Modelu Słońca – Bahcall, Phys.Lett. B433(1998)1

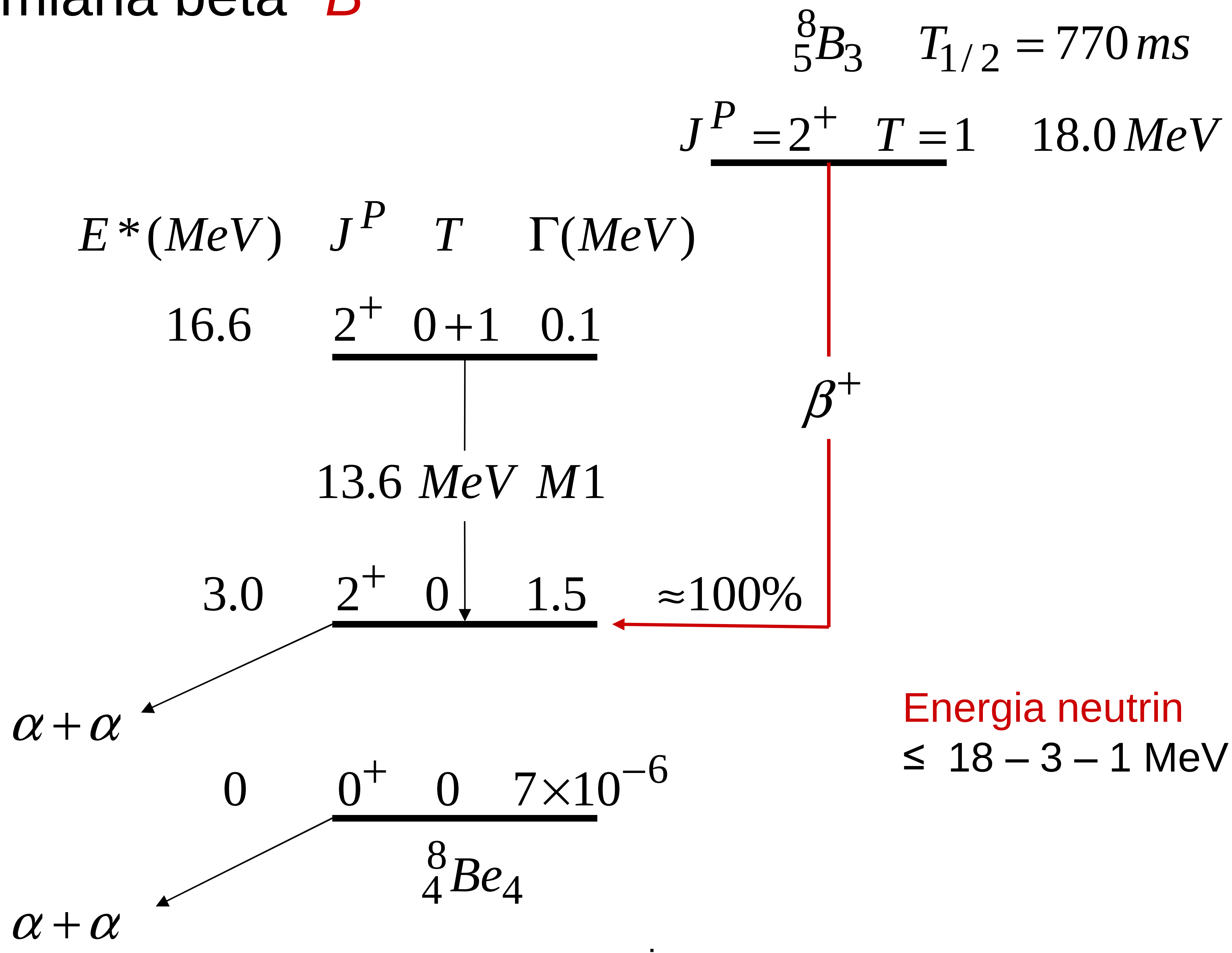
Źródło	Φ (10^{10} cm^{-2} s^{-1})
pp	5.94
pep	1.39×10^{-2}
hep	2.10×10^{-7}
^{7}Be	0.48
^{8}B	$5.15\times10^{-4}\times(1.00\,^{+0.19}_{-0.14})$
CNO	0.11
	6.55

Produkcja neutrin w funkcji odległości od środka Słońca

J.N.Bahcall, *Neutrino Astrophysics*, University Press, Cambridge 1989



Przemiana beta ^{8}B



$^{8}_{5}B_{3} \quad T_{1/2} = 770\,ms$

$J^{P} = 2^{+} \quad T = 1 \quad 18.0\,MeV$

β^{+}

$\approx 100\%$

$E^{*}(MeV)$	J^{P}	T	$\Gamma(MeV)$
16.6	2^{+}	$0+1$	0.1
3.0	2^{+}	0	1.5
0	0^{+}	0	7×10^{-6}

$13.6\ MeV\ \ M1$

$\alpha+\alpha$

$\alpha+\alpha$

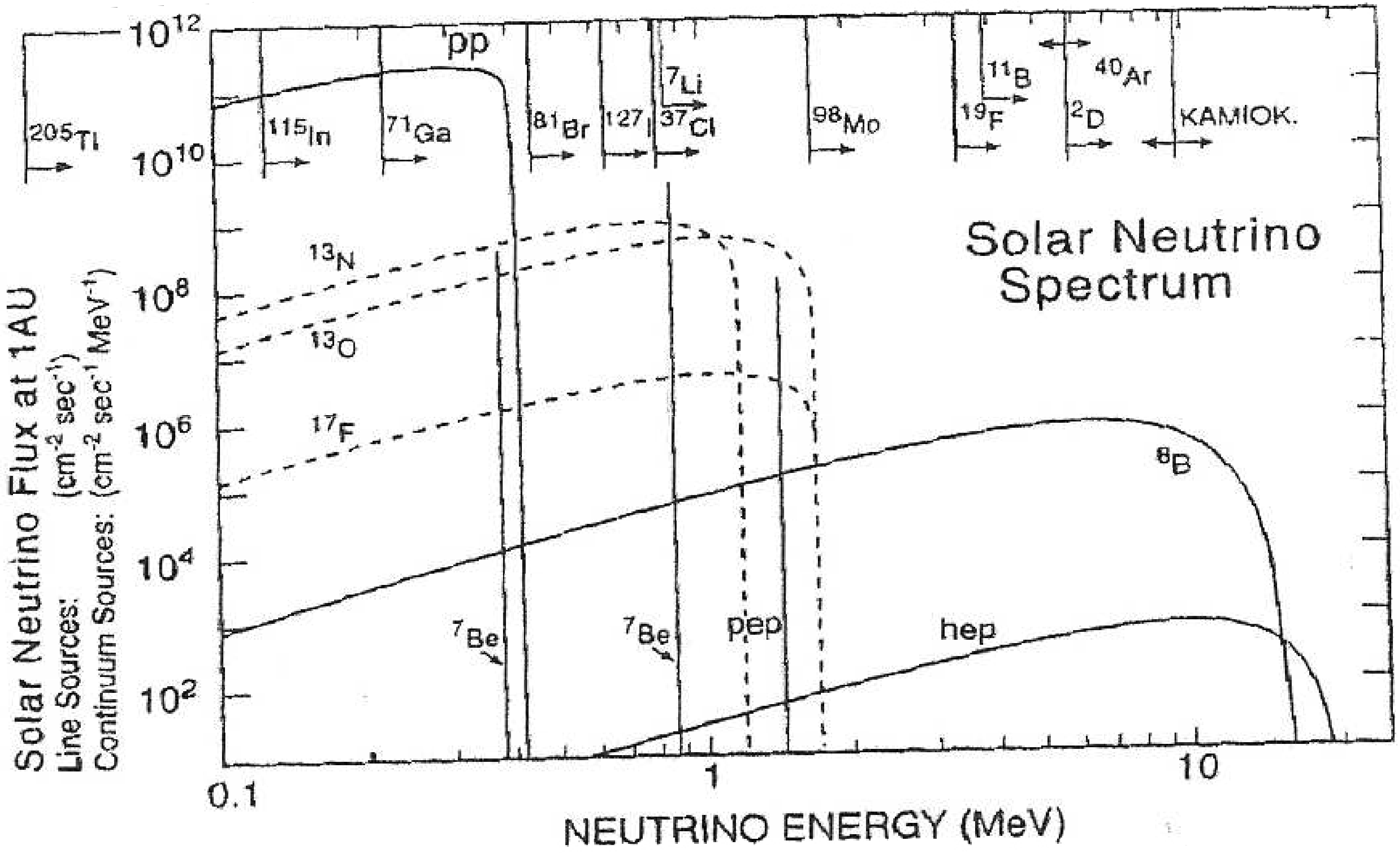
$^{8}_{4}Be_{4}$

Energia neutrin

≤ 18 – 3 – 1 MeV

Widmo neutrin słonecznych na powierzchni Ziemi

W.Hampel, J.Phys. G: Nucl. Part. Phys. 19 (1993) 209



9.4. SNO – SUDBURY NEUTRINO OBSERVATORY

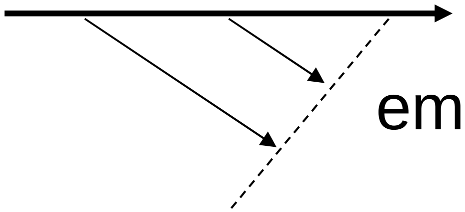
Lokalizacja

- Sudbury, Ontario, Kanada
- 2039 m pod powierzchnią Ziemi
  (skała równoważna 6 km wody)
- Średnia odległość od Słońca 1.5 x 10^{11} m

Detekcja neutrin poprzez elektrony wtórne

- detektor promieniowania Czerenkowa

Promieniowanie Czerenkowa (przypomnienie)



kierunek ruchu elektronu

emisja promieniow. elektromagn. pod kątem θ

$$\cos\theta = \frac{c'}{v} = \frac{c}{v \cdot n}$$

c' – prędkość światła w danym ośrodku (tu w D_2O)

v – prędkość elektronu ($> c'$)

$n = c/c'$ współczynnik załamania

Detektor promieniowania Czerenkowa w SNO

- 1000 ton D_2O w kulistej powłoce akrylowej (5 cm) o średnicy 12 m

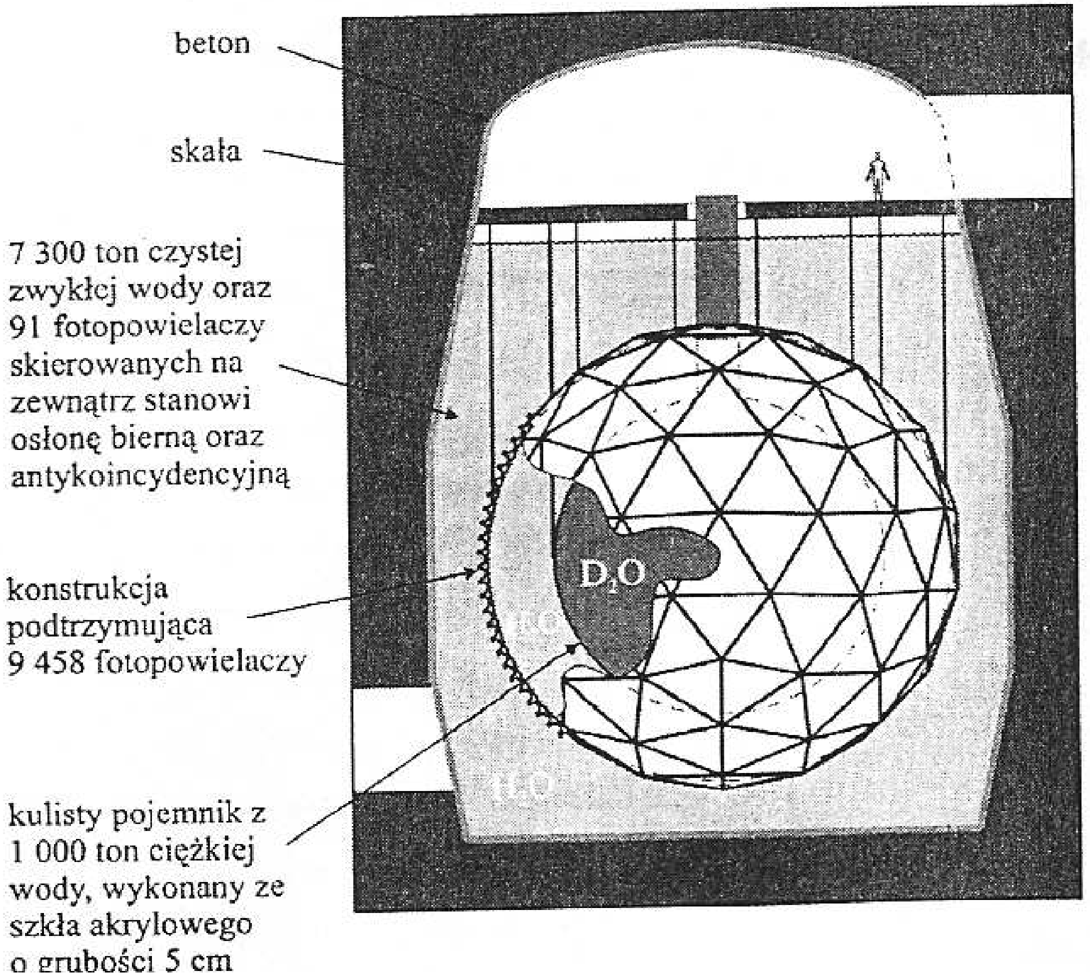
- 9456 fotopowielaczy

- osłona: 7000 ton H_20 w „beczce”
  (wysokość 34 m, średnica 22 m)

- próg energetyczny detekcji:
  początkowo 6.75 MeV, potem 5 MeV

Detektor neutrin SNO – Sudbury

M.W.Wójcik i in., Astronomia neutrin słonecznych, Postępy Fizyki 53(2002)261



9.5 ODDZIAŁYWANIE NEUTRIN Z D_2O

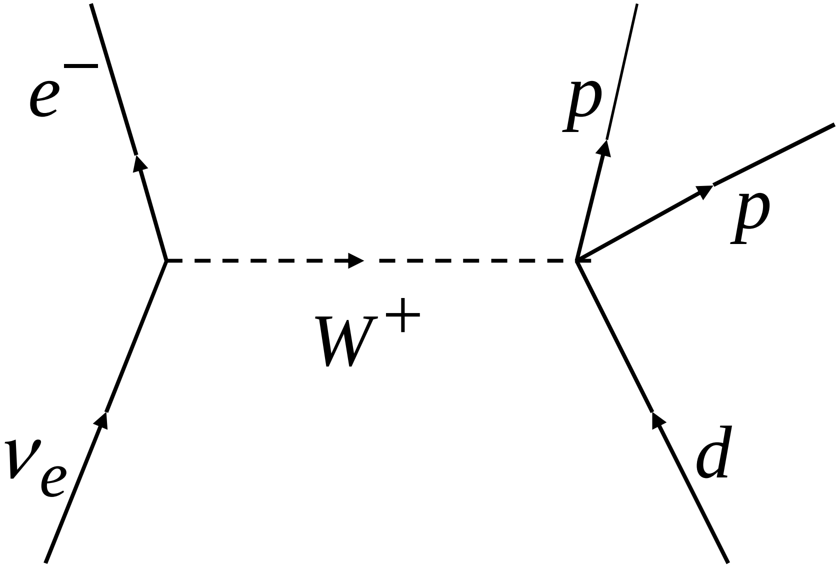
Trzy rodzaje neutrin: $x = e,\ \mu,\ \tau$

Oddziaływanie neutrin z deuteronami i elektronami

Symbol oddz.	Reakcja	Energia progowa
CC	$\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ $(\nu_e + n \rightarrow p + e^-)$	$E_\nu > 1.4\,MeV$
ES	$\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^-$	
NC	$\nu_x + d \rightarrow p + n + \nu_x$	$E_\nu > 2.2\,MeV$

Proces CC (= Charged Current)

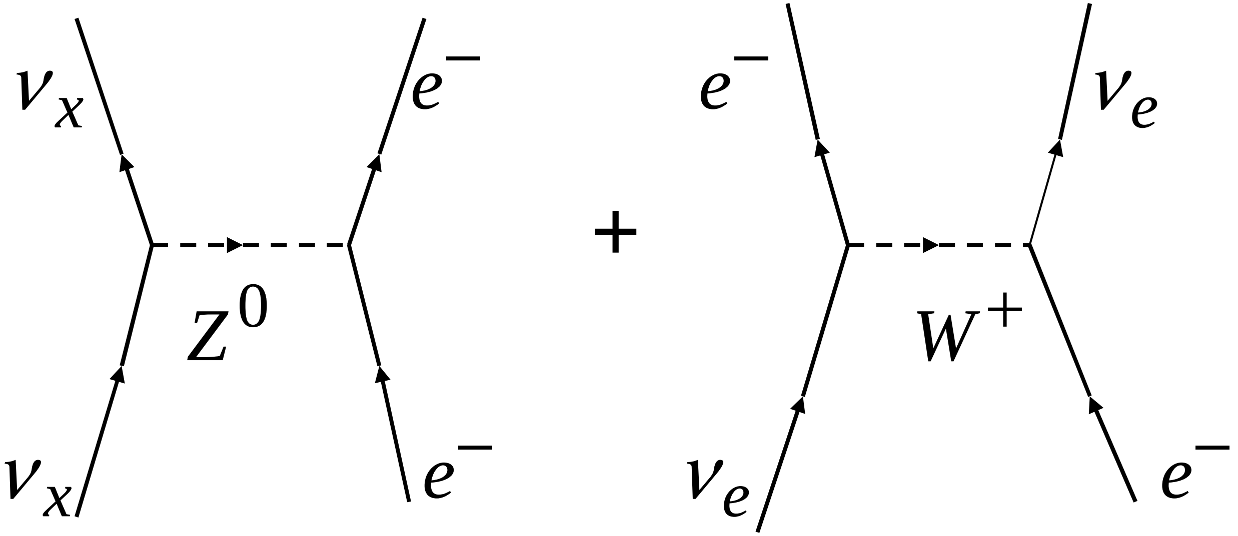
$$\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$$



Tylko neutrina elektronowe!

Proces *ES* (= Elastic Scattering)

$$\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^-$$

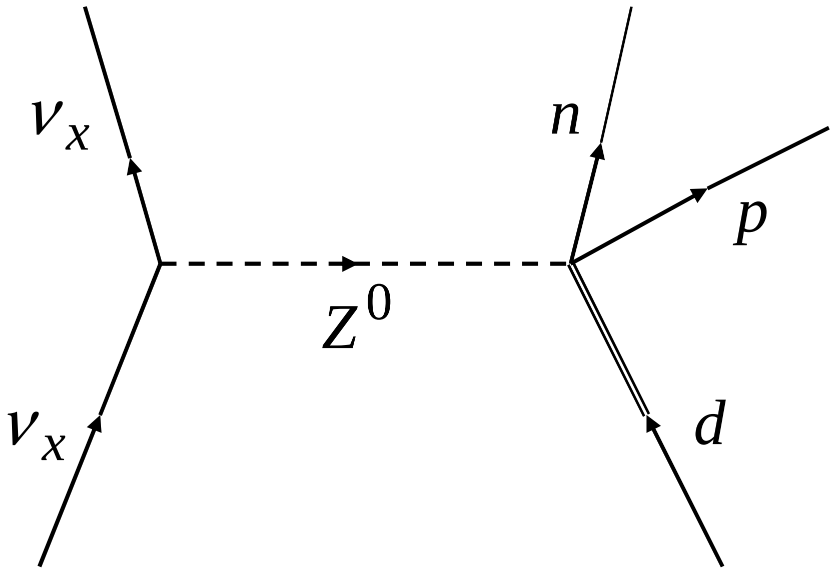


wszystkie neutrina tylko neutrina elektronowe

$$\sigma(\nu_e e^-) \approx 6.5\sigma(\nu_\mu e^-, \nu_\tau e^-)$$

Proces *NC* (= Neutral Current)

$$\nu_x + d \rightarrow p + n + \nu_x$$



Wszystkie neutrina jednakowo

Detekcja: spowolnienie neutronów → reakcja (n,γ) → wtórne elektrony

Proces NC → Reakcja (n,γ) → wtórne elektrony

Pochłanianie neutronów w D_2O

energia
wyzwalana

$$n + {}^{2}_{1}H \xrightarrow{5\times10^{-4}b} {}^{3}_{1}H + \gamma \qquad S_n({}^{3}H) = 6.26\ MeV$$

$$n + {}^{16}_{8}O \xrightarrow{2\times10^{-4}b} {}^{17}_{8}O + \gamma \qquad S_n({}^{17}O) = 4.14\ MeV$$

Dodanie *NaCl* (0.2% masy) → wydajność detekcji x 3

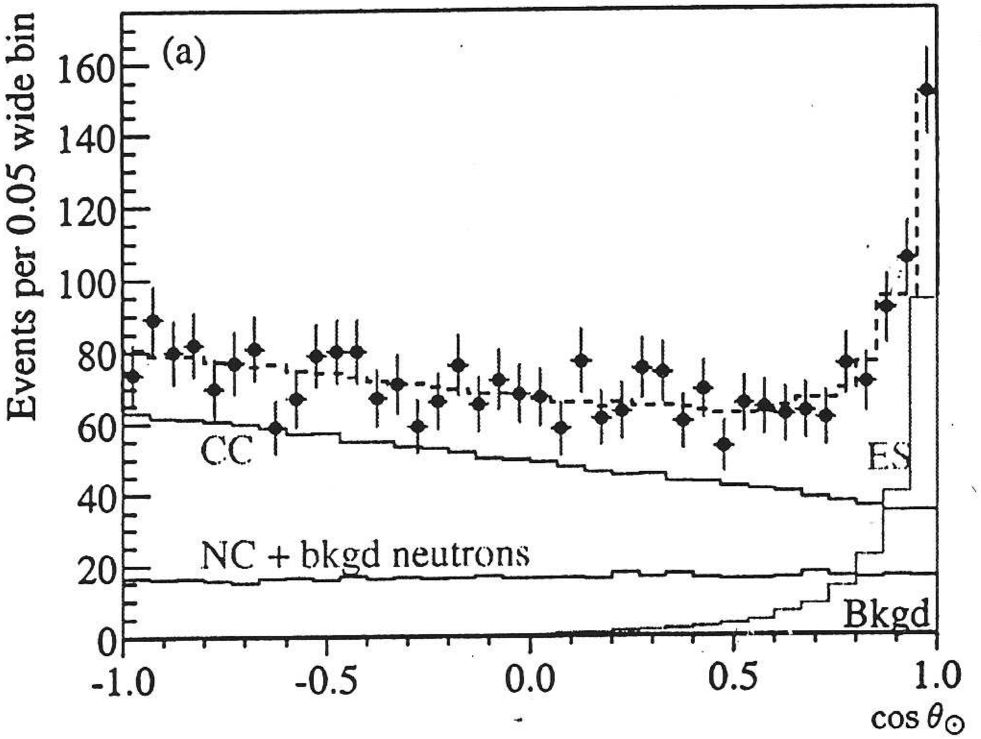
trwałe izotopy chloru	^{35}Cl	^{37}Cl
zawartość	76%	24%
σ(n,γ)	44 b	0.42 b

Energia separacji $S_n(^{36}Cl) = 8.6$ MeV

SNO – pomiar rozkładu kątowego elektronów

G.R.Ahmad et al., Phys.Rev.Letters 89 (2002) 11301

Kąt θ_o – względem kierunku neutrin ze Słońca



ES

$\theta_o \approx 0, \quad \cos\theta_o \approx 1$

NC

$N(\theta_o) = \mathrm{const}$

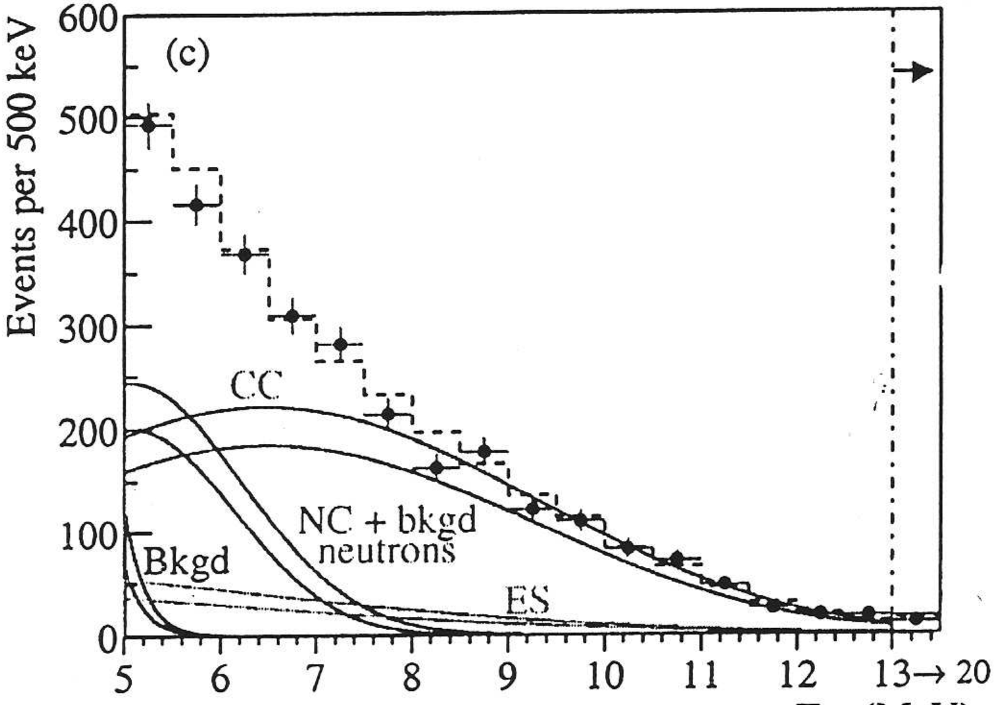
CC

$N(\theta_o) \sim (1 - 0.34 \cos\theta_o)$

Bacon and Vogel, PRL 83 (1999) 5222

SNO – energetyczne widmo elektronów

Próg rejestracji elektronów: 5 MeV



K_{eff} (MeV)

Linie ciągłe – przewidywania (Monte Carlo) ± 1 σ

9.6. TRANSFORMACJA NEUTRIN SŁONECZNYCH

Strumień neutrin słonecznych z rozp. ^8B (jedn. 10^6 cm^{-2} s^{-1})

Model Słońca: $\Phi(\nu_e) = 5.15\,^{+0.98}_{-0.72}$

J.Bahcall et al., Astroph. J. 555 (2001) 990

Pomiar w *SNO* (254 dni)

S.N. Ahmed et al., Phys.Rev.Letters 92 (2004) 181301

$$\Phi^{CC}(\nu_e) = 1.59\,^{+0.08}_{-0.07}(stat)\,^{+0.06}_{-0.08}(syst)$$

$$\Phi^{ES}(\nu_x) = 2.21\,^{+0.31}_{-0.26}(stat) \pm 0.10(syst)$$

$$\Phi^{NC}(\nu_x) = 5.21 \pm 0.27(stat) \pm 0.38(syst)$$

Strumień neutrin słonecznych – komentarze

(i) Wartość $\Phi^{ES}(\nu_x)$ na poprzednim slajdzie otrzymana przy zaniedbaniu różnicy przekrojów czynnych

$$\sigma(\nu_e e^-) \approx 6.5\, \sigma(\nu_\mu e^-, \nu_\tau e^-);$$

uwzględnienie tej różnicy daje $\Phi^{ES}(\nu_x) \approx \Phi^{NC}(\nu_x)$.

(ii) Wniosek niezależny od modelu Słońca

po drodze od Słońca do Ziemi

około 2/3 neutrin elektronowych z rozpadu ^8B

zamienia się na neutrina o innym zapachu (→ Wykł. 10)

9.7. Badanie neutrin atmosferycznych

Y. Fukuda et al. (D. Kiełczewska), Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 1562

Źródło neutrin

oddziaływanie promieniowania kosmicznego, głównie protonów,

z jądrami w zewn. warstwie atmosfery → wytwarzanie pionów

$$\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \qquad \mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu, \qquad \mu^+ \to e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

Początkowy stosunek strumieni: $$R = \frac{\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu}{\nu_e + \bar{\nu}_e} = 2$$

Pomiar stosunku *R*

Detektor super-Kamiokande – 50000 ton wody
11146+1885 fotopowielaczy

Rejestrowanie promieniowania Czerenkowa

Identyfikacja

przypadków „*e*-like” (kaskada elektronowo-fotonowa)

oraz przypadków „μ-like” (bez kaskady)

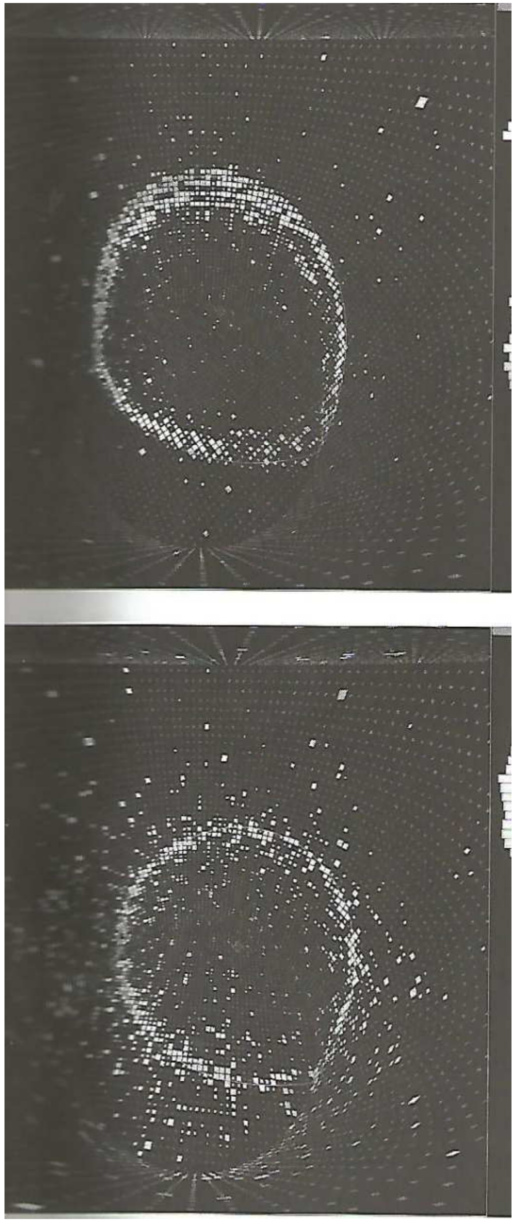
w funkcji kąta zenitalnego ϑ (od 0^0 do 180^0),

tj. drogi pokonywanej przez neutrina (od ok. 10 do ok. 13000 *km*).

Dwa zdarzenia zarejestrowane w detektorze super-K (pierścienie promieniowania Czerenkowa):

„*μ*-like” – u góry

„*e*-like” – u dołu



Realny czas zbierania danych: 1289 dni

Liczba zarejestrowanych zdarzeń

2864 (624) dla $E_\nu < 1$ GeV

2788 (558) dla $E_\nu > 1$ GeV

↑

tory obserwowane częściowo

Wyniki

od $R \approx 2{:}1$ dla $\vartheta \approx 00$

do $R \approx 1{:}1$ dla $\vartheta \approx 1800$

Wniosek: dla dużych ϑ część ν_μ podlega przemianie
w inne neutrina (ν_τ – Wykład 10) .

9.8. Obserwacja niedoboru antyneutrin reaktorowych

E. Eguchi et al. (M.P. Decowski), Phys. Rev. Lett. 90 (2003) 021802

Podziemne laboratorium (równoważna warstwa H_2O – 2700 m)

Kamioka Liquid Scintillator Anti-Neutrino Detecor – KamLAND

- 1000 ton ciekłego scyntylatora
- zbiornik o średnicy 13 m
- 1879 + ... fotopowielaczy

Źródło antyneutrin – szereg reaktorów japońskich i koreańskich

Średnia odległość reaktorów od detektora: 180 *km*

(ważona wartościami strumieni antyneutrin w miejscu detektora)

Detekcja antyneutrin poprzez reakcję

$$\bar{\nu}_e + p \longrightarrow n + e^+$$

Czas zbierania danych: 145 dni

Rejestracja zdarzeń

natychmiastowa – pozytony (E = E_{kin}+1.02 MeV – 0.78 MeV < 1.5 MeV)

opóźniona (spowalnianie neutronów) – gamma (2.2 MeV) po reakcji $p(n,\gamma)d$

Oczekiwana liczba rejestracji neutrin: $N_{ocz} = 86.8 \pm 5.6$

Wynik pomiarów (po odjęciu tła N_{BG})

$$\frac{N_{obs} - N_{BG}}{N_{ocz}} = 0.611 \pm 0.085(stat) \pm 0.041(syst)$$

Wykład 10

OSCYLACJE I MASY NEUTRIN

10.1. Uwagi wstępne

Wykłady w Warszawie

http://neutrino.fuw.edu.pl/pl/edukacja/wykłady

„Fizyka cząstek – neutrina” – D. Kiełczewska, (V rok, 2011-2012)

„From neutrinos to cosmic sources” – D. Kiełczewska i E. Rondio (2004-2009)

Ponadto: strona neutrino.fuw.edu.pl

Książki i artykuły przeglądowe

K. Zuber, Neutrino Physics, Inst. of Physics, Bristol 2004 – IFT22912

D. Griffiths, Intr. to elementary particle physics, Wiley 2012

E.W. Otten and C.Weinheimer, Rep. Progr. Phys. 71 (2008) 086201
„Neutrino mass limit from tritium decay”
2

F.T. Avignone et al., Rev. Mod. Phys. 80 (2008) 480
„Double beta decay, Majorana neutrinos, and neutrino mass”

Założenia

- Indywidualne liczby leptonowe zachowane w przybliżeniu;
- masy neutrin ≠ 0;
- stany własne oddziaływań słabych ν_e, ν_μ, ν_τ;

liniowymi komb. stanów własnych masy ν_1, ν_2, ν_3:

$$\nu_x = \sum_{k=1}^{3} U_{xk} \nu_k \qquad x = e, \mu, \tau$$

↖ elementy unitarnej macierzy zmieszania.

10.2. Oscylacje w próżni 2 neutrin

Dwa stany własne masy neutrina ν_k, o pędzie q_k,

przy bardzo małych wartościach m_k,

mają energie:

$$E_k = \sqrt{q_k^2 c^2 + m_k^2 c^4} \approx q_k c \ \ (1 + m_k^2 c^2 / 2 q_k^2)$$

$$k = 1 \ i \ 2$$

Stany neutrina o dwóch zapachach, np.

$$\left|\nu_\mu\right\rangle = \ \ \left|\nu_1\right\rangle \cos\theta + \left|\nu_2\right\rangle \sin\theta$$

$$\left|\nu_e\right\rangle = -\left|\nu_1\right\rangle \sin\theta + \left|\nu_2\right\rangle \cos\theta$$

Ewolucja stanu neutrina w czasie

Założenie: w czasie $t = 0$ – neutrino elektronowe

$$\nu(0) = \left|\nu_e\right\rangle = -\left|\nu_1\right\rangle \sin\theta + \left|\nu_2\right\rangle \cos\theta$$

$$\nu(t) = -\left|\nu_1\right\rangle \sin\theta\, e^{-iE_1 t/\hbar} + \left|\nu_2\right\rangle \cos\theta\, e^{-iE_2 t/\hbar}$$

Amplituda prawdopodobieństwa znalezienia neutrina w stanie $\left|\nu_\mu\right\rangle$ w funkcji czasu

$$a(t) = \left\langle \nu_\mu \middle| \nu(t) \right\rangle = \left\langle \nu_1 \middle| \nu(t) \right\rangle \cos\theta + \left\langle \nu_2 \middle| \nu(t) \right\rangle \sin\theta$$

$$= -\sin\theta\, \cos\theta\, e^{-iE_1 t/\hbar} + \sin\theta\, \cos\theta\, e^{-iE_2 t/\hbar}$$

Prawdopodob. znalezienia neutrina mionowego

po upływie czasu *t*

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = |a|^2 = a\,a^*$$

$$= \sin^2(2\theta)\sin^2(\Delta E\, t / 2\hbar)$$

gdzie

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{(m_2^2 - m_1^2)\,c^2}{2qc} = \frac{\Delta m_{21}^2\, c^2}{2qc},$$

$$\Delta m_{21}^2 \equiv m_2^2 - m_1^2$$

Prawdopodob. znalezienia neutrina mionowego w czasie t (c.d.)

Zakładamy, że – w dobrym przybliżeniu –

- neutrina poruszają się z prędkością światła (związek drogi i czasu: $L = c\,t$)
- energia $E = qc$.

Stąd

$$P(\nu_e \to \nu_\mu) = \sin^2(2\theta)\,\sin^2\left(\frac{\Delta m_{21}^2 c^4}{4E\hbar c}L\right)$$

Wzór dla praktycznych zastosowań

$$\hbar c = 197.3 \times 10^{-15}\ MeV\, m;$$

$$[E_\nu] = MeV, \quad \left\lfloor \Delta m_{21}^2 \right\rfloor = (eV/c^2)^2, \quad [L] = m.$$

$$P(\nu_e \to \nu_\mu) = \sin^2(2\theta)\,\sin^2\left(1.27\,\frac{\Delta m_{21}^2 c^4}{E_\nu} L\right)$$

Jakościowo:
efektem oscylacji jest zmniejszenie prawdopodob. obserwowania neutrina elektronowego.

10.3. Oscylacje neutrin słonecznych

Długość oscylacji dla wybranej energii

$$\sin^2\left(\frac{1.27\,\Delta m_{21}^2\,c^4}{E_\nu}L\right) = \sin^2\left(\pi\frac{L}{L_{osc}}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$L_{osc} \approx \frac{2.5\ E_\nu}{\Delta m_{21}^2\,c^4}$$

$$\left.\begin{array}{l} E_\nu\ = 10\,MeV \\ \Delta m_{21}^2 \approx 10^{-4}\,(eV/c^2)^2 \end{array}\right\} \quad\Rightarrow\quad L_{osc} \approx 250\ m$$

Wskutek oscylacji ok. 2/3 neutrin elektronowych ulega transformacji w neutrina o innym zapachu (Wykład 9)

10.4. Oscylacje neutrin atmosferycznych (Super-K)

Prawdopodobieństwo, że neutrino mionowe,
po przebyciu drogi *L*,
nie ulegnie transformacji (w neutrino taonowe)

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) = 1 - \sin^2(2\theta)\,\sin^2\left[1.27\,\Delta m^2\,\frac{L(km)}{E_\nu(GeV)}\right]$$

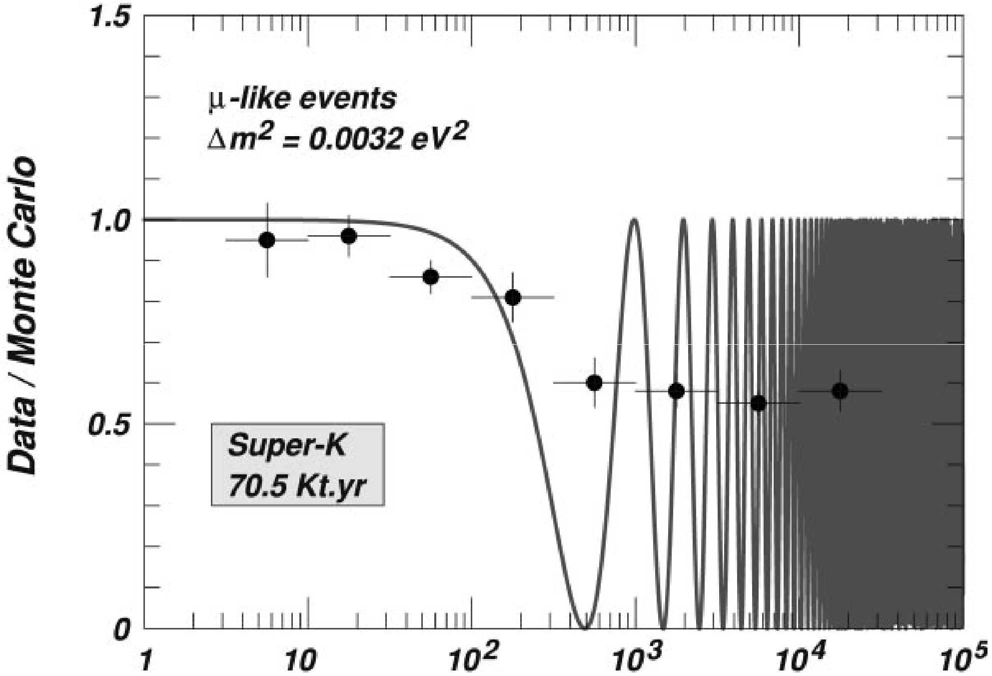
Obserwacja oscylacji poprzez pomiar odchylenia natężenia neutrin mionowych od wartości oczekiwanej
w funkcji stosunku *L / E.*

Dopasowanie do wyników z Super-Kamiokande (następny slajd):

$$\Delta m^2 \approx 3.2 \times 10^{-3}\ (eV/c^2)^2, \qquad \theta \approx \pi/4$$

Analiza wyników eksperymentu Super-Kamiokande

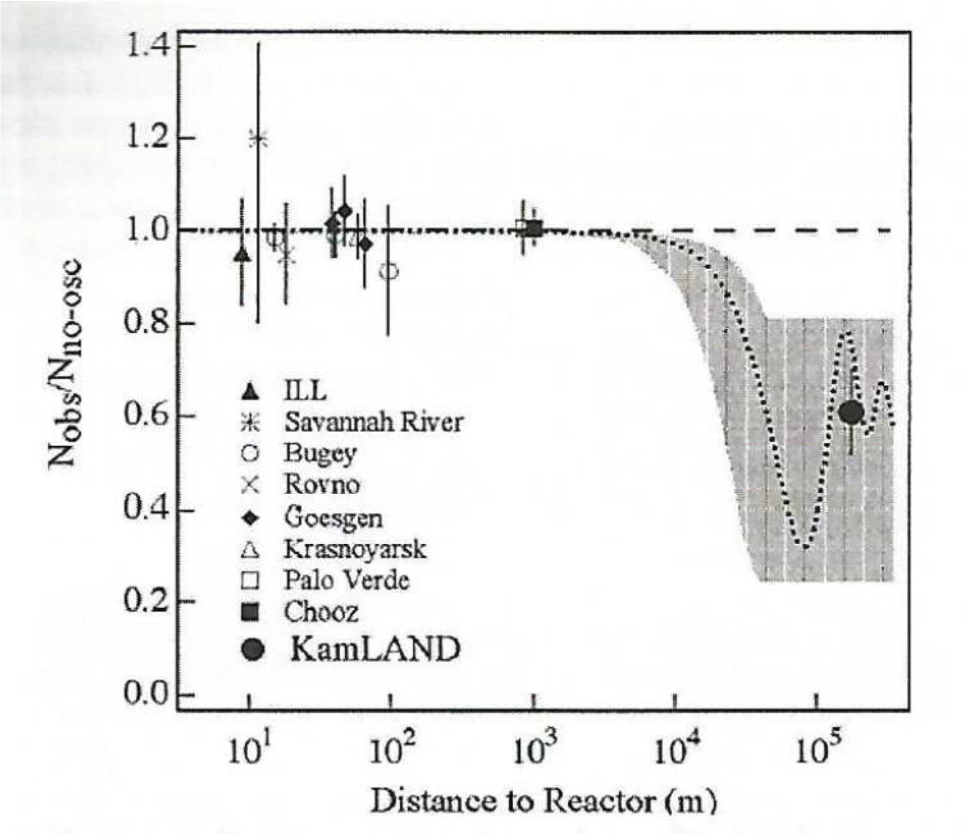
T.K. Gaisser & M. Honda, Ann. Rev. Nucl. Part. Science 52 (2002) 153



Prawdopodobieństwo oscylacji w funkcji L/E_ν (km/GeV)

10.5. Oscylacje antyneutrin reaktorowych

eksperyment KamLand



K. Eguchi et al., Phys. Rev. Lett. 90 (2003) 021802

10.6. U_{xk} – macierz zmieszania stanów neutrinowych

stany
własne
zapachu

stany
własne
masy

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \times \overbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(i\alpha_2/2) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(i\alpha_3/2) \end{pmatrix}}^{\text{tylko w przypadku neutrina Majorany}} \times \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} U_{e1} &= \cos\theta_{12} \cdot \cos\theta_{13} \\ U_{e2} &= \sin\theta_{12} \cdot \cos\theta_{13} \\ U_{e3} &= \sin\theta_{12} \cdot \exp(-i\delta) \end{aligned}\right\} \quad |U_{e1}|^2 + |U_{e2}|^2 + |U_{e3}|^2 = 1$$

Komentarze:

- Unitarność macierzy U , t. zn. $U^{-1}=U^{\dagger}$

- Przejście od st. wł. zapachu do st. wł. masy

  (jeżeli mamy neutrino Diraca)

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1}^* & U_{\mu 1}^* & U_{\tau 1}^* \\ U_{e2}^* & U_{\mu 2}^* & U_{\tau 2}^* \\ U_{e3}^* & U_{\mu 3}^* & U_{\tau 3}^* \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

- Przyjmuje się, że fazy dirakowskie: $\theta_{12} \approx \theta_{sol}$, $\theta_{23} \approx \theta_{atm}$

doświadczenie: $\theta_{sol} = 34 \pm 2^0$, $\theta_{atm} = 45 \pm 8^0$, $\theta_{13} < 10^0$

10.7. Masy neutrin

Kwadrat masy neutrina elektronowego

$$m_{\nu e}^2 = m_1^2 \left|U_{e1}\right|^2 + m_2^2 \left|U_{e2}\right|^2 + m_3^2 \left|U_{e3}\right|^2$$

Masa neutrina Majorany z rozpadu *ββ0ν*

$$\left\langle m_{\beta\beta} \right\rangle = \left| m_1 \left|U_{e1}\right|^2 + m_2 \left|U_{e2}\right|^2 e^{i(\alpha_2 - \alpha_1)} + m_1 \left|U_{e3}\right|^2 e^{i(-\alpha_1 - 2\delta)} \right|$$

Z doświadczenia wiemy, że

$$\Delta(m^2)_{sol} \approx 8 \times 10^{-5} \ \ (eV/c^2)^2$$

$$\Delta(m^2)_{atm} \approx 2 \times 10^{-3} \ \ (eV/c^2)^2$$

Dla stanów własnych masy mamy

$$\Delta_{21} = m_2^2 - m_1^2, \qquad \Delta_{32} = m_3^2 - m_2^2, \qquad \Delta_{31} = m_3^2 - m_1^2,$$

$$\Delta_{31} = \Delta_{21} + \Delta_{32}$$

Tylko 2 różnice niezależne.

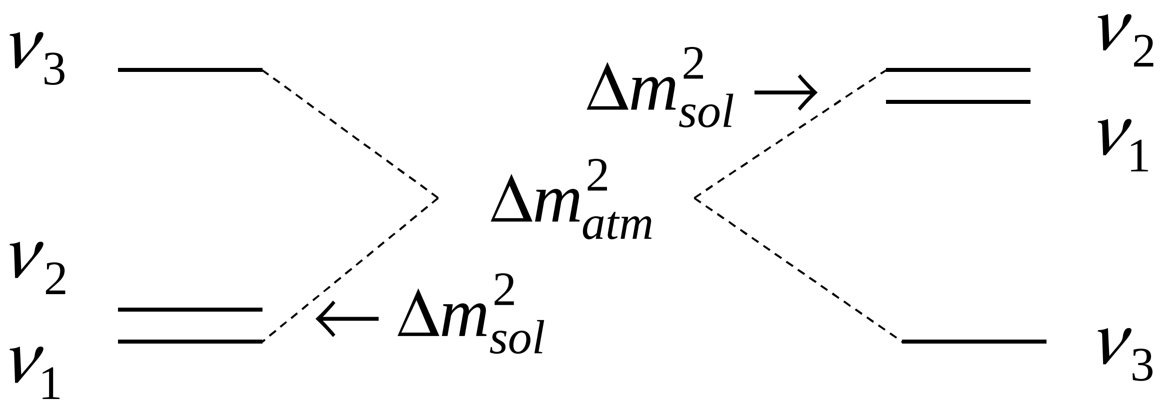
Z danych dla neutrin słonecznych i atmosferycznych wynika, że 2 masy są stosunkowo bliskie, a 1 znacznie się różni.

Przyjmujemy:

m_2 i m_1 bliskie, $m_2 > m_1$

m_3 różni się znacznie

normalne widmo mas odwrócone



J. Beringer et al. (Partcle Data Group), Phys. Rev. D91 (2012) 072005

$$\Delta m^2_{21} = \Delta m^2_{sol} = 7.50^{+0.19}_{-0.20} \times 10^{-5} (eV/c^2)^2$$

$$\Delta m^2_{31} \approx \left|\Delta m^2_{32}\right| = \Delta m^2_{atm} = 2.32^{+0.12}_{-0.08} \times 10^{-3} (eV/c^2)^2$$

10.8. Poszukiwanie oscylacji z udziałem neutrin sterylnych

S. Schael et al., Physics Reports, 427 (2006) 257

Dane z LEP (Large Electron-Positron Collider, CERN),

o bozonie pośredniczącym Z^0, m. in. jego szerokości

$$\Gamma_Z = 2.4952 \pm 0.0023 \text{ GeV},$$

wskazują na liczbę zapachów leptonów uczestniczących w rozpadzie

$$2.9840 \pm 0.0082,$$

zgodnie z istnieniem 3 generacji fundamentalnych fermionów.

Ten wynik nie wyklucza hipotetycznych neutrin sterylnych.

Ciemna materia i neutrina sterylne

Istnienie ciemnej materii zakłada się, żeby wyjaśnić pewne efekty grawitacyjne, np. anomalną rotację galaktyk.

Szacuje się, że ciemna materia stanowi ok. 1/4 bilansu masy/energii Wszechświata.

Neutrina są jedynymi znanymi cząstkami ciemnej materii, ale ich masy są tak małe, że mogą być odpowiedzialne tylko za małą część tej materii. Szuka się innych cząstek.

Wśród różnych hipotez rozważa się możliwość istnienia t. zw. neutrin sterylnych

- oddziałujących grawitacyjnie,
- nie uczestniczących w oddziaływaniach słabych,
- mogących jednak uczestniczyć w zjawisku oscylacji neutrin.

Zakłada się, że ich masy są znacznie większe niż masy neutrin znanych.

Obserwacja ciężkich neutrin??

A.Aguilar et al. (LSND Collab., Los Alamos), PR D64 (2001) 112007

LSND – Liquid Scintillator Neutrino Detector (8.3 m, śred. 5.6 m)

protony 798 MeV (1 mA), produkcja π^+, wiązka wtórnych μ^+

rozpad μ^+ w spoczynku

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu, \qquad \bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e, \qquad \bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$$

Zbieranie danych 1993 – 1998,

pomiar γ-2.2 MeV z reakcji p(n,γ),

obserwacja 87.9 ± 22.4 ± 6.0 zdarzeń

Interpretacja:

oscylacje odpowiadające $\Delta m^2 = 0.2 \div 10 \ (\mathrm{eV}/c^2)^2$

Poszukiwanie oscylacji neutrin atmosferycznych z udziałem neutrin sterylnych

K. Abe et al., (SK Collaboration), Phys. Rev. D91 (2015) 052019

Detektor Super–Kamiokande, pomiary 4438 dni

Szukanie oscylacji odpowiadających $\Delta m^2 \sim 1\ (\mathrm{eV}/c^2)^2$, które mogłyby świadczyć o istnieniu neutrin sterylnych.

Wynik negatywny $\left|U_{\mu 4}\right|^2 < 0.041, \quad \left|U_{\tau 4}\right|^2 < 0.16$

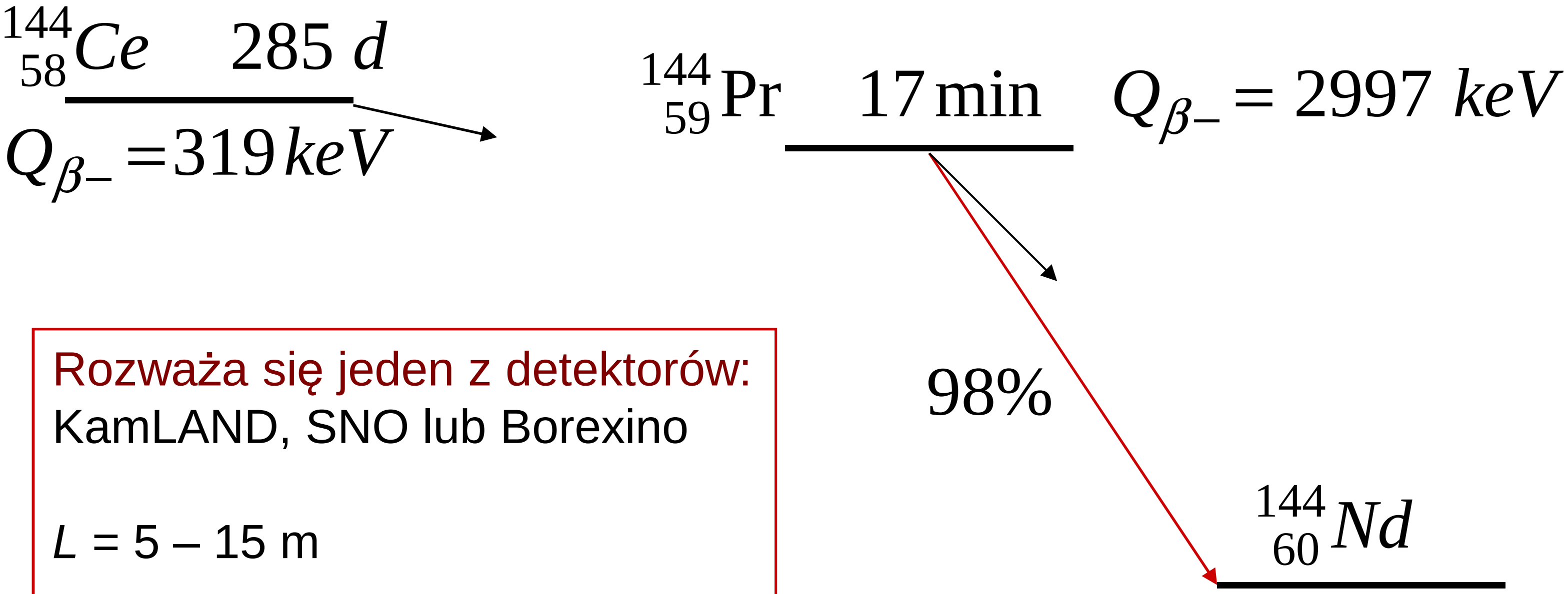
Kwestia istnienia neutrin sterylnych wciąż otwarta.

Projekt fizyków francuskich i rosyjskich

„Experimental parameters for Cerium 144 based intense electron antineutrino generator experiment at very short baseline”
J. Gaffiot et al., Phys. Rev. D91 (2015) 072005

Źródło antyneutrin

(~ 10^{15} *Bq* – reaktor w Rosji)



$^{144}_{58}Ce \quad 285\,d$

$Q_{\beta-} = 319\,keV$

$^{144}_{59}\mathrm{Pr} \quad 17\,\mathrm{min}$

$Q_{\beta-} = 2997\ keV$

98%

$^{144}_{60}Nd$

Rozważa się jeden z detektorów:
KamLAND, SNO lub Borexino

L = 5 – 15 m

$\Delta m^2 \sim 0.1 \div 5\ (\mathrm{eV}/c^2)^2$

Wykład 11

SYMETRIE I PRAWA ZACHOWANIA

11.1. Uwagi wstępne

11.2. Wielkości zachowane i symetrie

11.3. Unitarna transformacja ciągła

11.4. Zachowanie pędu

11.5 Zachowanie energii

11.6. Moment pędu i izospin

(m.in. H. Frauenfelder & E.M. Henley, *Subatomic Physics,* Prentice-Hall 1974)

11.1. UWAGI WSTĘPNE

Prawa zachowania w fizyce subatomowej

- wnoszą ład do danych doświadczalnych (istotne przy niedoskonałości teorii),
- niektóre stosują się tylko w mikroświecie,
- to, co nie jest wzbronione przez pełen zestaw praw zachowania, powinno być obserwowane,
- stany fizyczne mogą być określone przez wielkości zachowane (np. cząstkę charakteryzujemy podając masę, bo energia zachowana; podobnie z ładunkiem itd.).

Symetrie i prawa zachowania

- Każde prawo zachowania wiąże się z jakimś rodzajem symetrii
  (pochodzenie nie zawsze znane);

- niektóre symetrie – „doskonałe”
  (odpowiednie wielkości zachowane ściśle),

- inne bywają „łamane”
  (odpowiednie wielkości zachowane w przybliżeniu).

Klasyfikacja praw zachowania istotnych m.in. w przemianie β

(i) Prawa zachowania pochodzenia geometrycznego
(obowiązujące dla wszystkich oddziaływań)

(ii) Prawa zachowania ładunków
(częściowo o nieznanym pochodzeniu fizycznym)

(iii) Inne prawa zachowania
(spełnione nie dla wszystkich oddziaływań)

(i) Prawa zachowania pochodzenia geometrycznego

(obowiązujące ściśle dla wszystkich oddziaływań)

Wielkość	Symbol	Pochodzenie fizyczne
Energia	E	jednorodność czasu
Pęd	**p**	jednorodność przestrzeni
Moment pędu	**J**	izotropowość przestrzeni

(ii) Prawa zachowania ładunków

(częściowo nieznane pochodzenie fizyczne)

Ładunek	Symbol	Zachowanie
elektryczny	Q	ścisłe
barionowy	B	ścisłe (?)
leptonowy elektronowy	L_e	w przybliżeniu
mionowy	L_μ	w przybliżeniu
taonowy	L_τ	w przybliżeniu
sumaryczny	$L=L_e+L_\mu+L_\tau$	?

Komentarze

Notacja/terminologia

$Q = q/|e|$ – ładunek elektryczny bezwymiarowy

B – liczba barionowa

L_i – liczby leptonowe

Niezachowanie L_i –

wniosek m.in. z zaobserwowania transformacji neutrin słonecznych.

(iii) Inne prawa zachowania

(spełnione nie dla wszystkich oddziaływań)

m.in. prawa związane z

- obrotem w przestrzeni izospinu,
- odbiciem przestrzennym P,
- sprzężeniem ładunkowym C,
- odwróceniem czasu T.

11.2. WIELKOŚCI ZACHOWANE I SYMETRIE

Warunek zachowania wielkości fizycznej

Założenia:

- Układ fizyczny opisany hamiltonianem $\hat{H}$,
- obserwowalnej wielkości fizycznej *F* odpowiada operator hermitowski $\hat{F}$,
- oba operatory nie zależą od czasu.

Warunkiem zachowania wielkości *F* jest komutowanie $\hat{F}$ i $\hat{H}$ ($\longrightarrow$ slajd 10)

Równanie Schrödingera

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\hat{H}\psi \quad\Rightarrow\quad -i\hbar\frac{\partial\psi^*}{\partial t}=\psi^*\hat{H}$$

Warunek zachowania wielkości *F*

$$\frac{d}{dt}\left\langle\hat{F}\right\rangle=\frac{d}{dt}\int\psi^*\hat{F}\psi\,d\tau=\int\frac{\partial\psi^*}{\partial t}\hat{F}\psi\,d\tau+\int\psi^*\hat{F}\frac{\partial\psi}{\partial t}d\tau=$$

$$\frac{i}{\hbar}\int\psi^*(\hat{H}\hat{F}-\hat{F}\hat{H})\psi\,d\tau=\int\psi^*[\hat{H},\hat{F}]\psi\,d\tau$$

$$\boxed{[\hat{H},\hat{F}]=0 \;\Rightarrow\; \frac{d}{dt}\left\langle\hat{F}\right\rangle=0}$$

Transformacje unitarne i symetrie

Operator transformujący funkcję falową

$$\psi'(\vec{r},t)=\hat{U}\psi(\vec{r},t)$$

Operacja odwrotna

$$\hat{U}^{-1}\psi'=\hat{U}^{-1}\hat{U}\psi=\psi$$

Warunek normalizacji

$$\int \psi^* \psi \, d\tau = 1 = \int \psi'^* \psi' \, d\tau = \int (\hat{U}\psi)^* \hat{U}\psi \, d\tau = \int \psi^* \hat{U}^+ \hat{U} \psi \, d\tau$$

↑

def. operatora hermitowsko sprzężonego

Unitarność operatora $\hat{U}$:

$$\boxed{\hat{U}^+\hat{U} = \hat{U}\hat{U}^+ = 1}$$

$$\hat{U}^+\hat{U} = 1 \quad \Rightarrow \quad \hat{U}^+ \underbrace{\hat{U}\hat{U}^{-1}}_{1} = \hat{U}^{-1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\hat{U}^+ = \hat{U}^{-1}}$$

Operacja symetrii

Układ fizyczny opisany funkcją falową ψ

jest niezmienniczy względem operacji $\hat{U}$

jeżeli ψ i $\psi' = \hat{U}\psi$ spełniają to samo

równanie Schrödingera.

Wówczas $\hat{U}$ operatorem symetrii.

Hamiltonian niezmienniczy względem transformacji $\hat{U}$

Zał.: $\hat{U}$ operatorem symetrii, tj.

$$\begin{cases} i\hbar \dfrac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi \\ i\hbar \dfrac{\partial \hat{U}\psi}{\partial t} = \hat{H}\hat{U}\psi \end{cases}$$

$$\big\downarrow$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{U}^{-1}\hat{H}\hat{U}\psi$$

$$\hat{H} = \hat{U}^{-1}\hat{H}\hat{U} \quad \Rightarrow \quad \hat{U}\hat{H} = \hat{H}\hat{U} \quad \Rightarrow \quad \boxed{[\hat{H},\hat{U}] = 0}$$

Hamiltonian komutuje z operatorem symetrii.

Przykłady transformacji

Transformacje ciągłe

- przesunięcie – związek z zasadą zachowania pędu i energii

- obroty – związek z zachowaniem momentu pędu (i izospinu)

Transformacje nieciągłe (Wykład 13)

- np. odbicie przestrzenne – związek z zachowaniem parzystości

11.3. UNITARNA TRANSFORMACJA CIĄGŁA

$$\hat{U} = e^{i\varepsilon\hat{F}} \approx 1 + i\varepsilon\,\hat{F} + \frac{(i\varepsilon\,\hat{F})^2}{2} + \ldots$$

gdzie ε – parametr rzeczywisty,

$\hat{F}$ – generator operatora $\hat{U}$.

$$\hat{U} = e^{i\varepsilon\hat{F}} \neq e^{-i\varepsilon\hat{F}} = \hat{U}^{+}$$ operator <u>nie hermitowski</u>

Dalej zakładamy ε bardzo małe.

$\hat{F}$ – operatorem hermitowskim

Dowód: z założenia unitarności operatora $\hat{U}$

$$1 = \hat{U}^+ \hat{U} = (1 - i\varepsilon \hat{F}^+)(1 + i\varepsilon \hat{F})$$

$$\approx 1 + i\varepsilon(\hat{F} - \hat{F}^+)$$

stąd $\hat{F} = \hat{F}^+.$

Wniosek: *F* wielkością obserwowalną (obserwablą).

F wielkością zachowaną

jeżeli $\hat{U} = 1 + i\varepsilon \hat{F}$ operatorem symetrii, tj. $[\hat{H},\hat{U}]=0$.

Dowód: $[\hat{H},\hat{U}] = 0$

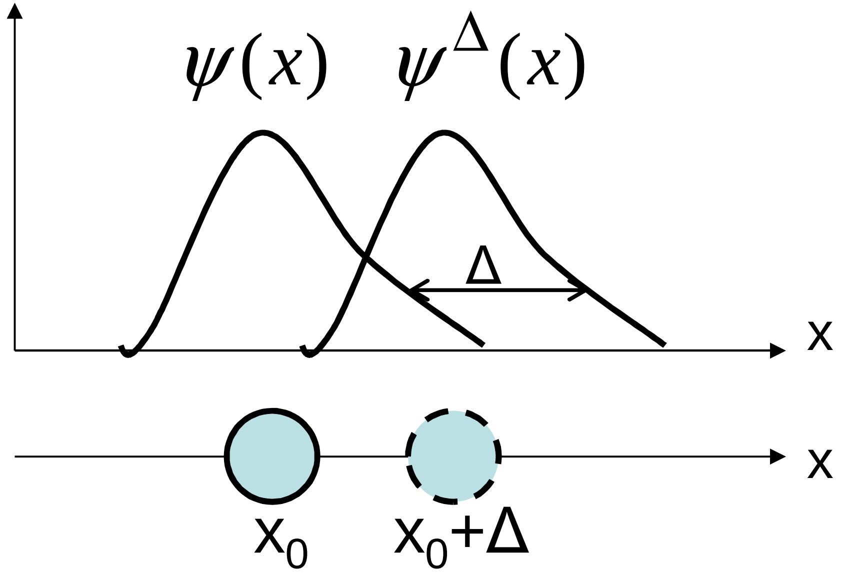
$$\hat{H}\,(1+ i\varepsilon \hat{F}) - (1+ i\varepsilon \hat{F})\,\hat{H} = 0$$

$$\hat{\hat{H}}\hat{F} - \hat{F}\hat{H} = 0 \quad \Rightarrow \quad [\hat{H},\hat{F}] = 0$$

11.4. ZACHOWANIE PĘDU

– NIEZMIENNICZOŚĆ WZGL. PRZESUNIĘCIA

Cząstka swobodna (układ cząstek) – ruch w kier. x



Transformacja

$$\psi^{\Delta}(x)=\hat{U}(\Delta)\psi(x)$$

Poszukiwanie unitarnego operatora symetrii $\hat{U}$, (i odpowiedniego generatora $\hat{F}$) który zapewni niezmienniczość układu, tj.:

$$\boxed{\psi(x)=\psi^{\Delta}(x+\Delta)}$$

Dla nieskończenie małego przesunięcia Δ:

$$\psi(x)\approx\psi^{\Delta}(x)+\frac{d\psi^{\Delta}}{dx}\Delta=(1+\Delta\frac{d}{dx})\psi^{\Delta}(x);$$

mnożymy lewostronnie przez $\left(1-\Delta\frac{d}{dx}\right)$.

Poszukiwanie unitarnego operatora symetrii,

który zapewni niezmienniczość układu (ciąg dalszy)

$$\psi^{\Delta}(x) \approx (1-\Delta\frac{d}{dx})\psi(x)$$

$$\hat{U} \approx 1-\Delta\frac{d}{dx} = 1+i\Delta\hat{F}$$

$$\hat{F} = i\frac{d}{dx} = -\frac{1}{\hbar}\left(-i\hbar\frac{d}{dx}\right) = -\frac{1}{\hbar}\,\hat{p}_x$$

$$[\hat{H},\hat{F}]=0 \qquad \Rightarrow \qquad [\hat{H},\hat{p}_x]=0$$

Spełniony warunek zachowania pędu.

Spełnienie równania Schrödingera przez $\psi(x), \psi^{\Delta}(x)$

1) $$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = \hat{H}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi$$

2) $$\hat{H}\psi^{\Delta} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\hat{\psi}^{\Delta} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}(\hat{U}\psi)$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\hat{U}-1\right)\frac{d^2}{dx^2}\psi = \left(\hat{U}-1\right)\hat{H}\psi$$

$$= i\hbar\left(\hat{U}-1\right)\frac{\partial}{\partial t}\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}(\hat{U}\psi) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi^{\Delta}$$

11.5. ZACHOWANIE ENERGII

NIEZMIENNICZOŚĆ WZGL. PRZESUNIĘCIA W CZASIE

L.I.Schiff, Mechanika kwantowa, PWN, W-wa 1977, s.176

Układ fizyczny przesuwamy w czasie $\psi^{\tau}(t)=\hat{U}(\tau)\psi(t)$

Szukamy unitarnego operatora symetrii, który zapewni <u>niezmienniczość</u> układu przy przesunięciu infinitezymalnym

$$\psi(t)\overset{\downarrow}{=}\psi^{\tau}(t+\tau)\approx(1+\tau\frac{d}{dt})\psi^{\tau}(t)$$

$$\psi^{\tau}(t)=(1-\tau\frac{d}{dt})\psi(t)$$

Unitarny operator symetrii

(przy wykorzystaniu równania Schrödingera z czasem)

$$\hat{U} \approx 1 - \tau \frac{d}{dt} = 1 + \frac{i}{\hbar} \tau \hat{H}$$

Ten operator komutuje z hamiltonianem,
zatem funkcje

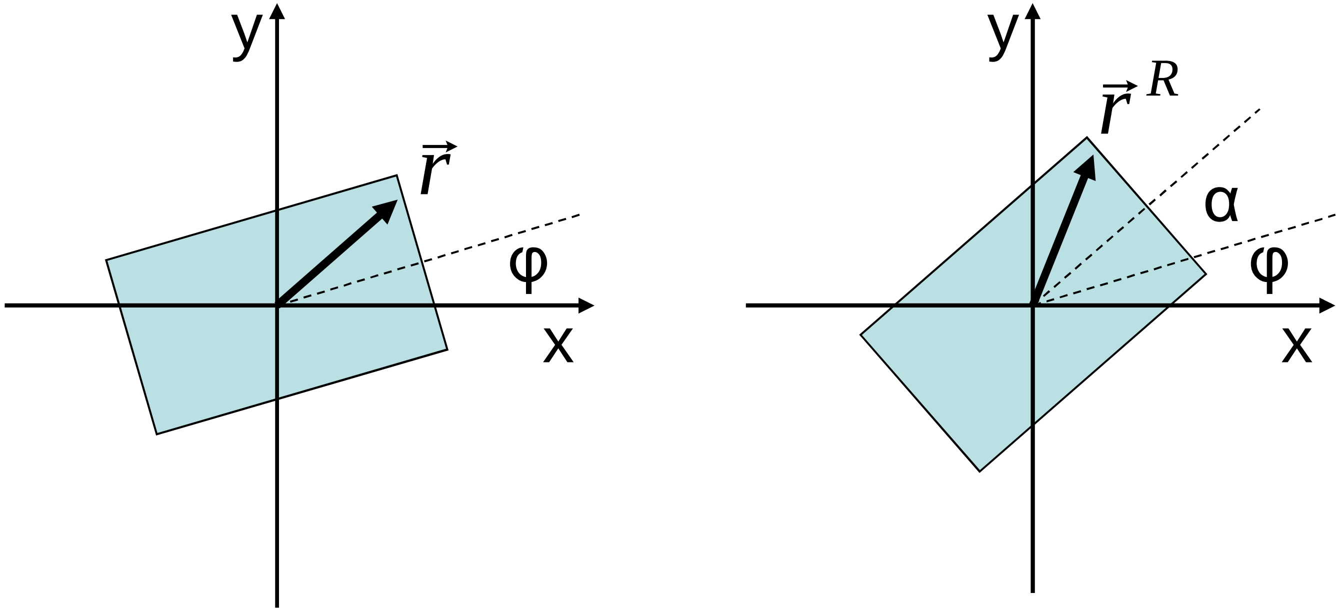
$$\psi^{\tau}(t) = \hat{U}\psi(t) \quad i \quad \psi(t)$$

spełniają to samo równanie Schrödingera;
układ jest niezmienniczy względem transformacji $\hat{U}$.

11.6. MOMENT PĘDU I IZOSPIN

NIEZMIENNICZOŚĆ WZGLĘDEM OBROTÓW

Układ fizyczny w płaszczyźnie x,y (położenie określone przez kąt φ) obracamy o kąt α dookoła osi z.



Zakładamy brak sił zewnętrznych (lub siły centralne)

Rotacja przeprowadza punkt $\vec{r}$ w punkt $\vec{r}^{\,R}$

$$\vec{r} \;\rightarrow\; \vec{r}^{\,R} = R_z(\alpha)\,\vec{r}$$

Transformacja funkcji falowej

$$\psi(\vec{r}) \;\rightarrow\; \psi^R(\vec{r}) = \hat{U}_z(\alpha)\,\psi(\vec{r})$$

Warunek niezmienniczości względem obrotu

$$\boxed{\psi(\vec{r}) \;=\; \psi^R(\vec{r}^{\,R})}$$

Obrót o bardzo mały kąt $\delta\alpha$

$$\psi(\vec{r}) = \psi^R(\vec{r}^R) \approx \psi^R(\vec{r}) + \frac{\partial \psi^R(\vec{r})}{\partial \varphi}\delta\alpha$$

$$= \left(1 + \delta\alpha \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)\psi^R(\vec{r})$$

mnożymy przez $\left(1 - \delta\alpha \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)$, zaniedbujemy $(\delta\alpha)^2$

$$\psi^R(\vec{r}) = \left(1 - \delta\alpha \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)\psi(\vec{r}) = \hat{U}_z(\delta\alpha)\,\psi(\vec{r})$$

Zachowanie orbitalnego momentu pędu

$$\hat{U}_z(\delta\alpha)=1-\delta\alpha\frac{\partial}{\partial\varphi}=1+i\varepsilon\hat{F}$$

$$\varepsilon=\delta\alpha, \quad \hat{F}=i\frac{\partial}{\partial\varphi}=-\frac{\hat{L}_z}{\hbar}$$

$$[\hat{H},\hat{F}]=0 \quad \Rightarrow \quad [\hat{H},\hat{L}_z]=0$$

Tu: zachowanie z-towej składowej orbitalnego mom. pędu.

Ogólnie: $[\hat{H},\hat{\vec{J}}]=0$

Z podręcznika mechaniki kwantowej

$$x = r\sin\vartheta\cos\varphi, \quad y = r\sin\vartheta\sin\varphi, \quad z = r\cos\vartheta$$

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r)$$

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{\hat{L}^2}{\hbar r^2}$$

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2\left(\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta} + \frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right)$$

$$\boxed{\hat{L}_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}}$$

Niezmienniczość względem obrotów

w przestrzeni izospinu

→ zachowanie izospinu,

w fizyce jądrowej spełnione w przybliżeniu

z powodu oddziaływania kulombowskiego

i słabego

(Wykład 4).

Wykład 12

ADDYTYWNE PRAWA ZACHOWANIA

12.1. ŁADUNKI Q, B, L_i I $L = \Sigma L_i$

Ładunek	Symbol	Zachowanie
elektryczny	$Q = q/\|e\|$	ścisłe
barionowy	B	ścisłe (?)
leptonowy elektronowy	L_e	przybliżone
mionowy	L_μ	przybliżone
taonowy	L_τ	przybliżone
sumaryczny	$L = \Sigma L_i$	?

Notacja/terminologia

$Q = q/|e|$ – ładunek elektryczny bezwymiarowy

B – ładunek barionowy = liczba barionowa

L_i – ładunki leptonowe = liczby leptonowe

Addytywny charakter rozważanych praw zachowania,

przykład rozpadu β^{-} neutronu

$$
\begin{array}{lcccccc}
 & n \rightarrow & p + & e^{-} + & \bar{\nu}_e & & \\
Q & 0 & 1 & -1 & 0 & \Rightarrow & \Delta Q = 0 \\
B & 1 & 1 & 0 & 0 & \Rightarrow & \Delta B = 0 \\
L_e & 0 & 0 & 1 & -1 & \Rightarrow & \Delta L_e = 0
\end{array}
$$

12.2. ZACHOWANIE ŁADUNKU ELEKTRYCZNEGO *Q*

Rozpad $e^- \rightarrow \nu_e + \gamma$

wzbroniony tylko przez zasadę zachowania ładunku.

Gdyby ten rozpad zachodził, obserwowalibyśmy

promieniowanie γ o energii ok. $m_ec^2/2=255.5$ keV.

Wynik poszukiwania negatywny (H.O. Back et al. 2002):

$T_{1/2} > 4.6 \cdot 10^{26}$ lat – poziom ufności 90%.

(ten wynik podawany przez Particle Data Group 2014)

Poszukiwanie rozpadu $e^{-} \rightarrow \gamma + \nu_e$

H.O. Back et al. (M. Wójcik, UJ), Physics Letters B525 (2002) 29

Podziemne laboratorium Gran Sasso

Detektor CTF (Counting Test Facility) – prototyp detektora Borexino

Detektor Borexino

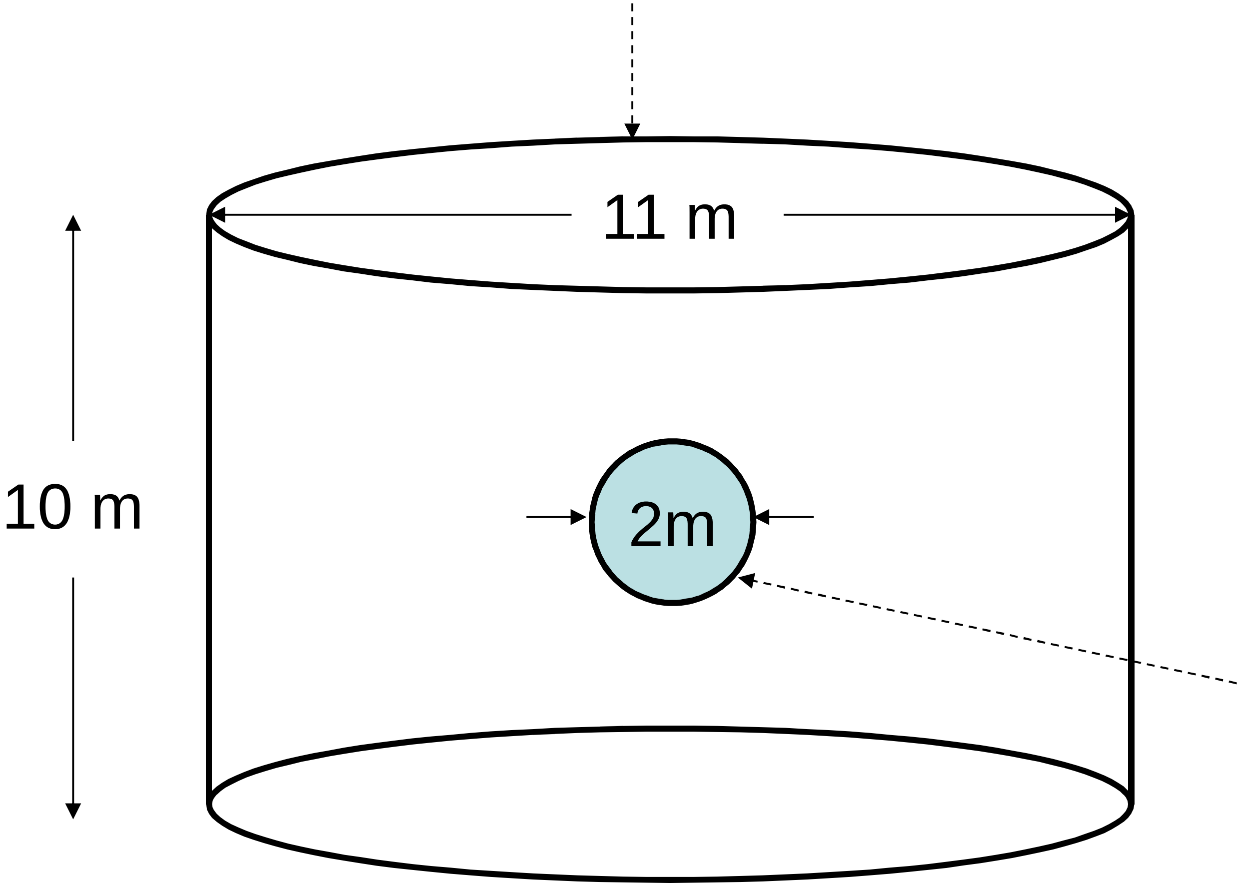
dla pomiaru strumienia neutrin słonecznych 0.86 MeV z rozpadu

$^{7}\text{Be} \rightarrow {}^{7}\text{Li}$

poprzez badanie sprężystego rozproszenia neutrin na elektronach w skrajnie czystym scyntylatorze ciekłym (300 ton).

Wójcik i in., *Astronomia neutrin słonecznych*, Postępy Fizyki 53(2002)261

Detektor CTF w Gran Sasso



zbiornik z 1000 ton skrajnie czystej wody

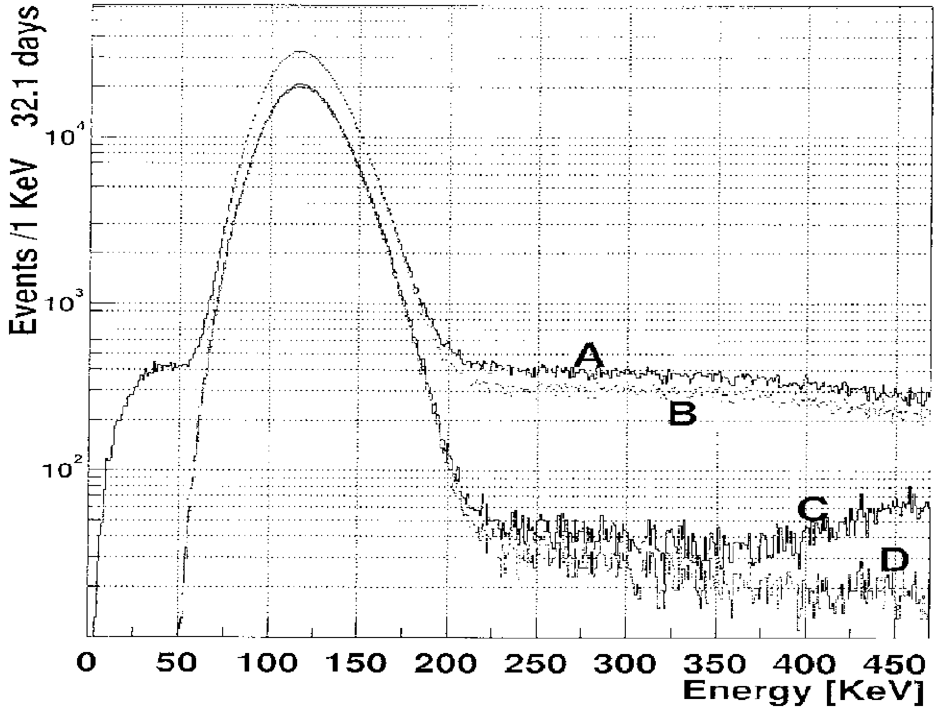
Roztwór scyntylatora PPO (1.5 g/litr) w cieczy $C_{16}H_{18}$ (łącznie 4 tony) w powłoce nylonowej.
Na zewnątrz powłoki 100 fotopowielaczy.

Pomiar 32 dni.

Potrzeba bardzo niskiego tła

Staranne oczyszczenie scyntylatora – ilość ^{238}U i ^{232}Th $\leq 10^{-16}$ g/g.
Fotopowielacze ze szkła o niskim poziomie radioaktywności.

Tło poniżej 200 keV – głównie promieniowanie beta ^{14}C (K_{max}=156 keV)



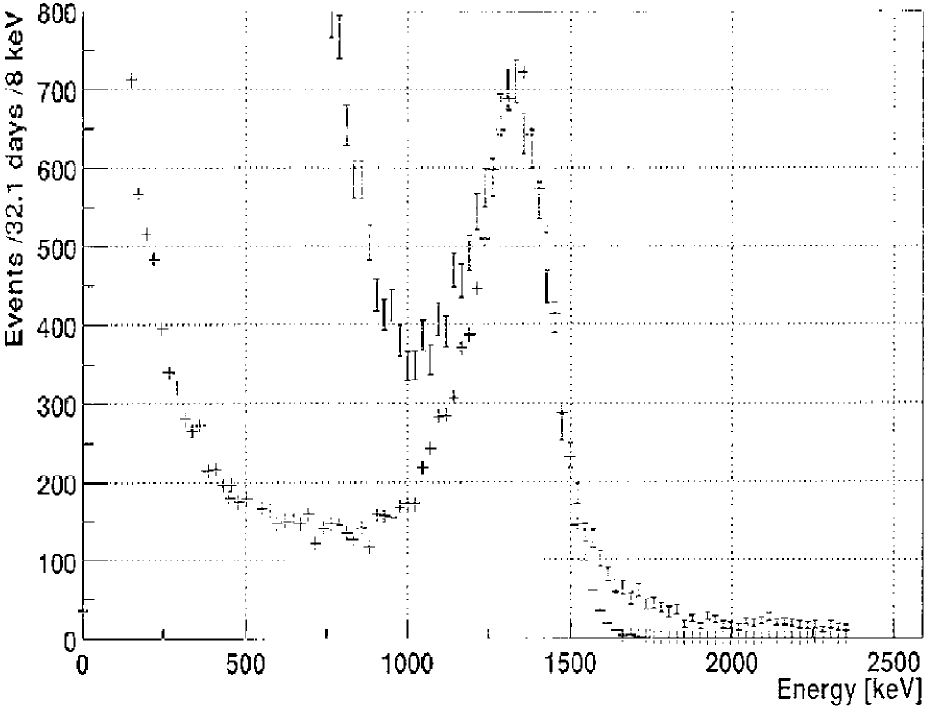
A – wyniki „surowe”,

B – obcięcie mionów,

C – obcięcie do R=1m,

D – odróżnienie α/β.

Widmo tła izotopu ^{40}K – linia gamma 1460 keV



Górna krzywa – pomiar

Dolna krzywa – symulacja Monte Carlo

Widmo gamma ^{40}K i widmo beta ^{14}C wykorzystano do celów kalibracyjnych.

12.3. ZACHOWANIE *Q* I TRANSFORMACJA CECHOWANIA

Dla stanu o ładunku q funkcja falowa ψ_q;

zakładamy, że ta funkcja spełnia równanie Schrödingera

$$i\hbar \frac{d\psi_q}{dt} = \hat{H}\psi_q$$

Operator ładunku elektr. (niezależny od czasu, hermitowski)

$$\hat{Q}\psi_q = q\psi_q$$

Transformacja cechowania

$$\psi'_q = e^{i\varepsilon\hat{Q}}\psi_q$$

gdzie ε – parametr rzeczywisty.

Niezmienniczość wzgl. transformacji cechowania

oznacza: ψ'_q spełnia to samo równanie Schrödingera co ψ_q

$$i\hbar \frac{d\psi'_q}{dt} = \hat{H}\psi'_q \,, \qquad\qquad i\hbar \frac{d\psi_q}{dt} = \hat{H}\psi_q$$

$$i\hbar \frac{d}{dt}(e^{i\varepsilon\hat{Q}}\psi_q) = \hat{H}\, e^{i\varepsilon\hat{Q}}\psi_q$$

$$\times\, e^{-i\varepsilon\hat{Q}} \;\; lewostronnie$$

$$e^{-i\varepsilon\hat{Q}}\hat{H}\, e^{i\varepsilon\hat{Q}}\psi_q = i\hbar \frac{d}{dt}(\underbrace{e^{-i\varepsilon\hat{Q}}\, e^{i\varepsilon\hat{Q}}}_{1}\psi_q) = \hat{H}\psi_q$$

$$\boxed{e^{-i\varepsilon\hat{Q}}\hat{H}\, e^{i\varepsilon\hat{Q}} = \hat{H}}$$

Zachowanie ładunku elektrycznego

Wielkość parametru dowolna; dla bardzo małego ε możemy zaniedbać człony z ε^2

$$(1 - i\varepsilon\,\hat{Q})\,\hat{H}\,(1 + i\varepsilon\,\hat{Q}) = \hat{H}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{[\hat{Q}, \hat{H}\,] = 0}$$

Komutowanie operatora *Q* z hamiltonianem *H* oznacza zachowanie ładunku.

Połączenie elektryczności (*Q*) z mechaniką kwantową (ψ)!

12.4. KWESTIA ZACHOWANIA LICZBY *B*

Liczba barionowa zachowana

we wszystkich rozpadach i reakcjach dotąd obserwowanych,

np. w reakcji odkrycia antyprotonu

$$\begin{array}{lcccccc} & p & + p & \to p & + \bar{p} & + p & + p \\ B & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array}$$

Opis jak dla ładunku Q

z zastosowaniem transformacji $$\psi'_b = e^{i\varepsilon\hat{B}}\psi_b$$

Pochodzenie tej transformacji cechowania nieznane.
Zapewnienie zachowania *B* tylko w sposób formalny.

Teoretyczne przewidywania rozpadu protonu

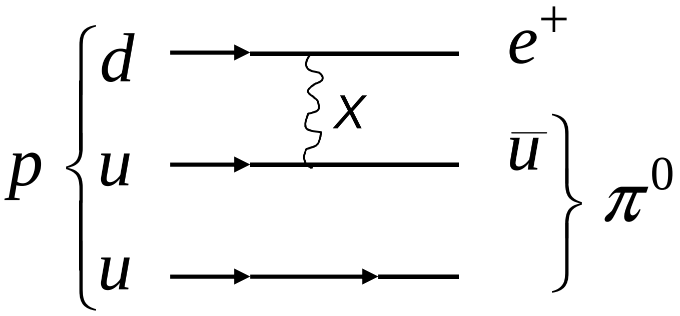
(wyjście poza Model Stand. – niezachowanie liczby barionowej)

D.H. Perkins, Wstęp do fizyki wysokich energii (rodz. 9), PWN, W-wa 2004

UGT – Grand Unified Theory – teoria wielkiej unifikacji

próba połączenia teorii oddziaływań elektrosłabych i oddziaływań silnych, możliwość przekształcania się kwarków w leptony w wyniku wymiany bozonów cechowania X (Q= –4/3) i Y (Q=–1/3) o wielkich masach.

Jeden z najbardziej prawdopodobnych kanałów rozpadu: $p \rightarrow e^+ + \pi^0$



plus trzy diagramy
z wymianą bozonu Y

M_X rzędu 10^{14} GeV/c^2

Masa bozonu b. duża → prawdopodob. rozpadu b. małe

GUT: średni (parcjalny) czas życia dla $p \rightarrow e^{+} + \pi^{0}$

$$\underset{\substack{\uparrow\\ \text{rozgałęzienie (branching)}}}{\tau / b}(p \rightarrow e^{+}\pi^{o}) = 10^{31\pm1}\, y$$

SUSY-GUTs – modele GUT uwzględniające supersymetrie

(tj. symetrie między fermionami i bozonami)

przewidują m. in.

- znaczne spowolnienie rozpadu $p \rightarrow e^{+} + \pi^{0}$,
- przedział $10^{32}\, y < \tau/b < 10^{35}\, y$ dla rozpadu $p \rightarrow \nu K^{+}$.

12.5. DAWNE OCENY STABILNOŚCI NUKLEONÓW

Granica średniego czasu życia p i n w jądrach ^{130}Te

J.C.Evans & R.I.Steinberg, Science 197 (1977) 989

$$\tau > 1.6 \times 10^{25}\ lat$$

U podstaw oszacowania:

Wyniki pomiaru zawartości izotopów ksenonu w rudzie telluru

(której wiek ocenia się na (2.46±0.08) x 10^9 lat)

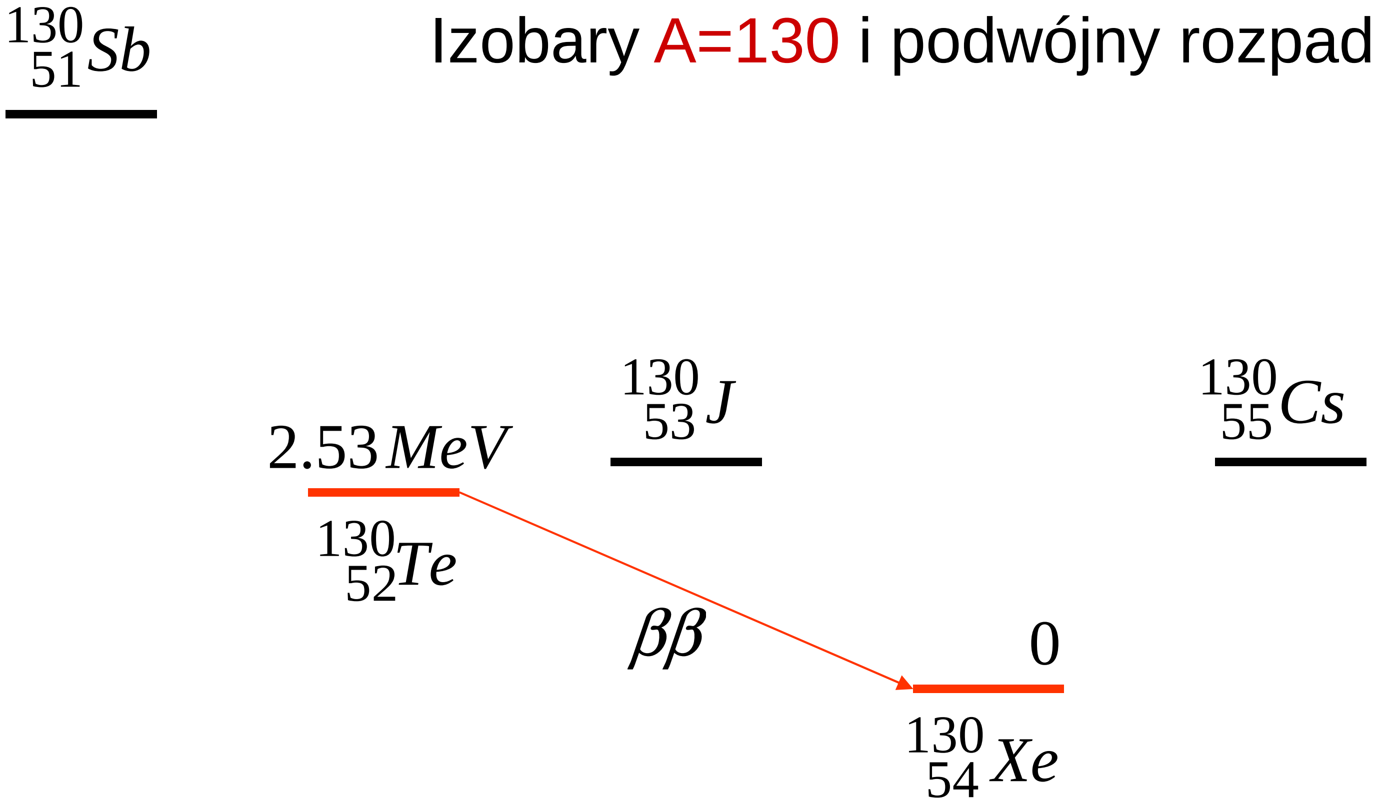
z pracy poświęconej rozpadowi $\beta\beta$ izotopów ^{130}Te i ^{128}Te

E.W. Hennecke et al., Phys. Rev. C11 (1975) 1378

Z tablicy nuklidów

Trwałe izotopy telluru: ^{120}Te, $^{122}Te \div {}^{126}Te$, ^{128}Te, ^{130}Te (34%)
(uwaga: ^{129}Te – nietrwały!)

Izobary A=130 i podwójny rozpad β



Zawartość *Xe* w rudzie telluru (wygrzanej do 600 ^{0}C) i w atmosferze

izotop	zawartość w rudzie *)	składowa atmosfer.	nadmiar
^{128}Xe	0.63	0.34	0.29
^{129}Xe	11.0	4.63	6.37
^{130}Xe	509.7	0.72	509.0 **)
^{131}Xe	6.27	3.71	2.56
^{132}Xe	4.71	4.71	–

*) Jednostka: 10^{-13} cm^3 gazu (w war. standard.)
na 1 g rudy

**) Nadmiar ^{130}Xe wskutek podwójnego rozpadu beta ^{130}Te,
średni czas życia $\tau_{\beta\beta} = 1.4 \times 10^{21}$ lat

Rozpad ^{130}Te ze zmianą liczby barionowej

energia wzbudzenia jądra ↓ energia separacji nukleonu ↓

zniknięcie protonu → ^{129}Sb, $E^* = E_b - 10.0$ MeV

zniknięcie neutronu → ^{129}Te, $E^* = E_b - 8.4$ MeV

↑ energia wiązania nukleonu

Oszacowania na gruncie modelu powłokowego

dla części stanów E^* małe – emisja γ zamiast nukleonu, potem rozpad β:

$${}^{129}_{51}Sb \xrightarrow{4.4h} {}^{129}_{52}Te \xrightarrow{1.2h} {}^{129}_{53}J \xrightarrow{1.6\times 10^7\ a} {}^{129}_{54}Xe$$

Interpretacja nadmiaru ^{129}Xe

Nadmiar ^{129}Xe w rudzie telluru mogłyby świadczyć
o rozpadzie protonu lub neutronu
ze średnim czasem życia 5.8×10^{24} lat
ale zapewne należy go łączyć z promieniowaniem
kosmicznym, np.:

- z wychwytem spowolnionych mionów przez jądra ^{130}Te,

- z wychwytem wtórnych neutronów przez ^{128}Te.

Oszacowanie wkładu tych procesów

→ dolna granica średniego czasu życia nukleonu:

$$\tau > 1.6 \times 10^{25} \text{ lat}$$

Późniejsza ocena stabilności nukleonów

„Search for nucleon decay using the IMB-3 detector”

C. McGrew et al. (D. Kiełczewska), Phys. Rev. D59 (1999) 052004

IMB-3 – wodny detektor promieniowania Czerenkowa
masa wydzielonego obszaru (fiducial mass) – 3.3 kton
2048 fotopowielaczy

Podziemne lab. w USA (Fair Salt Mine, Kansas) na głębokości ca 600 m

Pomiary 835 dni
badane rozpady: 18 kanałów dla neutronu, 22 kanały dla protonu

Wyniki m.in.

$$\begin{cases} \tau / b(p \to e^{+}\pi^{0}) > 5.4\times10^{32}\ y \\ \tau / b(p \to \mu^{+}\pi^{0}) > 4.73\times10^{32}\ y \end{cases}$$

12.6. POSZUKIWANIE 2 KANAŁÓW ROZPADU PROTONU

z zastosowaniem wodnego detektora Czerenkowa Super-Kamiokande

Protonowa aktywność H_2O przy założeniu $\tau = 10^{33}$ y

- masa cząsteczkowa ca 18, liczba protonów 2+8
- liczba protonów w 1 kg wody: $6.02 \times 10^{26} \times 10 / 18 \approx 3.34 \times 10^{26}$
- liczba protonów w 1 tonie wody: 3.34×10^{29}
- aktywność 22.5 kton wody

$$N = 3.34 \times 10^{29} \times 22.5 \times 10^{3} = 7.5 \times 10^{33}$$

$$A = N / \tau = 7.5 \times 10^{33} / 10^{33} \text{ lat} = 7.5 \text{ rozp. na rok.}$$

„Search for proton decay via $p \rightarrow e^{+}+\pi^{0}$ and $p \rightarrow \mu^{+}+\pi^{0}$ ...”

H.Nishina et al. (D. Kiełczewska), Phys. Rev. Lett. 102 (2009) 141801

Super-Kamiokande Collaboration

Podziemne laboratorium

Detektor: 50 kton wody,

w tym 22.5 kton – wewnętrzny obszar (*fiducial volume*)
dla rejestrowania aktów rozpadu,
„widziany” przez 11146 fotopowielaczy.

Detekcja promieniowania Czerenkowa (p-kt 9.7)

$$\begin{cases} 1 \text{ pierścień} – e^{+} \text{ lub } \mu^{+} \\ 2 \text{ pierścienie} – e^{-} \text{ wtórne od fotonów z rozp. } \pi^{0}\rightarrow 2\gamma \end{cases}$$

(akceptowane przypadki ucieczki 1 γ)

Dwuciałowy rozpad 2 swobodnych protonów

(jąder wodoru w cząsteczce H_2O)

pęd leptonu = pęd mezonu

$$Q = (m_p^2 - m_{lept}^2 - m_\pi^2)\, c^2 = K_{lept} + K_\pi$$

Zestawienie energii (w MeV)

dla rozważanych kanałów rozpadu

kanał	Q	K_e	K_μ	K_π
$p \rightarrow e^+ + \pi^0$	803	459	–	344
$p \rightarrow \mu^+ + \pi^0$	698	–	360	338

Rozpad 8 protonów związanych w jądrze tlenu

Zakłada się, że prawdopodobieństwo rozpadu protonu związanego takie samo jak dla swobodnego, należy jednak uwzględnić możliwość absorpcji π^0 w jądrze.

Rozkład pędów i energii
inny niż dla rozpadu swobodnych protonów
ze względu na ruch Fermiego
i energię wiązania tych protonów w jądrze.

Pomiary

1996-2001 – etap I

2001 – zniszczenie znacznej liczby fotopowielaczy
przy napełnianiu detektora wodą
(fala uderzeniowa);
rekonstrukcja detektora

2002-2005 – etap II

Tło od neutrin atmosferycznych

Teoretyczna ocena wkładu procesów, jak np. $\nu N \to l N' \pi^0$,

(N – nukleon, l – lepton)

Wyniki końcowe

$$\begin{cases} \tau / b(p \to e^+ \pi^0) > 8.2 \times 10^{33}\ y \\ \tau / b(p \to \mu^+ \pi^0) > 6.6 \times 10^{33}\ y \end{cases}$$

12.7. POSZUKIWANIE ROZPADU $p \to \nu + K^+$

K. Abe et al. (Super-Kamiokande Collaboration), PR D90 (2014) 072005

Większość modeli SUSY-GUTs przewiduje zachowanie $B - L$
co oznacza, że w rozpadzie powstaje antyneutrino.

Modele SUSY-GUTs przewidują, że kanał rozpadu $p \to \nu + K^+$
ma średni parcjalny czas życia $10^{32} < \tau/b < 10^{35}$).

Nie ma możliwości doświadczalnego odróżnienia

- neutrina od antyneutrina,
- zapachu e, μ lub τ,
- neutrina od innej cząstki o małej masie, np. gravitino*).

---

*) hipotetyczna cząstka elementarna – składnik ciemnej materii
– supersymetryczny odpowiednik grawitonu.

Detektor Super-Kamiokande

Pomiary: kwiecień 1996 – luty 2014

Mezony K^+ nie obserwowane bezpośrednio, bo ich pęd poniżej progu dla promieniowania Czerenkowa (560 MeV/c).

Większość K^+ rozpada się w spoczynku; ich identyfikacja

poprzez kanały rozpadu $$K^+ \to \begin{cases} \mu^+ + \nu_\mu & 236\ MeV/c \\ \pi^+ + \pi^0 & 205\ MeV/c \end{cases}$$

Wynik końcowy: $\tau / b > 5.9\ \times 10^{33}\ y$

12.8. Kwestia zachowanie liczb leptonowych L_i

Obserwowane dotychczas procesy rozpadu lub reakcji z udziałem leptonów (Wykład 7) zachodzą zgodnie z podanymi niżej regułami wyboru

$$\Delta L_e = 0, \quad \Delta L_\mu = 0, \quad \Delta L_\tau = 0$$

oraz $\Delta L = \Delta(L_e + L_\mu + L_\tau) = 0$.

Zaobserwowanie w przyszłości rozpadu protonu – np. kanału $p \rightarrow e^+ + \pi^0$ – oznaczałoby odstępstwo od tych reguł.

Odstępstwo od prawa zachowania liczb L_i

Oscylacje neutrin

– proces obserwowany (Wykłady 9 i 10)

- niezachowanie L_i
- zachowanie $L = \Sigma L_i$ (!)

Podwójny rozpad beta bez emisji neutrin

– proces poszukiwany (Wykład 8)

- niezachowanie L_i oraz $L = \Sigma L_i$

Wykład 13

TRANSFORMACJE *P, C, T* I PRAWA ZACHOWANIA

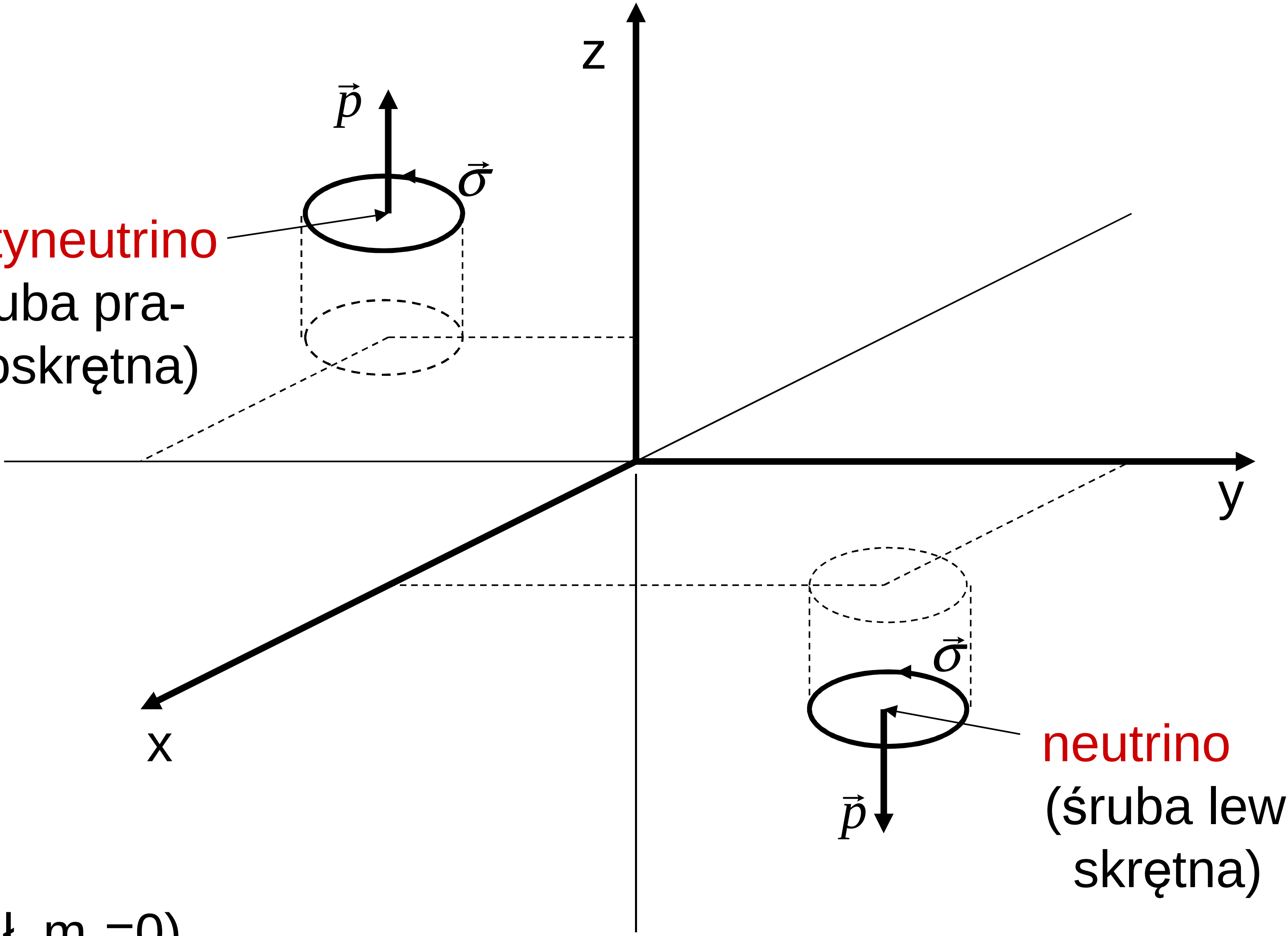
13.1. DEFINICJE I PRZYKŁADY

Transformacja	definicja	skutek
odbicie przestrzenne *P*	$\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$	$\vec{p} \rightarrow -\vec{p}, \;\; \vec{J} \rightarrow \vec{J}$
sprzężenie ładunkowe *C*	$N \rightarrow -N$	cząstka → antycząst.
odwrócenie czasu *T*	$t \rightarrow -t$	$\vec{p} \rightarrow -\vec{p}, \;\; \vec{J} \rightarrow -\vec{J}$

Komentarze:

- moment pędu $\vec{J}$ pseudowektorem, np. $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$
- w fizyce jądrowej *N* = *Q*, *B*, *L* (i *S* – dziwność).

Odbicie przestrzenne *P* i sprzężenie ładunkowe *C*



antyneutrino
(śruba pra-
woskrętna)

neutrino
(śruba lewo-
skrętna)

(zał. $m_{\nu}=0$)

Komentarze:

1. Zastosowanie operacji *P* przeprowadza
   antyneutrino prawoskrętne
   w stan nieistniejący (w Modelu Stand.)
   – antyneutrino lewoskrętne.

2. Zastosowanie operacji *C* przeprowadza
   antyneutrino prawoskrętne
   w stan nieistniejący (w Modelu Stand.)
   – neutrino prawoskrętne.

3. Łączne zastosowanie operacji *P* i *C* przeprowadza
   antyneutrino prawoskrętne
   w neutrino lewoskrętne.

4. Zastosowanie operacji *T* przeprowadza
   neutrino lewoskrętne
   w neutrino lewoskrętne
   poruszające się w przeciwnym kierunku

13.2. PRAWO ZACHOWANIA PARZYSTOŚCI

Funkcja falowa cząstki w polu centralnym (współrz. sferycz.)

$$\psi_{nlm}(\vec{r}) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi)$$

Transformacja *P*

$$\vec{r} \to -\vec{r}$$

$$r \to r, \quad \theta \to \pi - \theta, \quad \varphi \to \varphi + \pi$$

$$Y_{lm}(\pi - \theta, \varphi + \pi) = (-1)^l Y_{lm}(\theta,\varphi)$$

$$\psi_{nlm}(-\vec{r}) = (-1)^l \psi_{nlm}(\vec{r})$$

Terminologia

f. falowa parzysta (parzystość f.f. dodatnia) $\psi(-\vec{r}) = +\psi(\vec{r})$

f. falowa nieparzysta (parzystość f.f. ujemna) $\psi(-\vec{r}) = -\psi(\vec{r})$

Operator odbicia przestrzennego $\hat{U}=\hat{P}$

Działanie na funkcję falową

$$\hat{P}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r})$$

$$\hat{P}^2\psi(\vec{r}) = \hat{P}\psi(-\vec{r})=\psi(\vec{r}) \quad \Rightarrow \quad \hat{P}^2=1 \quad \Rightarrow \quad \hat{P}=\hat{P}^{-1}$$

Wniosek:

Jeżeli zażądamy unitarności operatora odbicia przestrzen.

$$\hat{P}^{+} = \hat{P}^{-1}$$

to operator ten jest hermitowski

$$\hat{P} = \hat{P}^{-1} = \hat{P}^{+}$$

i reprezentuje wielkość fizyczną obserwowalną.

Założenie niezmienniczości $\hat{H}$ względem operacji *P*

$$[\hat{H},\hat{P}]=0$$

$$\hat{H}\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$$

$$\hat{H}\hat{P}\psi(\vec{r}) = \hat{P}\hat{H}\psi(\vec{r}) = \hat{P}E\psi(\vec{r}) = E\hat{P}\psi(\vec{r})$$

$$\psi'(\vec{r}) \equiv \hat{P}\psi(\vec{r})$$

$$\hat{H}\psi'(\vec{r}) = E\psi'(\vec{r})$$

Funkcje *Ψ'* i *Ψ* spełniają równanie Schrödingera odpowiadające tej samej wartości własnej *E*, tj. opisują ten sam stan, i muszą być proporcjonalne.

Parzystość funkcji falowej

Proporcjonalność *Ψ'* i *Ψ*,
przy współczynniku proporcjonalności *P*, oznacza

$$\hat{P}\psi(\vec{r}) = P\ \psi(\vec{r})$$

$$\hat{P}^2\psi(\vec{r}) = P^2\psi(\vec{r}) = \psi(\vec{r}) \qquad \Rightarrow \qquad P = \pm 1$$

Jeżeli $\hat{P}\psi(\vec{r}) = \psi(\vec{r})$ funkcja falowa parzysta, *P* = +1,

jeżeli $\hat{P}\psi(\vec{r}) = -\psi(\vec{r})$ funkcja falowa nieparzysta, *P* = – 1.

Liczbę kwantową *P* nazywamy parzystością

funkcji falowej (parzystością stanu).

Rozpad A → B + C

f. falowe stanów wewnętrznych $\psi_A, \; \psi_B, \; \psi_C$

(zakładamy, że parzystości tych funkcji są określone!)

f. falowa stanu końcowego (ruch względny)

$$\psi_f = \psi_B \cdot \psi_C \cdot \overbrace{(R(r) \cdot Y_{lm})}$$

$$\hat{P}\psi_f = \hat{P}\psi_B \cdot \hat{P}\psi_C \cdot \hat{P}(R(r)Y_{lm})$$

Multiplikatywne prawo zachowania parzystości

$$\boxed{P_A = P_f = P_B \cdot P_C \cdot (-1)^l}$$

Reakcja a + b → c + d

Funkcja falowa stanu początkowego

$$\psi_i = \psi_a \cdot \psi_b \cdot (R_i \, Y_{l_i m_i})$$

Funcja falowa stanu końcowego

$$\psi_f = \psi_c \cdot \psi_d \cdot (R_f \, Y_{l_f m_f})$$

Multiplikatywne prawo zachowania parzystości

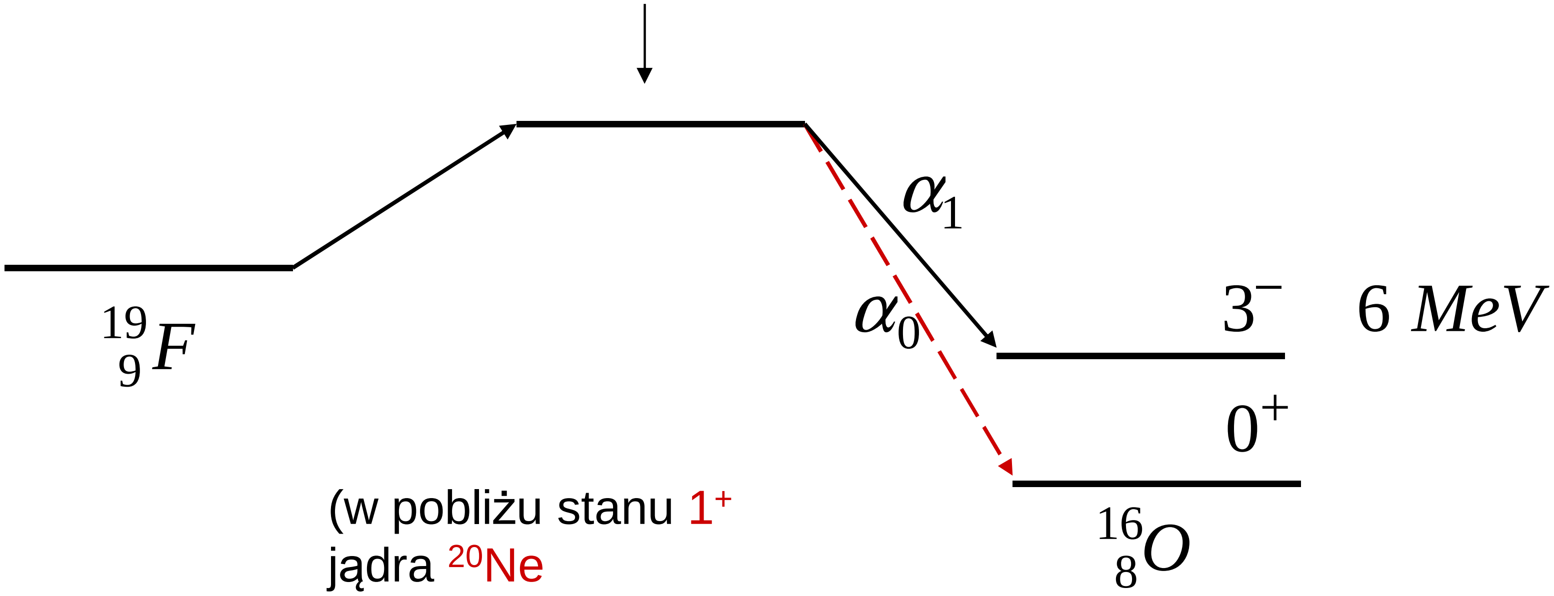
$$\boxed{P_a \cdot P_b \cdot (-1)^{l_i} = P_c \cdot P_d \cdot (-1)^{l_f}}$$

13.3. ZACHOWANIE *P* W ODDZIAŁYWANIACH SILNYCH I ELEKTROMAGNETYCZNYCH

jądro złożone

↓

$$p + {}^{19}_{9}F \rightarrow {}^{20}_{10}Ne^*(14\,MeV\,1^+) \rightarrow {}^{16}_{8}O + \alpha$$



(w pobliżu stanu 1^+
jądra ^{20}Ne
są stany 1^- !)

Rozpad α stanu wzbudzonego ^{20}Ne

$$ {}^{20}_{10}Ne^*(J^P) \rightarrow {}^{16}_{8}O(0^+) + \alpha(0^+) $$

Reguły wyboru dla rozpadu *α*:
$$\begin{cases} \vec{J}_i = \vec{J}_f + \vec{l}, \\ P_i = P_f \times (-1)^l \end{cases}$$

rozpad $J^P=1^+ \rightarrow 0^+$ wzbroniony ($\Delta J=-1 \rightarrow l=1 \rightarrow (-1)^l = -1$) ,

rozpad $J^P=1^- \rightarrow 0^+$ dozwolony (przy $\Delta T=0$).

Przejście α_0 możliwe, jeżeli

$$ \left| Ne^* 14\,MeV \right\rangle = a \left| 1^+ \right\rangle + b \left| 1^- \right\rangle \qquad |a|^2 + |b|^2 = 1 $$

N. Tanner, Phys. Rev. 107 (1957) 1203

$$ \boxed{|b|^2 / |a|^2 \leq 4 \times 10^{-8}} $$

Dalsze poszukiwania niezachowania parzystości w jądrze ^{20}Ne

L.K. Fifield et al., Nuclear Physics A394 (1983) 1

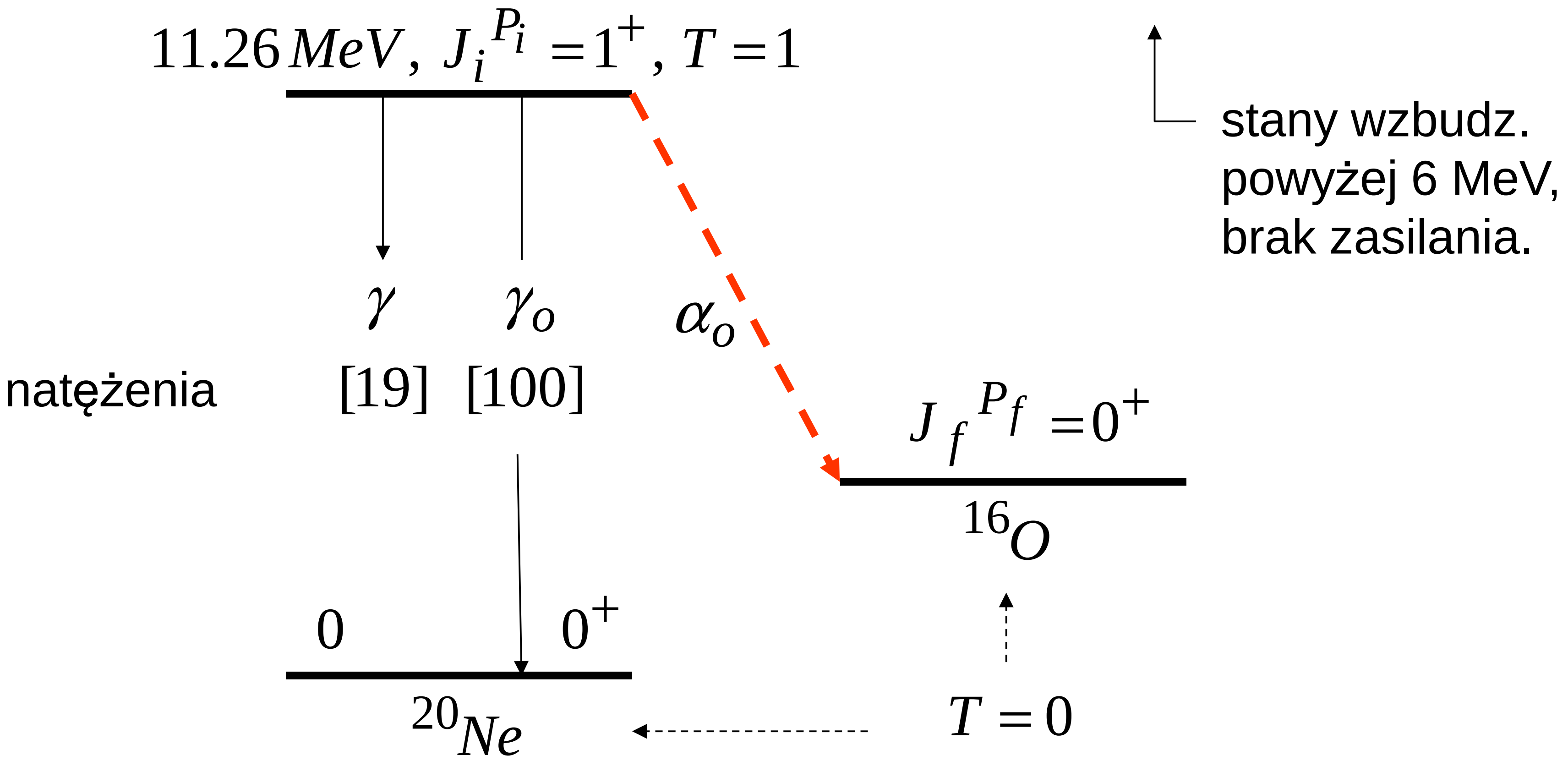
Badanie stanów wzbudzonych ^{20}Ne

11.26 MeV 1^{+} oraz 11.24 MeV 1^{-}

przy zastosowaniu reakcji

$^{16}O(\alpha,\gamma)^{20}Ne$

Schemat rozpadu do stanu podstawowego ^{16}O



stany wzbudz.
powyżej 6 MeV,
brak zasilania.

Przejście α_0 – przy zachowaniu parzystości – wzbronione

(ze stanu 11.24 MeV 1^- odpowiednie przejście dozwolone!).

Reakcja $^{16}O(\alpha,\gamma_0)^{20}Ne$ poprzez stan 11.26 MeV 1^+?

rozpad jądra złożonego

jądro złożone (CN)

przejście γ_0 dominuje

$$^{16}O+\alpha\rightarrow\ ^{20}Ne^*(11.26\,MeV,1^+)\rightarrow\begin{cases}^{20}Ne+\gamma & \Gamma_\gamma>>\Gamma_\alpha\\ ^{16}O+\alpha_o & \Gamma_\alpha\end{cases}$$

$$\sigma_{CN}=\pi ƛ^2 g\frac{\Gamma_\alpha\Gamma}{(E-E_r)^2+\Gamma^2/4}\qquad \Gamma=\Gamma_\gamma+\Gamma_\alpha$$

czynnik zależny od spinów

Jeżeli parzystość zachowana to: $\Gamma_\alpha=0 \quad\Rightarrow\quad \sigma_{CN}=0.$

Zidentyfikowanie reakcji $^{16}O(\alpha,\gamma_0)^{20}Ne$ poprzez stan 11.26 MeV 1^+ jądra neonu?

L.K. Fifield et al., Nuclear Physics A394 (1983) 1

Ślad linii γ_0 11.26 MeV $\Rightarrow \quad \Gamma_\alpha = (42 \pm 20) \times 10^{-6}\, eV$

Komentarz:

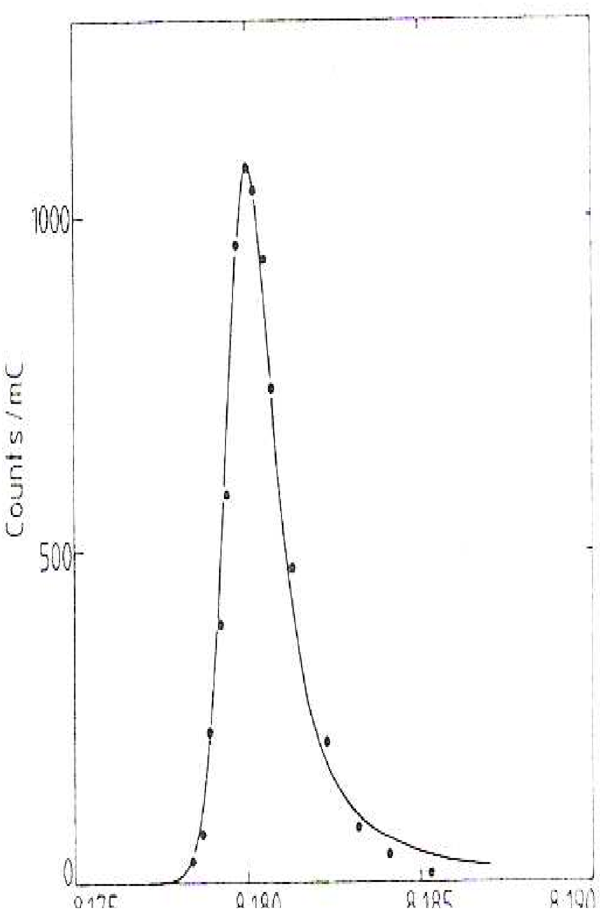
$$\sigma_{\alpha,\gamma} = \sigma_{CN}\,(\Gamma_\gamma / \Gamma) \approx \sigma_{CN}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{\alpha,\gamma}(E)\, dE = 2\pi^2\, g\, ƛ^2 \frac{\Gamma_\alpha \Gamma_\gamma}{\Gamma} \approx 2\pi^2\, g\, ƛ^2\, \Gamma_\alpha$$

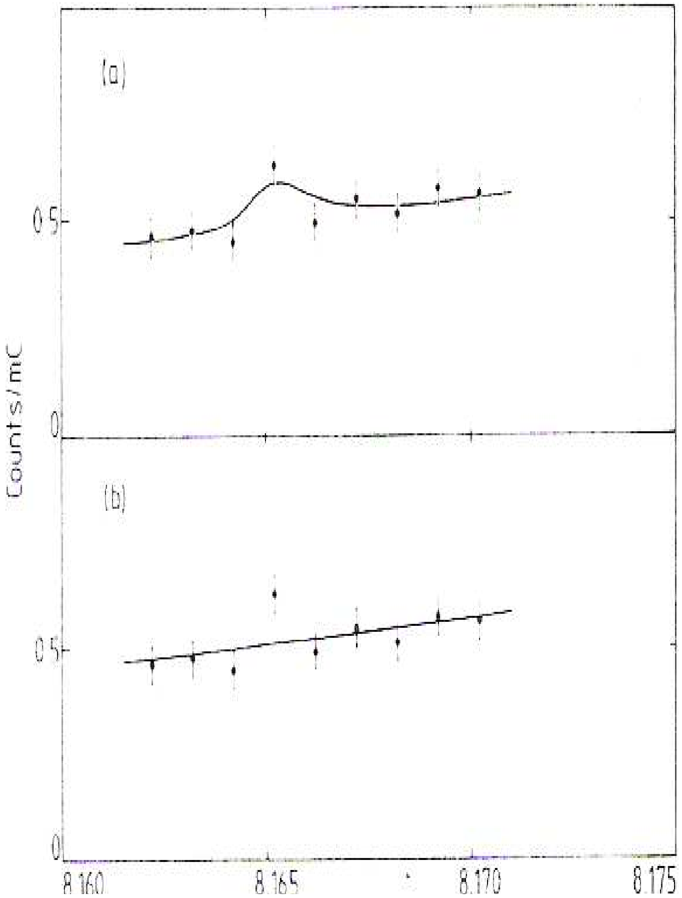
Reakcja $^{16}O(\alpha,\gamma)^{20}Ne$ (L.K. Fifield et al. 1983)

Poziom 11.24 MeV 1^-
T=0

Poziom 11.26 MeV 1^+
T=1



E_α (MeV)



E_α (MeV)

Uproszczona interpretacja niezachowania *P* w ^{20}Ne

Table of Isotopes 1996 & Fifield et al. 1983

E* (MeV)	J^P	T	Γ_{tot}(keV)	Γ_α(eV)
11.24	1^-	0	175	$175 \times 10^3 = \Gamma_\alpha(1^-)$
11.26	1^+	1	≈0.03*)	$(40\pm20)\times10^{-6}=\Gamma_\alpha(PNC)$
11.28	1^-	1	< 0.3	?

*) Oszacowanie Weisskopfa (JŻ)

Parity Nonconservation

Zmieszanie stanów o przeciwnej parzystości

$$\left|11.26\,MeV, J=1\right\rangle = \left|1^+\right\rangle + F\left|1^-\right\rangle$$

Oszacowanie zmieszania stanów 1⁺ i 1⁻ jądra ^{20}Ne

wkład oddziaływań słabych do oddz. jądrowych

$$\Gamma_\alpha(PNC) = \left| \frac{\langle 1^+ | V_{PNC} | 1^- \rangle}{\Delta E + (i/2)\Gamma_{tot}(1^-)} \right|^2 \Gamma_\alpha(1^-)$$

$$\langle 1^+ | V_{PNC} | 1^- \rangle \approx 1.5\ eV$$

$$\boxed{|r|^2 = \Gamma_\alpha(PNC)/\Gamma_\alpha(1^-) \approx 3\times10^{-10}}$$

Uwagi:
- w *Table of Isotopes* wyniku Fifielda et al. nie ma,
- bezpieczniej przyjąć: $|r|^2 \leq 3\times10^{-10}$

(ponadto: inne stany 1⁻ należałoby również uwzględnić).

Uzupełnienie

K. Neubeck et al., Phys. Rev. C10 (1974) 320

$$ {}^{16}_{7}N \xrightarrow{\beta-} {}^{16}_{8}O*(8.87 MeV\, 2^{-}) \xrightarrow{\alpha} {}^{12}_{6}C(0\, MeV\, 0^{+}) $$

$$ T = 0 \qquad\qquad T = 0 $$

Rozpad alfa $2^{–} \rightarrow 0^{+}$ wzbroniony przez zmianę parzystości.

Doświadczenie:

$$ \Gamma_{\alpha} = (1.03 \pm 0.28) \times 10^{-10}\, eV $$

Interpretacja (J.Ż.):

Wzbronienie zniesione przez domieszkę znanego

stanu 9.84 MeV 2^{+}, T=0 ?

13.4. WEWN. PARZYSTOŚCI HADRONÓW

Dla nukleonów i hiperonu Λ zakładamy:

$$P_p = P_n = P_\Lambda = +1,$$

stosujemy zasadę zachowania parzystości,

dedukujemy wewnętrzne parzystości innych hadronów.

Przykład określenia parzystości wewn. mezonu π^- (J=0):

Rozważamy reakcję $\pi^- + d \rightarrow n + n.$

Przypomnienie: stan podstawowy deuteronu

$$J_d = 1 \qquad P_d = P_p P_n (-1)^0 = +1$$

Wychwyt mezonu π^- z powłoki K

Stan pocz. $J_i = J_d = 1,$ $P_i = P_{\pi-} \times (-1)^0 \times P_d = P_{\pi-}$

Dopuszczalne stany (antysymetryczne) 2 neutronów (Wykł. 4)

$$^{2S+1}L_J : \quad {}^1S_0 \quad {}^3P_{0,1,2} \quad {}^1D_2$$

$$\updownarrow$$

$$J_f = J_d = 1$$

Przy założeniu zachowania parzystości $\boxed{P_i = P_f}$

dla 2 neutronów w stanie o $l = 1$

$$\updownarrow$$

$$\boxed{P_{\pi-} = P_n \times P_n \times (-1)^1 = -1}$$

13.5. NIEZACHOWANIE *P* W ODDZ. SŁABYCH

C.N. Yang & T.D. Lee, Nagroda Nobla 1957
„for their penetrating investigation of the so-called parity laws which has led to important discoveries regarding the elementary particles”

Prezentacja współczesna – mezon K^+ ($S = +1$)

$$m = 494\ MeV/c^2, \qquad \tau = 1.2\times10^{-8}\,s, \qquad J^P = 0^-$$

Wybrane kanały rozpadu

kanał	rozgałęzienie (%)	parzystość P_f
$\to \pi^+\pi^0$	21.13(14)	dodatnia
$\to \pi^+\pi^+\pi^-$	5.576(31)	ujemna
$\to \pi^0 e^+ \nu_e$	4.87(6)	nieokreślona

Wszystkie rozpady zachodzą wskutek oddz. słabego!

Wartość oczekiwana pseudoskalara $\langle \vec{J} \cdot \vec{p} \rangle$ w stanie ψ o określonej parzystości

- w prawoskrętnym układzie *x*, *y*, *z*

$$\langle \vec{J} \cdot \vec{p} \rangle = \int \psi^*(\vec{r}) \left\{ \vec{J} \cdot \vec{p} \right\} \psi(\vec{r}) \, d\tau$$

- w lewoskrętnym układzie –*x*, –*y*, –*z*

$$\langle \vec{J} \cdot \vec{p} \rangle = \int \psi^*(-\vec{r}) \left\{ -\vec{J} \cdot \vec{p} \right\} \psi(-\vec{r}) \, d\tau$$

$$= -\int \psi^*(\vec{r}) \left\{ \vec{J} \cdot \vec{p} \right\} \psi(\vec{r}) \, d\tau = -\langle \vec{J} \cdot \vec{p} \rangle = 0$$

Jeżeli z doświadczenia $\langle \vec{J} \cdot \vec{p} \rangle \neq 0$

to ψ nie ma określonej parzystości!

Niezachowanie parzystości w rozp. β neutronu

Wykład 2 (p-kt 2.5):

rozkład kątowy e^- dla neutronów spolaryzowanych
(prawdopodobieństwo emisji elektronu w funkcji kąta *θ*
między kierunkiem spinu neutronu i pędem elektronu)

$$W(\theta)=W_o\,(1+\frac{v}{c}\,P\,A\cos\theta)$$

Z wartości A = – 0.1189 (Abele et al. 2002) wynika, że

$$\langle \vec{s}_n \cdot \vec{p}_e \rangle \neq 0$$

Wniosek: *A* ≠ 0 oznacza niezachowanie parzystości
w rozpadzie neutronu.

Komentarz

zachowanie parzystości w rozpadzie neutronu oznaczałoby:

$$P_n = P_p \cdot P_{e+\overline{\nu}} \cdot (-1)^{l_{e+\overline{\nu}}}$$

Wiemy, że

$$\begin{cases} P_n = P_p = +1 \\ l_{e+\overline{\nu}} = 0 \quad \Rightarrow \quad (-1)^{l_{e+\overline{\nu}}} = 1 \end{cases}$$

Stwierdzenie niezachowania parzystości oznacza,
że wewn. parzystość leptonów jest nieokreślona.

Przypomnienie:

po raz pierwszy niezachowanie parzystości w rozpadzie *β* zaobserwowano dla ^{60}Co (Wykład 7).

13.6. CZĄSTKI I ANTYCZĄSTKI

(i) Przypomnienie wiadomości elementarnych

Dla cząstki o pędzie **p** i masie m

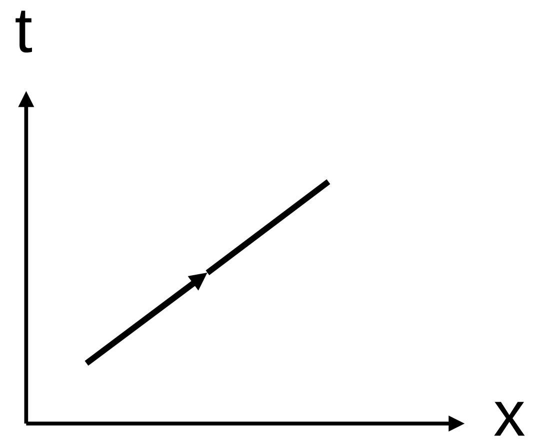
$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \Rightarrow \begin{cases} E^+ = +\sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} \\ E^- = -\sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} \end{cases}$$

Przy dodatniej energii

$$\psi(x,t) \propto e^{(i/\hbar)(px - E^+ t)}$$

$$px - E^+ t = const.$$

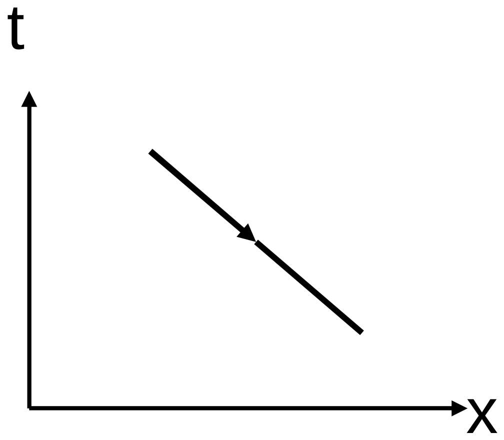
$$x = x_o + \frac{E^+}{p} t$$



Rozwiązanie odpowiadające energii ujemnej

$$\psi(x,t) \propto e^{(i/\hbar)(px-E^{-}t)}$$

$$x-x_o = \frac{E^{-}}{p}t = -\frac{|E^{-}|}{p}t = \frac{|E^{-}|}{p}(-t)$$



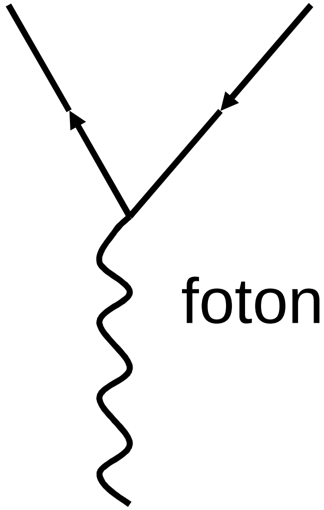
Interpretacja: cząstka o dodatniej energii |E⁻| porusza się w czasie „wstecz”.

Klasyczne równanie ruchu cząstki o ładunku –*q* w polu magnetycznym

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -q\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{B}\right) = q\left(\frac{d\vec{r}}{d(-t)}\times\vec{B}\right).$$

Interpretacja: cząstka o ładunku –*q*, poruszająca się w czasie „wstecz”, spełnia takie samo równanie ruchu jak cząstka o ładunku *q* poruszająca się w czasie „do przodu”.

Produkcja pary cząstka-antycząstka (w polu jądra!)



np. elektron pozyton

N(cząst.) = – N(antycz.)

(jeżeli odpowiednie
prawa zachowania
spełnione)

foton (N=0)

N – addytywna liczba kwantowa (Q, B, L, …)

m (cząst.) = m (antycz.), J (cząst.) = J (antycz.)

(identyczne cząstki poruszające się w czasie w przeciwnym kierunku)

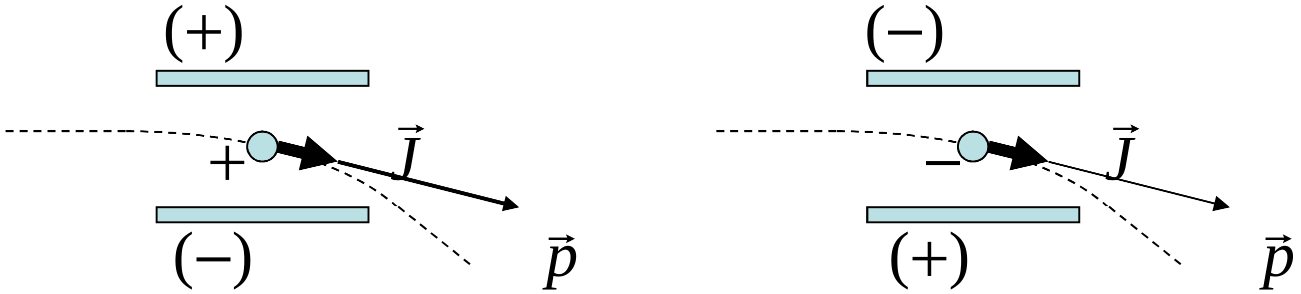
(ii) Sprzężenie ładunkowe C

Cząstka opisana przez ket $|N\rangle$, gdzie N – addytywne liczby kwantowe.

Sprzężenie ładunkowe: $\hat{C}|N\rangle = |-N\rangle$ $\hat{C}^2 = 1$

Operator unitarny cząstka antycząstka

Cząstka (np. proton) – w polu elektrycz. – antycząstka (np. antyproton)



Jeżeli sprzężenie ładunkowe C działa na cały układ
to tory cząstek i antycząstek są takie same (**p** i **J** niezmienione)

Pytanie:

czy $\hat{C}$ ma zawsze wartości własne i stany własne?

$$\hat{C}\left|N\right\rangle = \eta_c\left|N\right\rangle ?$$

Odpowiedź:

tylko dla cząstek istotnie obojętnych

$$\hat{C}\left|N=0\right\rangle = \eta_c\left|N=0\right\rangle, \qquad \eta_c = \pm 1.$$

parzystość ładunkowa

Cząstki naładowane i operacja C

Równanie na wartości własne dla cząstki o ładunku *q* (np. mezonu π±)

$$\hat{Q}\left|q\right\rangle = q\left|q\right\rangle$$

Zastosowanie operacji sprzężenia ładunkowego do tegoż stanu:

$$\hat{C}\left|q\right\rangle = \left|-q\right\rangle$$

Zastosowanie obu operatorów

$$\begin{cases} \hat{C}\hat{Q}\left|q\right\rangle = q\hat{C}\left|q\right\rangle = q\left|-q\right\rangle \\ \hat{Q}\hat{C}\left|q\right\rangle = \hat{Q}\left|-q\right\rangle = -q\left|-q\right\rangle \\ (\hat{C}\hat{Q}-\hat{Q}\hat{C})\left|q\right\rangle = 2q\left|-q\right\rangle \end{cases}$$

Jeżeli *q* ≠ 0, operatory Ĉ i Q <u>nie komutują</u>;
cząstki są stanami własnymi operatora Q,
nie są stanami własnymi operatora Ĉ.

Cząstki istotnie obojętne: $[\hat{H}, \hat{C}] = 0$

$$\hat{C}\left|N=0\right\rangle = \eta_c\left|N=0\right\rangle, \qquad \eta_c = \pm 1.$$

Przykład 1

Parzystość ładunkowa fotonu gamma

potencjał wektorowy $\vec{A} \xrightarrow{C} -\vec{A} \quad \Rightarrow \quad \eta_c(\gamma) = -1$

Przykład 2

Parzystość pionu obojętnego: $\pi^o \to 2\gamma \quad \Rightarrow \quad \eta_c(\pi^o) = +1$

Przykład 3

Wzbroniony rozpad $\pi^o \to 3\gamma \quad (<3\times10^{-6}\%)$

Zachowanie *C* w oddziaływaniach elektromagnetycznych!

Oddziaływania silne – niezmienniczość wzgl. C

Niezmienniczość sprawdzana w reakcjach typu

$$p\bar{p} \to \pi^+\pi^-\pi^o.$$

Działanie $\hat{C}$ daje

$$\bar{p}p \to \pi^-\pi^+\pi^o.$$

Stan wyjściowy identyczny w obu przypadkach.

Niezmienniczość względem operacji *C*
(w pewnym stopniu potwierdzona w doświadczeniu)
oznacza m.in. jednakowe widma π^+ i π^-.

13.7. ODWRÓCENIE CZASU *T*

Definicja transformacji $t \xrightarrow{T} -t,$ $\vec{r} \xrightarrow{T} \vec{r}.$

Ponieważ $\vec{p} = d\vec{r}\,/\,dt$

to $\vec{p} \xrightarrow{T} -\vec{p},$ $\vec{J} \xrightarrow{T} -\vec{J};$

ponadto $\vec{B} \xrightarrow{T} -\vec{B},$

$\vec{E} \xrightarrow{T} \vec{E}.$

T operatorem symetrii, tj. spełniony jest warunek $[\hat{H},\hat{T}] = 0,$

jeżeli $\hat{T}\psi(t)$ i $\psi(t)$ spełniają <u>to samo</u> równanie Schrödingera.

Bliższe określenie operacji *T*

Wyjściowe równanie Schrödingera $i\hbar \frac{d\psi(t)}{dt} = \hat{H}\,\psi(t),$

równanie Schrödingera dla stanu po transformacji

$$i\hbar \frac{d\hat{T}\psi(t)}{dt} = \hat{H}\hat{T}\,\psi(t).$$

Przyjęcie $\hat{T}\psi(t) \;=\; \psi(-t) = \psi(t'),\qquad t' = -t$

prowadzi do równania $-i\hbar \frac{d\psi(t')}{dt'} = \hat{H}\,\psi(t'),$

które jest <u>różne</u> od wyjściowego!

Właściwy wybór transformacji T

Wigner 1932

$$\boxed{\hat{T}\psi(t) = \psi^*(-t)}$$

Rownanie Schrödingera
$$i\hbar\frac{d\hat{T}\psi(t)}{dt} = \hat{H}\hat{T}\psi(t)$$

$$\Downarrow$$

$$i\hbar\frac{d\psi^*(-t)}{dt} = \hat{H}\psi^*(-t)$$

(…)* z obu stron

$$\Downarrow$$

jeżeli $\hat{H}$ rzeczywiste
$$i\hbar\frac{d\psi(t')}{dt'} = \hat{H}\psi(t'), \qquad t' = -t.$$

Równanie <u>tej samej</u> postaci
co równanie wyjściowe!

Odwrócenie czasu dla cząstki swobodnej

Cząstka przed transformacją porusza się z pędem $\vec{p}$

$$\psi(\vec{r},t) = e^{i(\vec{p}\,\vec{r} - Et)/\hbar}.$$

Po transformacji – cząstka poruszająca się z pędem $-\vec{p}$

$$\hat{T}\psi(\vec{r},t) = \psi^*(\vec{r},-t) = e^{-i(\vec{p}\,\vec{r} + Et)/\hbar} = e^{i(-\vec{p}\,\vec{r} - Et)/\hbar}.$$

Interpretacja transformacji:

$$\hat{T}\left|\vec{p},\vec{J}\right\rangle = \left|-\vec{p},-\vec{J}\right\rangle;$$

zamiast ruchu „wstecz” w czasie, odwrócenie kierunku ruchu.

Antyunitarność transformacji T

(H.Frauenfelder & E.M.Henley, Subatmic Physics, Prentice-Hall 1974, p.213)

Unitarne transformacje *U* (takie, jak *P* i *C*) są liniowe

$$\hat{U}\,(c_1\,\psi_1 + c_2\,\psi_2) = c_1\,\hat{U}\psi_1 + \; c_2\,\hat{U}\psi_2.$$

Antyunitarna transformacja

$$\hat{T}\,(c_1\,\psi_1 + c_2\,\psi_2) = c_1^*\,\hat{T}\psi_1 + \; c_2^*\,\hat{T}\psi_2.$$

Równanie $\hat{T}\,\psi(t) = \eta_T\,\psi(t)$ nie ma sensu,

niezmienniczość wzgl. *T* testowana na innej drodze.

13.8. TEST NIEZMIENNICZOŚCI WZGLĘDEM *T*

F.Boehm, *Time reversal tests in nuclei*
(in *Symmetries and fundamental interactions in nuclei*,
eds. Haxton & Henley, World Scientific, Singapore 1995) – IFT 20685

I.B. Khriplovich & S.K.Lamoreaux
CP violation without strangeness – electric dipole moments of particles, ...
Springer, Berlin 1997 – IFT 21242

Drogi testowania

- poszukiwanie elektrycz. momentu dipolowego (*E1*) neutronu,
- korelacje kierunkowe w rozpadzie *β* jąder spolaryzowanych,

(• zastosowanie zasady równowagi szczegółowej reakcji).

Założenie

niezmienniczość wzgl. *CPT*

(i) Moment *E1* neutronu

Oddziaływanie d_n z polem elektrycznym

$$\hat{H}_{\text{int}} = \vec{d}_n \cdot \vec{E} \propto \underset{\substack{\uparrow \\ \text{spin neutronu}}}{\vec{s}_n} \cdot \vec{E}$$

Wartość $d_n \neq 0$ wykluczona przy niezmienniczości
względem odwrócenia czasu *T*
(i odbicia przestrzennego *P*).

Uzasadnienie:

$$\vec{s}_n,\ \vec{E} \xrightarrow{T} -\vec{s}_n,\ \vec{E}$$

$$(\vec{s}_n,\ \vec{E} \xrightarrow{P} \vec{s}_n,\ -\vec{E})$$

Wyniki oszacowań momentu *E1* neutronu

D.Dubbers, *Physics of cold neutrons*,
Progress in Particle and Nuclear Physics 26(1991)173

Teoria

- niezachowanie *T* (niezach. *CP*) jak dla obojętnych kaonów:

$$\Rightarrow \quad d_n \approx 10^{-23}\ e\,cm.$$

- Model Standardowy

$$\Rightarrow \quad d_n \approx 10^{-33} \div 10^{-31}\ e\,cm.$$

Doświadczenie $d_n < 0.29 \times 10^{-25}\ e\,cm \qquad (90\%\,CL)$

Pomiar momentu *E1* neutronu

Np. N.F.Ramsey, Physics Today, 25 July 1980

Wiązka neutronów spolaryzowanych – precesja spinu w polu $\vec{B}$

kąt precesji $\varphi_o = \omega_o t, \qquad \omega_o = 2\mu_n B/\hbar$

Nałożenie pola elektrycznego: $\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{B}$ lub $\vec{E} \uparrow\downarrow \vec{B}$

Energia oddziaływania: $\hat{H}_{\mathrm{int}} = \vec{\mu}_n \cdot \vec{B} \pm \vec{d}_n \cdot \vec{E}$

kąt precesji $\varphi_\pm = (\omega_o \pm \omega')t, \qquad \omega' = 2d_n E/\hbar$

$$\Delta\varphi = \varphi_+ - \varphi_- = 4d_n E/\hbar$$

(ii) Transformacja *T* i rozpad *β* neutronu

D.Dubbers, *Physics of cold neutrons*, Progr. Part. Nucl. Physics 26(1991)173

Ogólne wyrażenie na prawdopodob. rozpadu *β* neutronu
z uwzględnieniem korelacji kątowych

propocjonalne do $$1+\ldots+D\vec{\sigma}_n\frac{\vec{p}_e\times\vec{p}_\nu}{E_eE_\nu}$$

gdzie $$D=\frac{2|\lambda|\sin\phi}{1+3|\lambda|^2}, \qquad \frac{G_A}{G_V}=\frac{C_A}{C_V}=|\lambda|e^{i\phi}$$

Człon o współczynniku *D* zmienia znak przy operacji *T*.

Niezmienniczość wzgl. *T* oznacza:

- $\sin\phi=0 \quad\Rightarrow\quad D=0,$
- stałe sprzężenia G_A i G_V (oraz C_A i C_V) – rzeczywiste.

Niezmienniczość wzgl. *T* w oddziaływaniu *β*

C.S.Wu, The conservation laws in β-decay, in Alpha-,Beta- and Gamma-ray Spectroscopy, K.Sieghban (ed.), North Holland, Amsterdam 1965, p.1318

Ogólna postać hamiltonianu oddziaływania $\hat{H}_\beta = \sum_i C_i \hat{H}_i$

Przy założeniu niezmienniczości względem odwrócenia czasu:

$$\hat{T}\hat{H}_i\hat{T}^{-1} = \hat{H}_i$$

$$\hat{T}\hat{H}_\beta\hat{T}^{-1} = \sum_i C_i^* \hat{T}\,\hat{H}_i\,\hat{T}^{-1} = \sum_i C_i^* \hat{H}_i$$

$$\hat{T}\hat{H}_\beta\hat{T}^{-1} = \hat{H}_\beta = \sum_i C_i\hat{H}_i$$

$$\boxed{C_i = C_i^*}$$

stałe sprzężenia muszą być <u>rzeczywiste</u>.

Poszukiwanie członu D w rozpadzie β neutronu

Zmodyfikowana wersja członu: $\propto \vec{\sigma}_n \cdot (\vec{p}_e \times \vec{p}_{od})$.

↑

pęd odrzutu protonu

(zamiast pędu antyneutrina)

Wykorzystanie wiązek spolaryzowanych neutronów zimnych

(Grenoble i Gatchina – wyniki uśrednione)

$$D = -(0.5 \pm 1.4) \times 10^{-3}$$

$$\Downarrow$$

$$\phi = 180.07° \pm 0.18°$$

Obecnie przyjmujemy: $G_A / G_V = -1.2739 \pm 0.0019.$