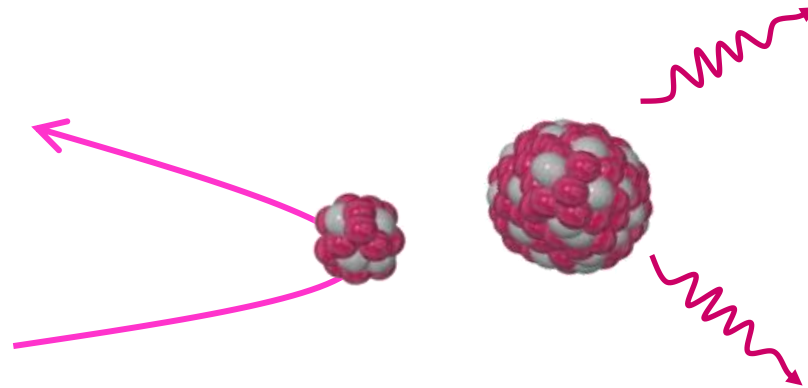


## Wzbudzenia kulombowskie – narzędzie do badania struktury jąder atomowych



Katarzyna Wrzosek-Lipska

# Rozdział 1

1. Wprowadzenie.
2. kryterium Cline'a i energia bezpieczna.
3. Przybliżenie półklasyczne (parametr Sommerfelda).
4. Wymogi dla stosowania przybliżenia półklasycznego.
5. Podsumowanie.

# Wzbudzenia kulombowskie - krótki rys historyczny (1/3)

- ❑ Od co najmniej 50-ciu lat jedno z ważniejszych narzędzi badania struktur kolektywnych jąder atomowych.
- ❑ Koncepcja ruchów kolektywnych nukleonów → wczesne lata 50-te [1,2] → wyjaśnienie zjawisk nie dających się opisać modelem powłokowym (np. przejścia E2 znacznie przyspieszone w stosunku do przewidywań jednocząstkowych) .
- ❑ Wczesne lata 50-te: pierwsze eksperymenty przy użyciu wiązek lekkich jonów (p, α) → eksperyment Huusa i Zupancicia [3] z wiązką protonów - zaobserwowano pierwsze stany wzbudzone w  $^{181}\text{Ta}$ .

[1] B.R. Mottelson, Proc. Int. Phys. Conf., Copenhagen, 1952.

[2] A. Bohr, B.R. Mottelson, Dan. Mat. Fys. Medd. 27 (1953) 16.

[3] T. Huus, C. Zupancic, Dan. Mat. Fys. Medd. 28 (1953) 1.

# Wzbudzenia kulombowskie - krótki rys historyczny (2/3)

- ❑ Jednocześnie rozwija się teoria wzbudzeń elektromagnetycznych - prace Ter-Martirosyana [4], Aldera i Winthera [5,6].
- ❑ Lata 60-te i 70-te - pomiary  $B(E2)$  i momentów kwadrupolowych najniższych stanów wzbudzonych jąder atomowych. Używano wiązek lekkich jonów ( $\alpha$ ,  $^{14}\text{N}$ ,  $^{18}\text{O}$ ,  $^{32}\text{S}$ ). Opis procesu wzbudzenia poprzez metody przybliżone wynikające z rachunku zaburzeń.
- ❑ Lata 80-te - renesans metody wzbudzeń kulombowskich. Akceleratory nowej generacji (GSI, RIKEN, ORNL, NSRL Rochester, Berkeley) - przyspieszanie wiązek uranowych  $\rightarrow$  eksperymenty wielostopniowego wzbudzenia kulombowskiego.

[4] K.A. Ter-Martirosyan, *Zh. Eksp. i Teor. Fiz.* 22 (1952) 284.

[5] K. Alder, A. Bohr, T. Huus, B. Mottelson, A. Winther, *Rev. Mod. Phys.* 28, (1956) 432.

[6] K. Alder, A. Winther, *Electromagnetic Excitation. Theory of Coulomb Excitation with Heavy Ions*, North-Holland, Amsterdam, 1975.



# Wzbudzenia kulombowskie - krótki rys historyczny (3/3)

- ❑ Jednoczesny rozwój technik eksperymentalnych - układów detekcji, elektroniki, systemów zbierania danych.
- ❑ Rozwijane jest oprogramowanie pozwalające na analizę danych pochodzących z coraz bardziej złożonych eksperymentów → program GOSIA autorstwa dr hab. Tomasza Czosnyki [7].
- ❑ Obecne badania prowadzone metodą wzbudzeń kulombowskich dostarczają modelowo niezależnych informacji o strukturze elektromagnetycznej jąder i pozwalają na określenie rozkładu ładunku indywidualnie dla każdego stanu.
- ❑ Dalszy rozwój metody → wykorzystanie wiązek radioaktywnych (energie wiązek wtórnych bliskie barierze kulombowskiej 2-5 MeV/A, duże przekroje czynne, np. wzbudzenie  $2^+_1 \sim$  barnów).

# Dlaczego wzbudzenia kulombowskie ?

1) Bezpośredni pomiar momentów kwadrupolowych oraz ich znaków - idealne narzędzie do badania **deformacji jądrowych** nie tylko w stanie podstawowym ale też w stanach wzbudzonych ;

➤ Podejmowane zagadnienia:

- ✓ poszukiwanie egzotycznych deformacji jądrowych (oktupolowych, haksadekapolowych)
- ✓ superdeformacja jąder atomowych
- ✓ koegzystencja kształtu



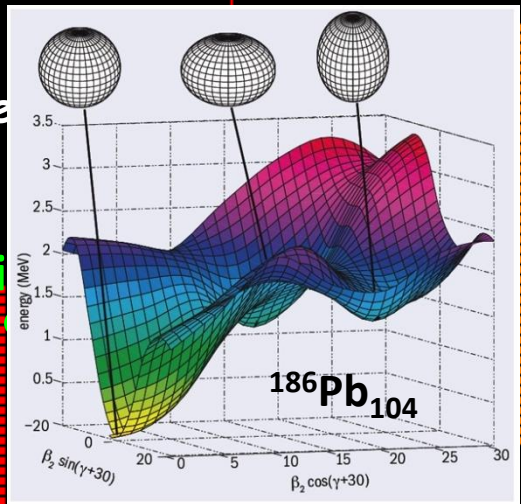
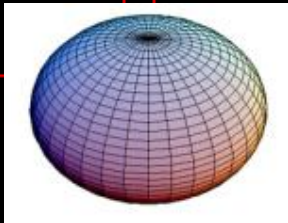
S. Hilaire, M. Girod, CEA  
 HFB calculations based on the D1S Gogny force

Z

100

N=Z

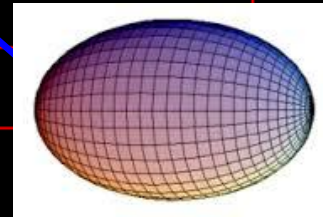
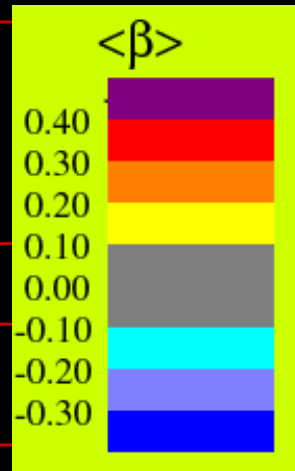
Pb & Bi



A. Andreyev et al Nature 405:430 (2000)

50

N~Z



0

50

100

150

[http://www-phynu.cea.fr/science\\_en\\_ligne/carte\\_potentiels\\_microscopiques/carte\\_potentiel\\_nucleaire\\_eng.htm](http://www-phynu.cea.fr/science_en_ligne/carte_potentiels_microscopiques/carte_potentiel_nucleaire_eng.htm)

N

# Dlaczego wzbudzenia kulombowskie ?



Możliwość populacji nisko leżących stanów jądrowych ponad linią yrast i wyznaczenia wartości  $B(E2)$  pomiędzy tymi stanami.

Z

54

52

50

48

46

44

42

40

**132Ba**

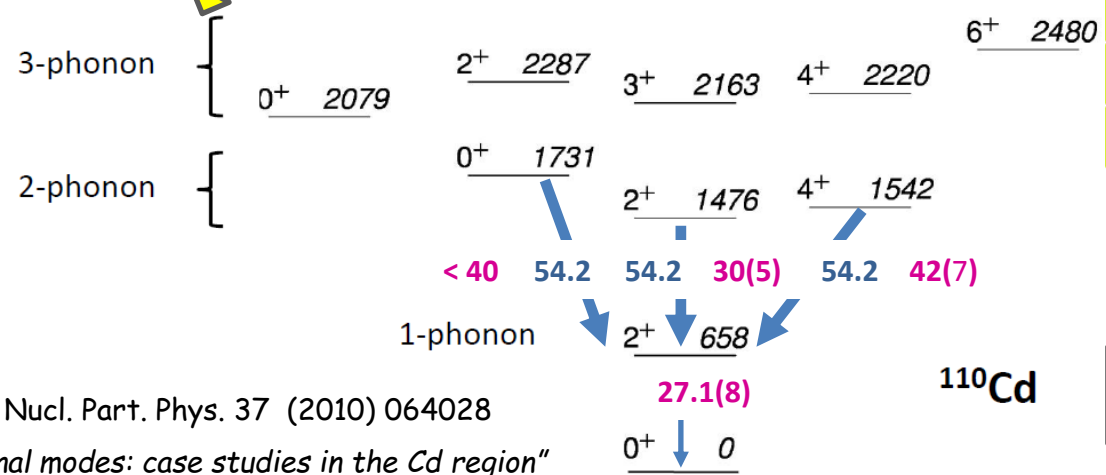
**120Te**

**118Sn**

**110Cd**

**104Pd**

*natura ruchów kolektywnych nukleonów, wibracyjny charakter stanów wzbudzonych ?*



P. E Garrett and J. L. Wood J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 37 (2010) 064028  
 „On the robustness of surface vibrational modes: case studies in the Cd region”

55 57 59 61 63 65 67 69 71 73 75 77 79 81

N

**82**

# *Plan wykładów:*

**1) Wzbudzenie kulombowskie przy energii bezpiecznej**

**2) Teoretyczny opis wzbudzenia kulombowskiego**

przybliżenie  
półklasyczne

kwantowy opis  
procesu wzbudzenia

rachunek zaburzeń

**3) Przekroje czynne na wzbudzenie kulombowskie**

zależność od typu  
i rzędu multipola

wzbudzenie  
1 i 2-stopniowe

efekt reorientacji

**4) Rozpad stanów wzbudzonych; wielkości spektroskopowe**

**5) Eksperyment wzbudzenia kulombowskiego krok po kroku  
– wielkości mierzone, układy eksperymentalne**

**6) Analiza danych, program GOSIA**

**7) Kwadrupolowe deformacje jąder atomowych wyznaczone  
metodą nieważonych energetycznie reguł sum**

## Literatura:

K. Alder, A. Winther,

*„Electromagnetic Excitation.  
Theory of Coulomb Excitation  
with Heavy Ions“*

North-Holland, Amsterdam, 1975.

### ELECTROMAGNETIC EXCITATION THEORY OF COULOMB EXCITATION WITH HEAVY IONS

Kurt ALDER

*Institute for Theoretical Physics, University of Basel, Switzerland*

and

Aage WINTHER

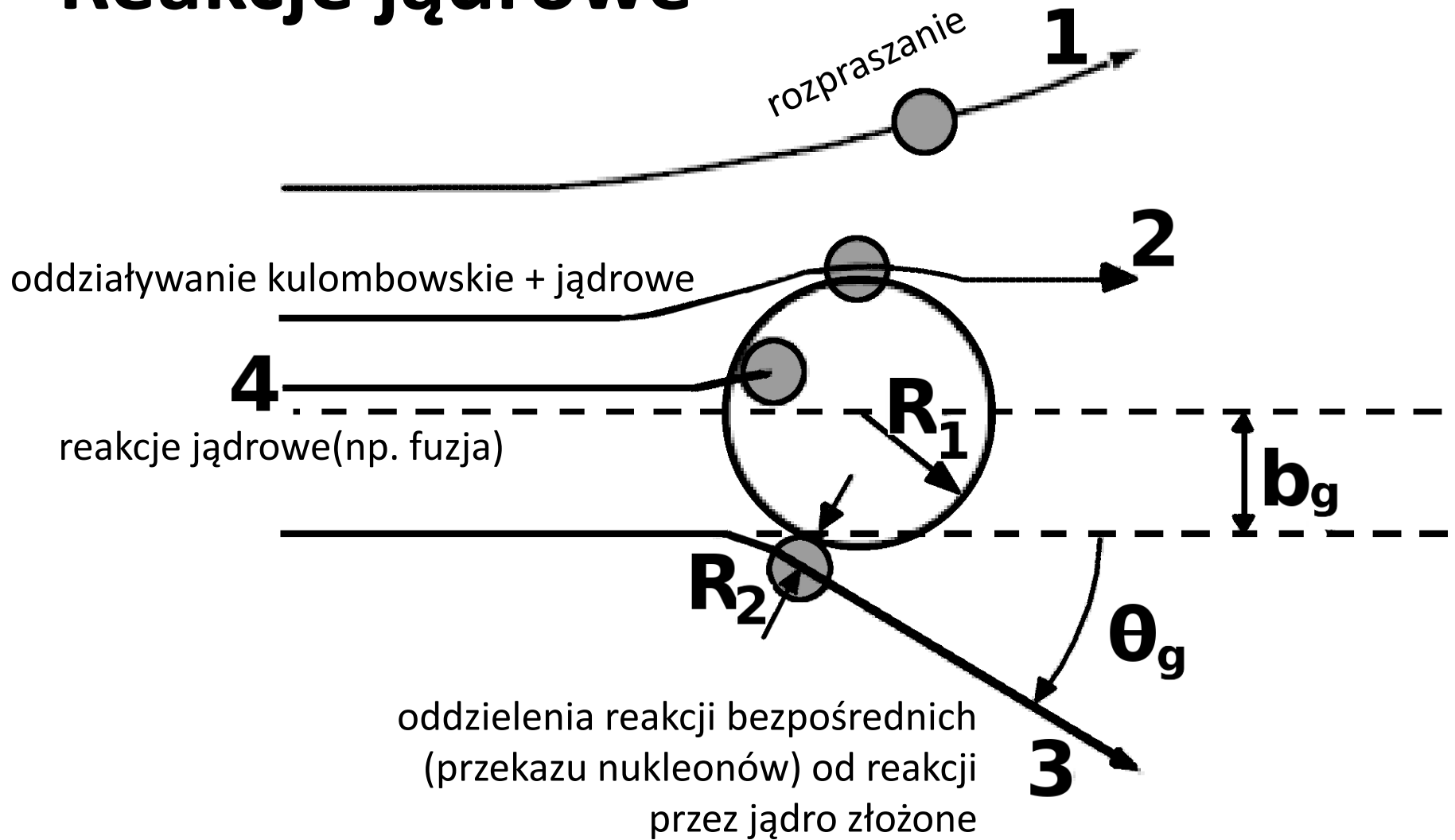
*The Niels Bohr Institute, University of Copenhagen, Denmark*



1975

NORTH-HOLLAND PUBLISHING COMPANY, AMSTERDAM-OXFORD  
AMERICAN ELSEVIER PUBLISHING COMPANY, INC.-NEW YORK

# Reakcje jądrowe



# Reakcje indukowane cząstkami naładowanymi

- ❖ Pomiedzy oddziałującymi jądrami atomowymi działa odpychająca, długozasięgowa siła:

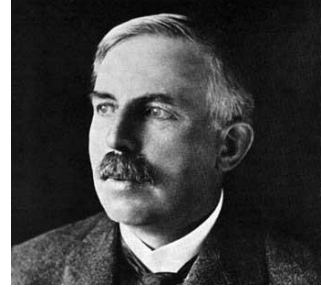
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

- ❖ Siła odpychająca  $\rightarrow$  trajektorie ruchu hiperboliczne.
- ❖ Jeśli energia cząstki padającej jest niewystarczająca aby jądra atomowe zbliżyły się na odległość mniejszą niż zasięg sił jądrowych, wówczas efektem oddziaływania jest rozpraszanie elastyczne (Rutherfordowskie) lub nieelastyczne (kulombowskie).
- ❖ Po rozpraszaniu Rutherfordowskim jądra pocisku i tarczy pozostają w swych stanach podstawowych. W wyniku rozpraszania kulombowskiego jądro pocisku lub tarczy przechodzi do stanu wzbudzonego ( $\rightarrow$  wzbudzenie kulombowskie).



# Rozpraszanie Rutherforda

Rozpraszanie elastyczne cząstek naładowanych pod wpływem działania pola kulombowskiego.



$$V_C = \frac{Z_P Z_T e^2}{r} \frac{\vec{r}}{r}$$

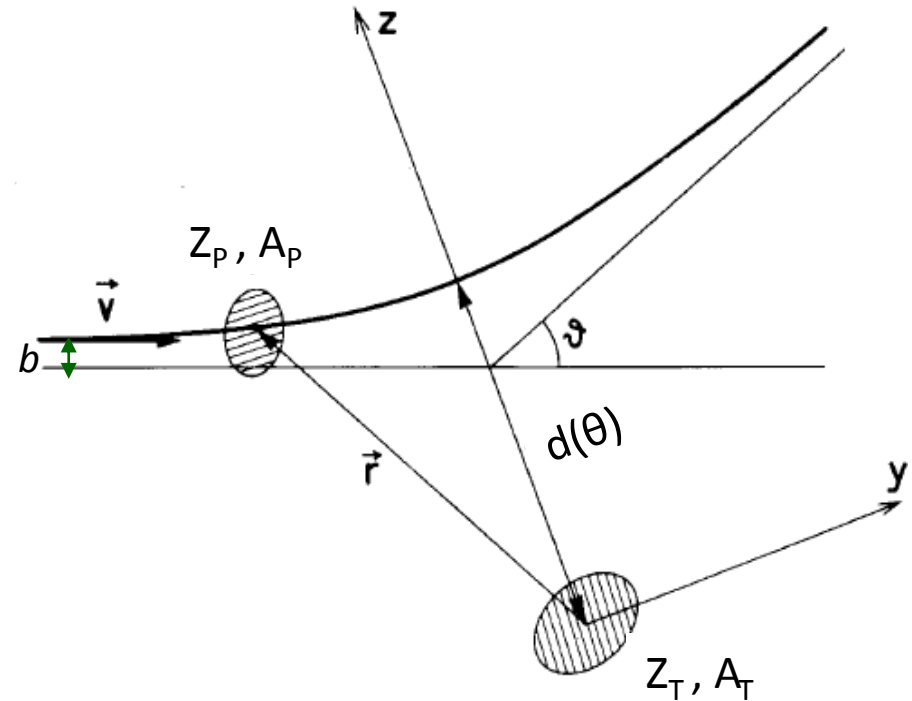
$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruth}} = \left( \frac{Z_P Z_T e^2}{4E_{\text{cm}}} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 \left( \frac{\theta_{\text{CM}}}{2} \right)}$$

$$= a^2 / 4 \sin^4 \left( \frac{\theta_{\text{CM}}}{2} \right)$$

$$a = \frac{Z_P Z_T e^2}{M_0 v^2} = \frac{1}{2} d(\theta = 180^\circ)$$

$$M_0 = \frac{M_P \cdot M_T}{M_P + M_T}$$

$$b = 2a \cdot \cot \left( \frac{\theta_{\text{cm}}}{2} \right)$$

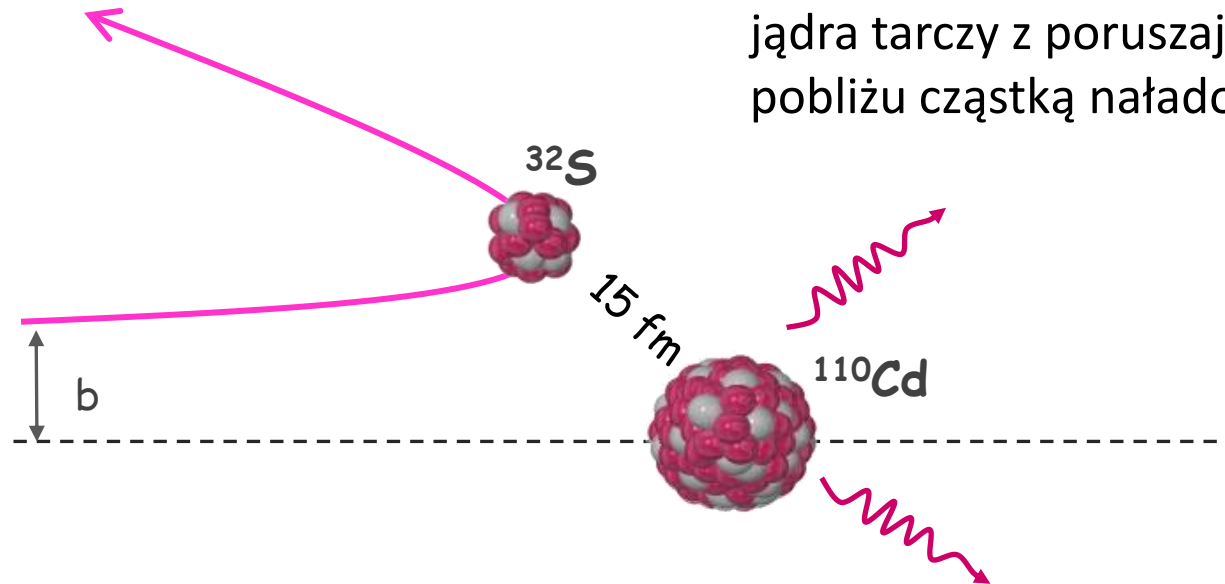


Rys.: K. Alder, A. Winther, North-Holland, Amsterdam, 1975.

Ruch po trajektorii hiperbolicznej określonej przez  $Z_P$ ,  $Z_T$ ,  $E$ ,  $\theta$

# Wzbudzenie kulombowskie – rozpraszanie nieelastyczne

Wzbudzenie stanów jądrowych w wyniku **oddziaływania elektromagnetycznego** jądra tarczy z poruszającą się w jego pobliżu cząstką naładowaną.

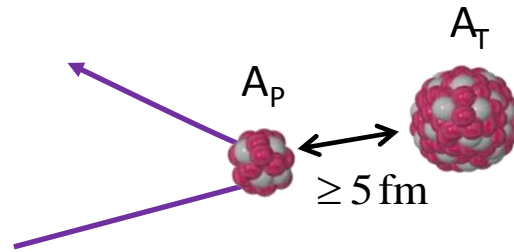


- Przekrój czynny na wzbudzenia kulombowskie zależy od: **energii wiązki, liczb atomowych i masowych jąder pocisku i tarczy, kąta rozproszenia / parametru zderzenia.**
- Odpowiednio duża odległość między zderzającymi się jądrami  $\rightarrow$  zanedbywalny wpływ sił jądrowych.

# Kryterium Cline'a

Przyjęto, iż jądro tarczy i jądro pocisku oddziałują czysto elektromagnetycznie, gdy ich powierzchnie są od siebie oddalone o co najmniej 5 fm. Odległość największego zbliżenia określona jest przez empiryczną zależność:

$$d_{\min} = 1.25 \cdot (A_P^{1/3} + A_T^{1/3}) + 5 \text{ [fm]}; \quad \text{gdzie } R = r_0 \cdot A^{1/3}, \quad r_0 = 1.25 \text{ fm} \quad (1)$$



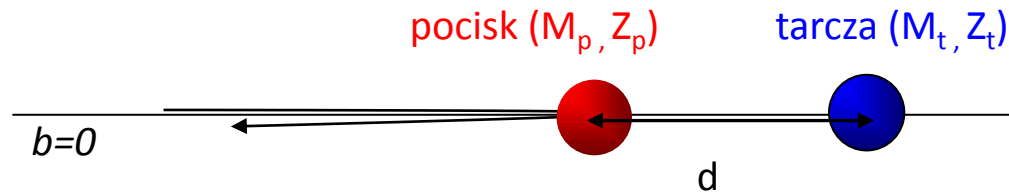
Kryterium Cline'a zapewnia, że **mniej niż 0.1 %** całkowitego przekroju czynnego na reakcje jądrowe pochodzi z **procesów innych niż wzbudzenie kulombowskie**.

Zostało to potwierdzone eksperymentalnie na podstawie szeregu badań przekroju czynnego na rozpraszanie nieelastyczne dla różnych mas jąder wiązki i tarczy przy energiach kilku MeV/A [1].

[1] D. Cline, *Bull. Amer. Phys. Soc.* **14 (1969) 726**.

# Energia bezpieczna dla rozpraszania wstecznego

Korzystając ze znanej postaci potencjału kulombowskiego, można wyliczyć wartość energii dla rozpraszania wstecznego, przy której odległość największego zbliżenia jąder pocisku i tarczy wyniesie  $d$ :



Cząstka poruszająca się w polu kulombowskim: 
$$E = \frac{1}{2} M_0 v^2 = T(\vec{r}) + \frac{Z_P Z_T e^2}{4\pi\epsilon_0 \vec{r}}$$

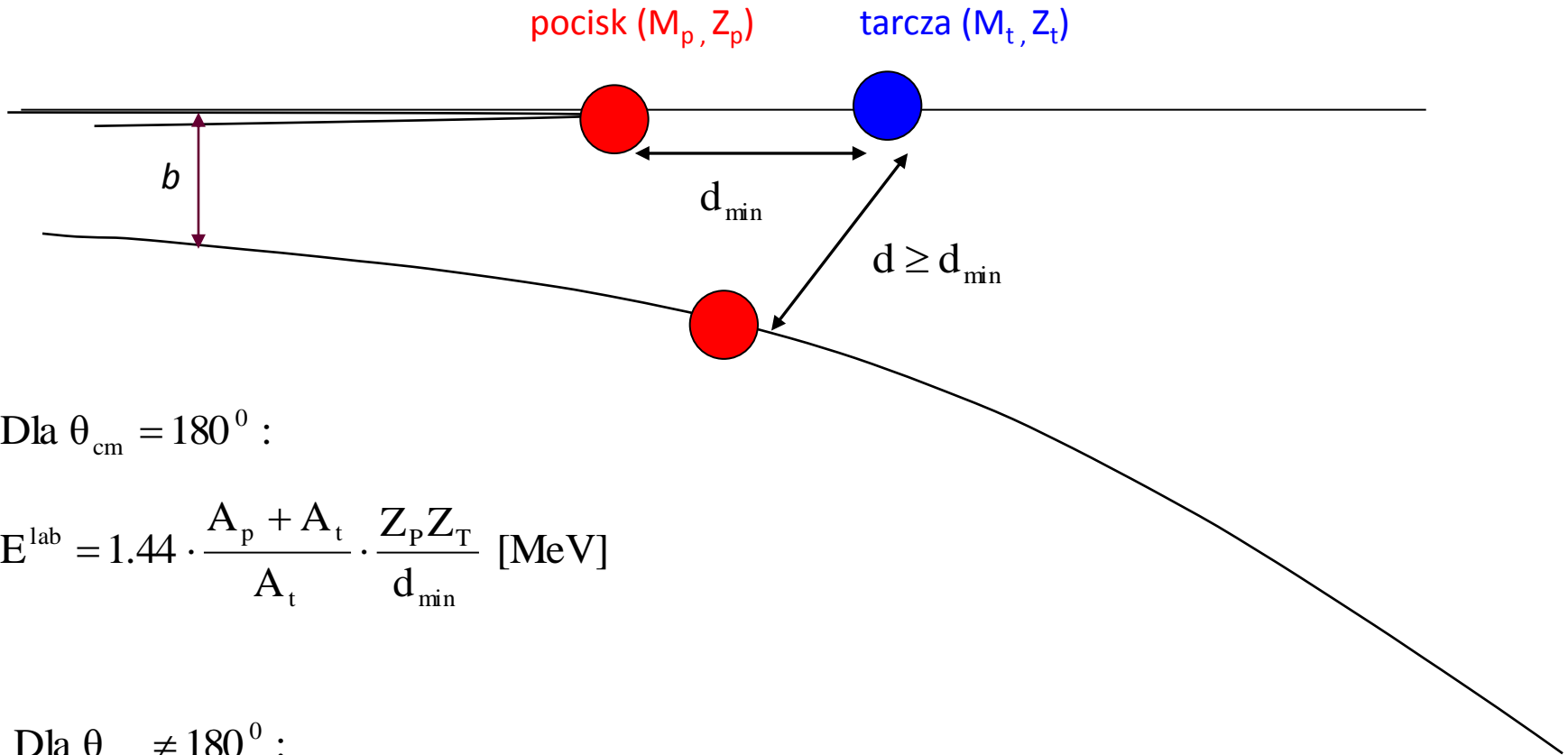
dla rozpraszania wstecznego,  $\theta = 180^\circ$ , w minimalnej odległości  $d$ ,  $T = 0$ :

$$E^{\text{cm}} = \frac{Z_P Z_T e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot d}; \quad E^{\text{cm}} = \frac{M_t}{M_p + M_t} E^{\text{lab}};$$

$$E^{\text{lab}} = \frac{M_p + M_t}{M_t} \cdot \frac{Z_P Z_T}{d} \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}; \quad \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm};$$

$$M_{P/T} \cong A_{P/T} \cdot 1u; \quad 1u = 931.5 \text{ MeV}/c^2 \rightarrow \Rightarrow E^{\text{lab}} = 1.44 \cdot \frac{A_p + A_t}{A_t} \cdot \frac{Z_P Z_T}{d} \text{ [MeV]}$$

# Energia bezpieczna w eksperymentach wzbudzeń kulombowskich



Dla  $\theta_{\text{cm}} = 180^\circ$  :

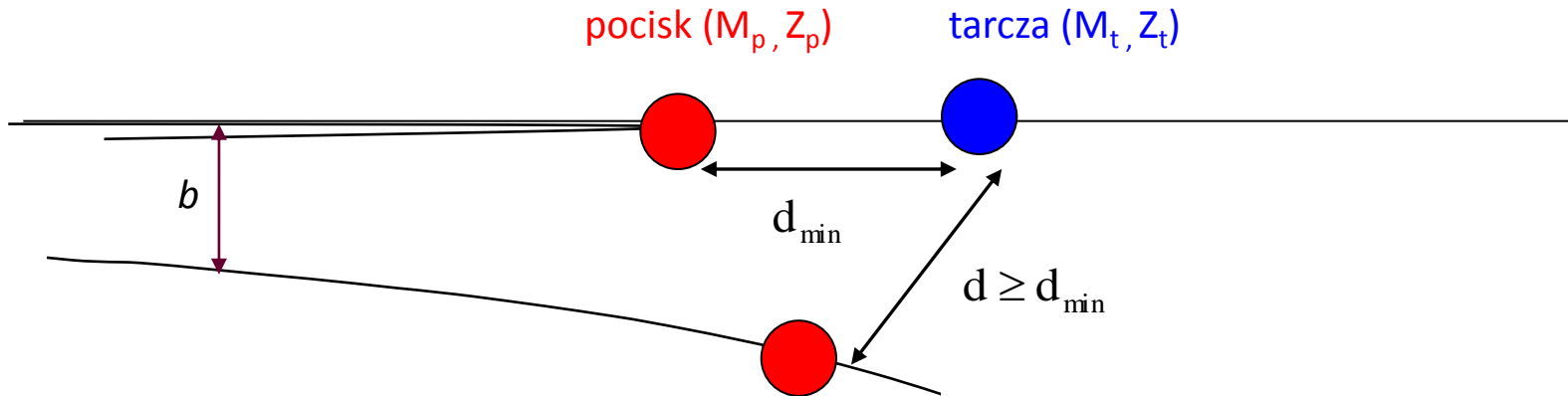
$$E^{\text{lab}} = 1.44 \cdot \frac{A_p + A_t}{A_t} \cdot \frac{Z_P Z_T}{d_{\min}} \text{ [MeV]}$$

Dla  $\theta_{\text{cm}} \neq 180^\circ$  :

$$E^{\text{lab}} = 0.72 \cdot \frac{A_p + A_t}{A_t} \cdot \frac{Z_P Z_T}{d} \left( 1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta_{\text{CM}}}{2}} \right)$$

$$\sin(\theta_{\text{CM}} - \theta_{\text{LAB}}) = \frac{A_P}{A_T} \cdot \sin(\theta_{\text{LAB}})$$

# Energia bezpieczna w eksperymentach wzbudzeń kulombowskich



**Wartość energii dla rozproszenia wstecznego**  
 → maksymalna energia, przy której spełnione jest kryterium Cline'a dla wszystkich kątów rozproszenia → **energia progowa** dla eksperymentów wzbudzeń kulombowskich.

Dla  $\theta_{\text{cm}} = 180^\circ$  :

$$E^{\text{lab}} = 1.44 \cdot \frac{A_p + A_t}{A_t} \cdot \frac{Z_p Z_T}{d_{\min}} \text{ [MeV]}$$

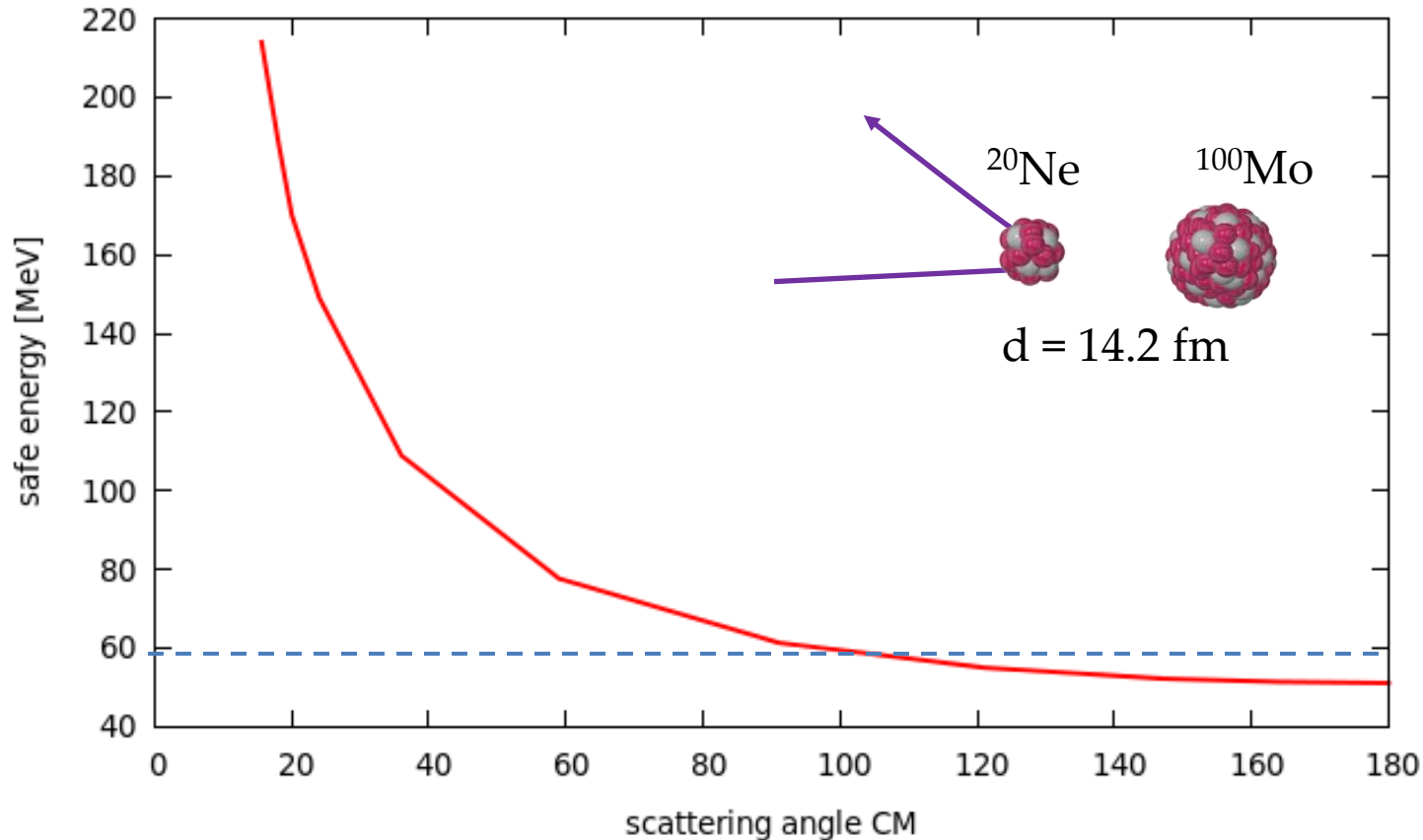
$\theta_{\text{cm}} = 180^\circ$

Dla  $\theta_{\text{cm}} \neq 180^\circ$  :

$$E^{\text{lab}} = 0.72 \cdot \frac{A_p + A_t}{A_t} \cdot \frac{Z_p Z_T}{d} \left( 1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta_{\text{CM}}}{2}} \right)$$

$$\sin(\theta_{\text{CM}} - \theta_{\text{LAB}}) = \frac{A_p}{A_T} \cdot \sin(\theta_{\text{LAB}})$$

$$E_d(\theta_{CM}) = 0.72 \cdot \frac{Z_p Z_t}{d} \cdot \frac{A_p + A_t}{A_t} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{\sin(\frac{\theta_{CM}}{2})} \right] \quad [\text{MeV}]$$

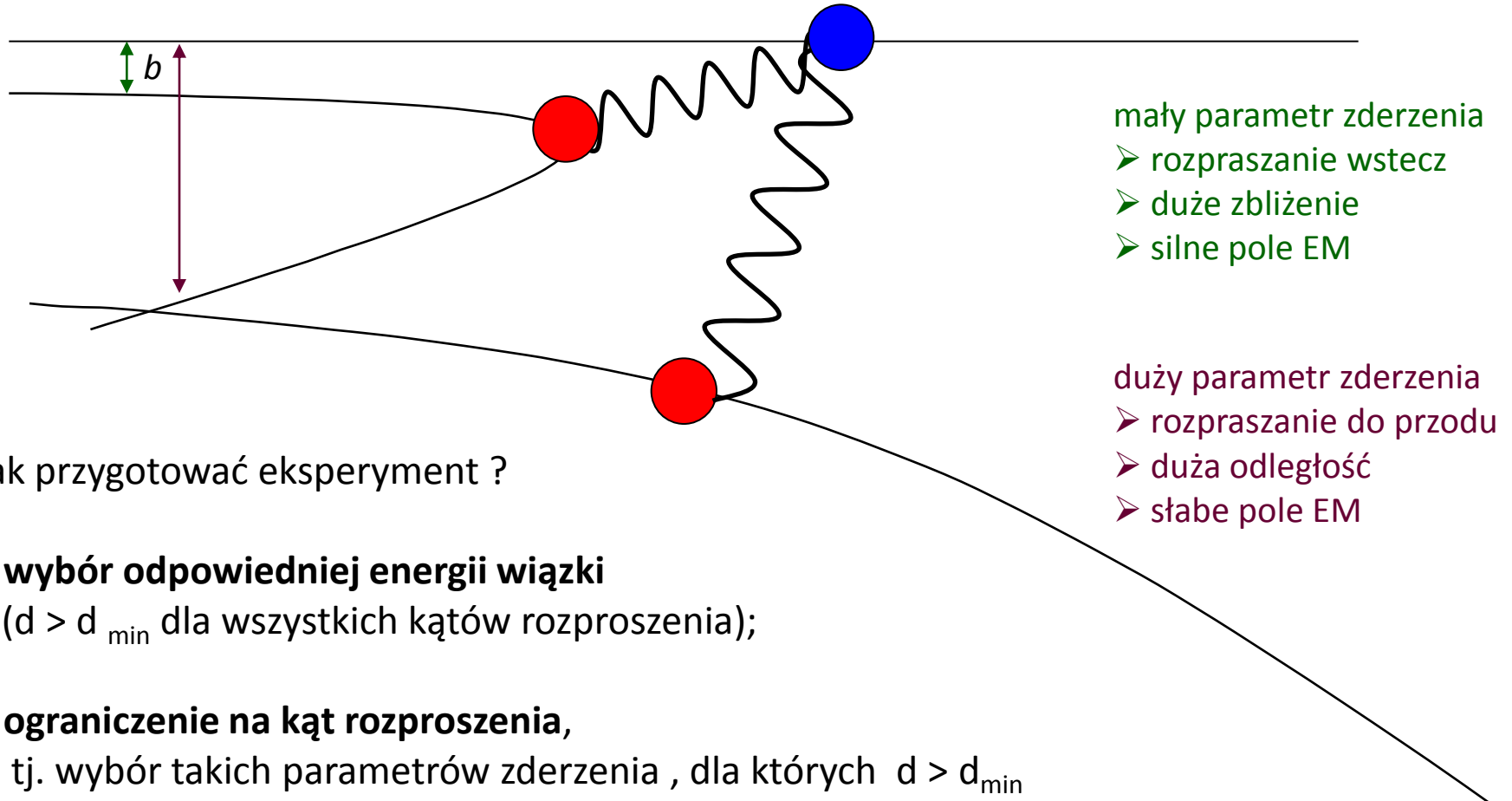


Przykład: energia wiązki  $^{20}\text{Ne}$  wynosi 60 MeV. Jest to energia bezpieczna gdy  $\vartheta_{CM} < 110^\circ$

( $\vartheta_{LAB}^{Ne} > 100^\circ$ ,  $\vartheta_{LAB}^{Mo} < 35^\circ$ ). NIE JEST to energia bezpieczna dla  $\vartheta_{CM} > 110^\circ$

# Wymóg energii bezpiecznej

...wynika z faktu że  $d_{min}$  musi być odpowiednio duża.  
Ale to nie jedyny sposób aby to zapewnić





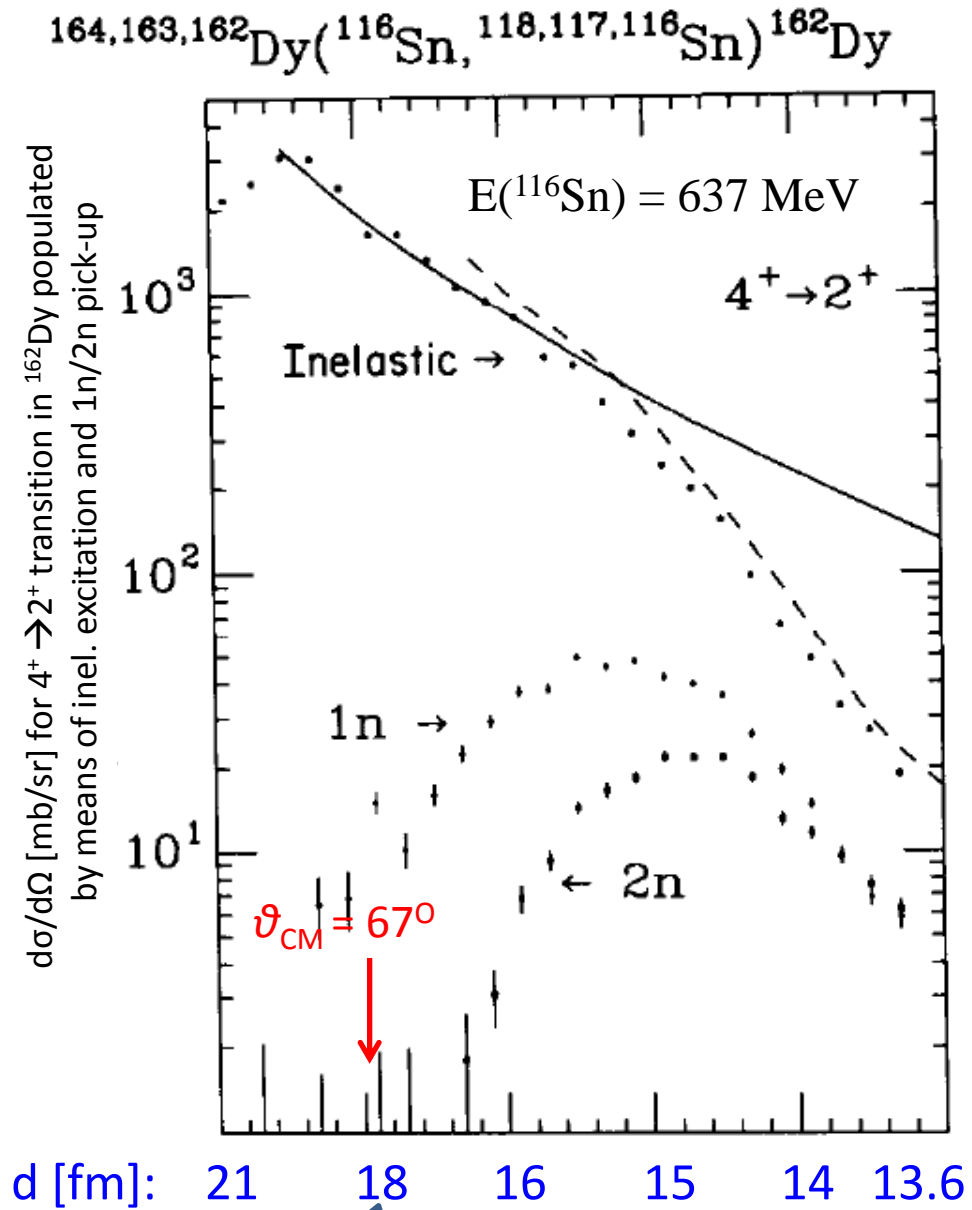
# Kryterium Cline'a

Kryterium empiryczne zostało wyznaczone na podstawie szeregu badań przekroju czynnego na rozpraszanie nieelastyczne oraz transfer 1n / 2n przy energiach  $\sim$  kilku MeV/A.

- $\vartheta_{\text{LAB}} < 55^\circ$  : dane odtworzone przez proces **wzbudzenia kulombowskiego** (linia ciągła);
- $\vartheta_{\text{LAB}} > 55^\circ$  : **włączenie sił jądrowych**; dane odtworzone przez kwantowy model optyczny (linia przerywana);

$$E(\vartheta_{\text{CM}} = 67^\circ; {}^{116}\text{Sn} + {}^{162}\text{Dy}) = 638 \text{ MeV}$$

$$d_{\text{min}} = 1.25(A_t^{1/3} + A_p^{1/3}) + 5 = 18 \text{ fm}$$



# Włączenie w proces wzbudzenia kulombowskiego sił jądrowych

D. CLINE, H. S. GERTZMAN, H. E. GOVE, P. M. S. LESSER and J. J. SCHWARTZ †  
*Nuclear Structure Research Laboratory, University of Rochester, Rochester, New York ††*  
*Nuclear Physics A133 (1969) 445—464*

- Wzbudzenie kulombowskie stanu  $2^+_{1}$  (1.33 MeV) w  $^{60}\text{Ni}$   
 $^{60}\text{Ni}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{O}')$ ,  $E = 28 - 38 \text{ MeV}$   $^{60}\text{Ni}(^{32}\text{S}, ^{32}\text{S}')$ ,  $E = 65 - 70 \text{ MeV}$
- $B(E2; 2^+_{1} \rightarrow 0^+_{1}) = 0.0914 \pm 0.0020 e^2b^2$   $Q = 0.00 \pm 0.13 eb$

➤ Wykres przedstawia stosunek prawdopodobieństw

$$P_{\text{exp}} / P_{\text{theory}} \quad P_{\text{exp}} = d\sigma_{\text{inel}} / d\sigma_{\text{el}};$$

Prawdopodobieństwo wzbudzenia stanu  $2^+_{1}$ :

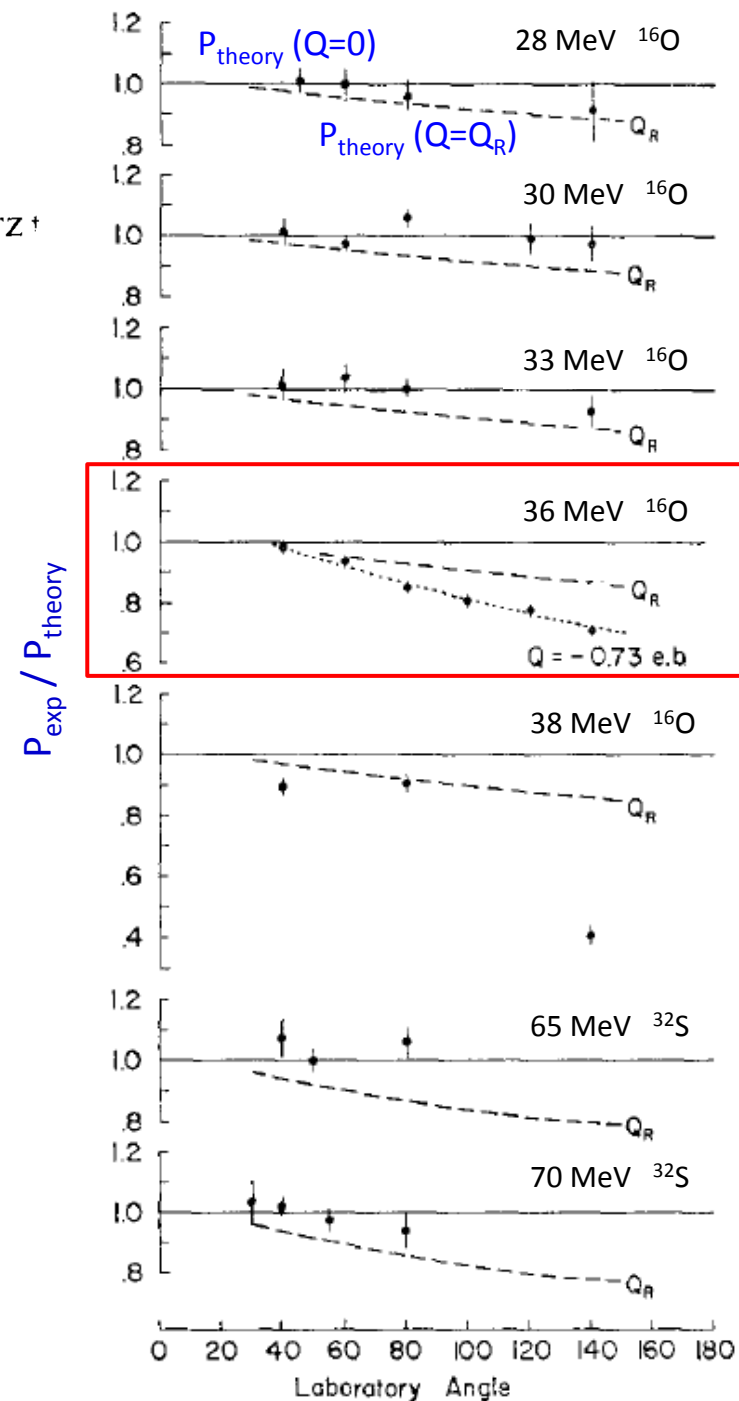
$$P(2^+_{1}) \sim B(E2) \cdot [1 + Q \cdot f(\theta; E)]$$

- Inny wynik uzyskany dla momentu kwadrupolowego  $Q$  gdy  $E > 33 \text{ MeV}$  dla  $^{60}\text{Ni}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{O}')$ .

→ wyższa wartość  $Q = -0.73 eb$

( $\sim 2.6 \cdot Q_{\text{rot}}$ )

→ włączenie w proces sił jądrowych



# Włączenie w proces wzbudzenia kulombowskiego sił jądrowych

D. CLINE, H. S. GERTZMAN, H. E. GOVE, P. M. S. LESSER and J. J. SCHWARTZ †  
*Nuclear Structure Research Laboratory, University of Rochester, Rochester, New York ††*

*Nuclear Physics A133 (1969) 445—464*

- Wzbudzenie kulombowskie stanu  $2^+_{1}$  (1.33 MeV) w  $^{60}\text{Ni}$   
 $^{60}\text{Ni}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{O}')$ ,  $E = 28 - 38 \text{ MeV}$      $^{60}\text{Ni}(^{32}\text{S}, ^{32}\text{S}')$ ,  $E = 65 - 70 \text{ MeV}$
- $B(E2; 2^+_{1} \rightarrow 0^+_{1}) = 0.0914 \pm 0.0020 \text{ e}^2\text{b}^2$      $Q = 0.00 \pm 0.13 \text{ eb}$

➤ Wykres przedstawia stosunek prawdopodobieństw

$$P_{\text{exp}} / P_{\text{theory}} \quad P_{\text{exp}} = d\sigma_{\text{inel}} / d\sigma_{\text{el}};$$

Prawdopodobieństwo wzbudzenia stanu  $2^+_{1}$ :

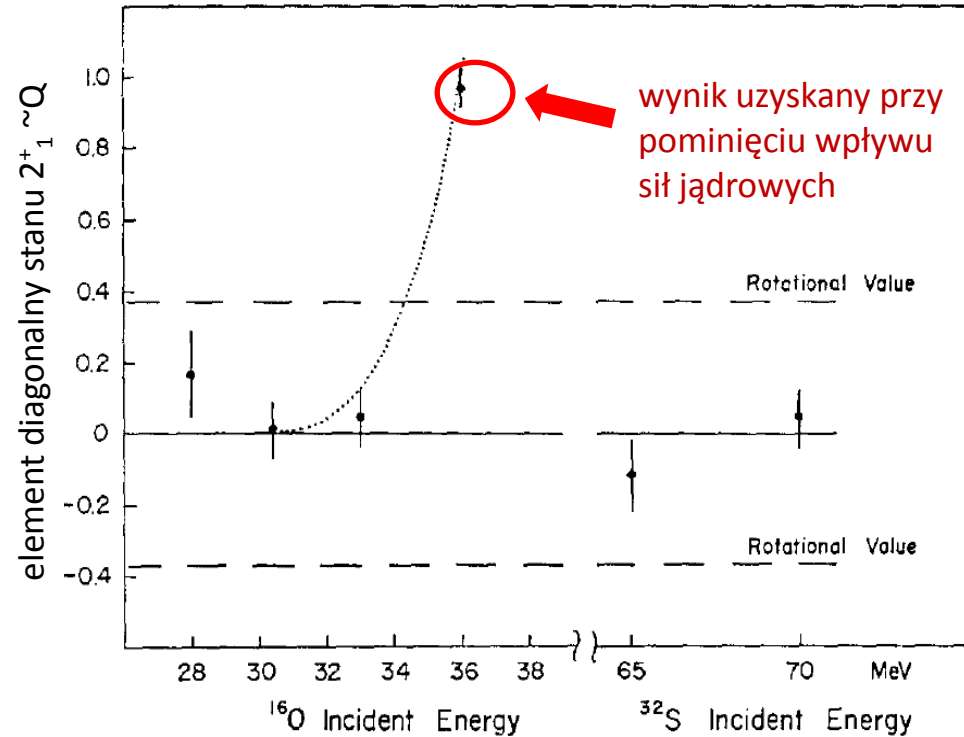
$$P(2^+_{1}) \sim B(E2) \cdot [1 + Q \cdot f(\theta; E)]$$

- Inny wynik uzyskany dla momentu kwadrupolowego  $Q$  gdy  $E > 33 \text{ MeV}$  dla  $^{60}\text{Ni}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{O}')$ .

→ wyższa wartość  $Q = -0.73 \text{ eb}$

( $\sim 2.6 \cdot Q_{\text{rot}}$ )

→ włączenie w proces sił jądrowych



# Włączenie w proces wzbudzenia kulombowskiego sił jądrowych

D. CLINE, H. S. GERTZMAN, H. E. GOVE, P. M. S. LESSER and J. J. SCHWARTZ †  
*Nuclear Structure Research Laboratory, University of Rochester, Rochester, New York ††*

The presence of small admixtures of nuclear interactions in Coulomb excitation experiments produces effects indistinguishable from the re-orientation effects due to a negative static quadrupole moment as is so dramatically illustrated by the 36 MeV  $^{16}\text{O}$  data displayed in fig. 3. The remarkable fit obtained for the 36 MeV  $^{16}\text{O}$  data, which results in a static quadrupole moment 2.6 times the rotor-model value, illustrates that even good agreement in the shape of the angular distribution with Coulomb excitation theory does not mean that nuclear processes are unimportant.

*Nuclear Physics A133 (1969) 445—464*

# Kryterium odległości największego zbliżenia

- Moment kwadrupolowy  $Q'$  stanu  $2^+_{1}$  w jądrach  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{60}\text{Ni}$  wyznaczany w eksperymentach wzbudzeń kulombowskich z wiązkami  $^{16}\text{O}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{35}\text{Cl}$  metodą reorientacji.

- $Q'$  w funkcji odległości największego zbliżenia pomiędzy powierzchniami jądrowymi w zderzeniu czołowym.

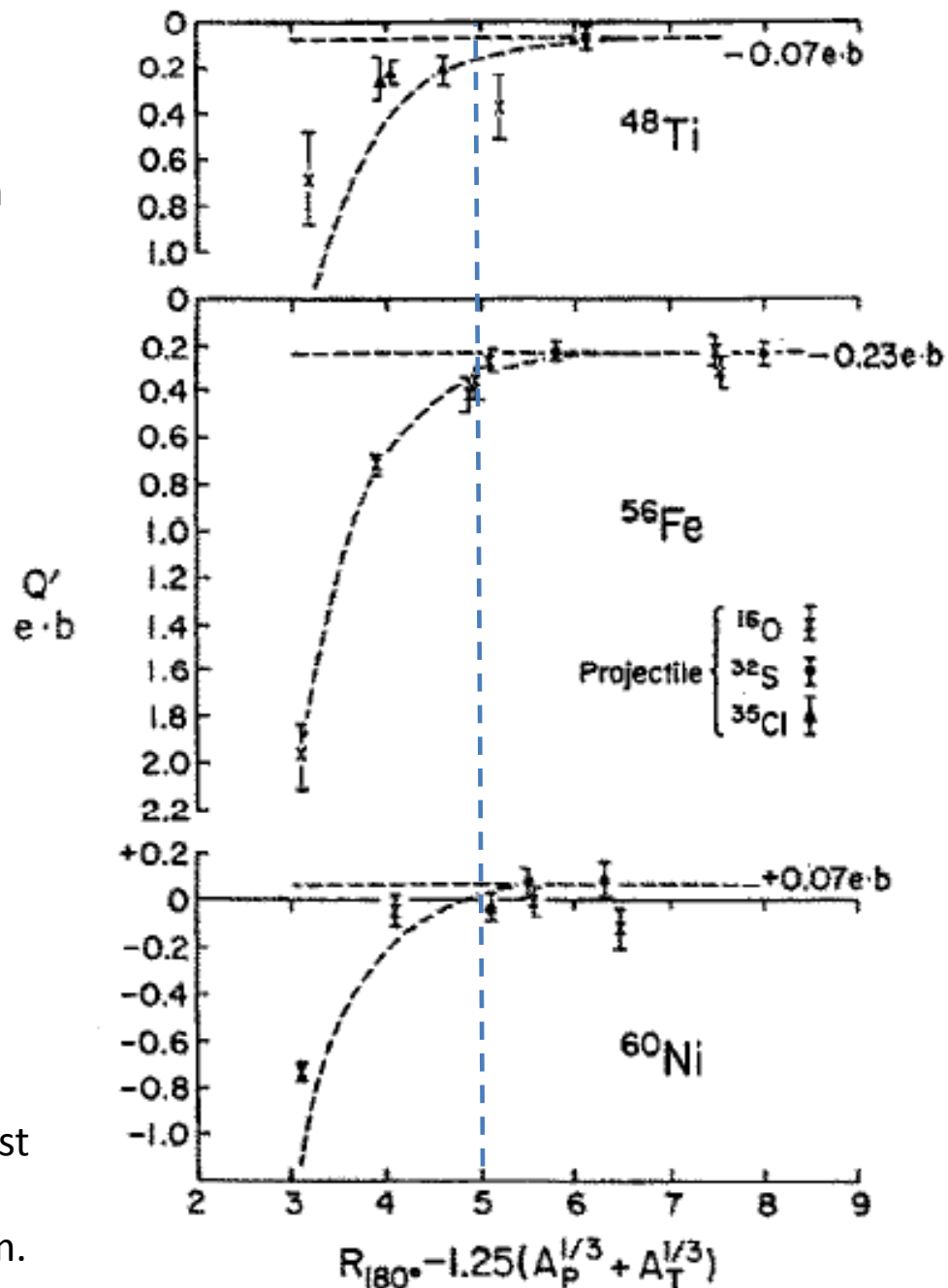
- Przy pewnych odległościach wyniki nie są spójne:  $R_{180} - 1.25 (A_t^{1/3} + A_p^{1/3}) < 5 - 6 \text{ fm}$



użyta energia wiązki była za wysoka  
 → zbyt mała odległość między jądrem pocisku i jądrem tarczy → włączenie w proces oddziaływania sił jądrowych.

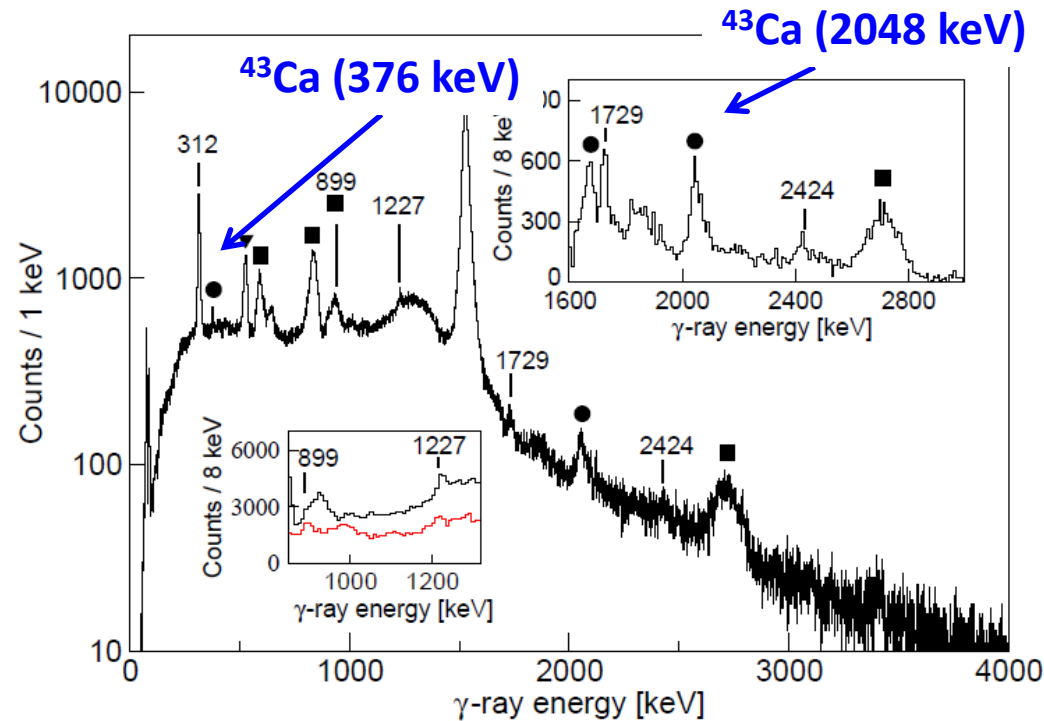
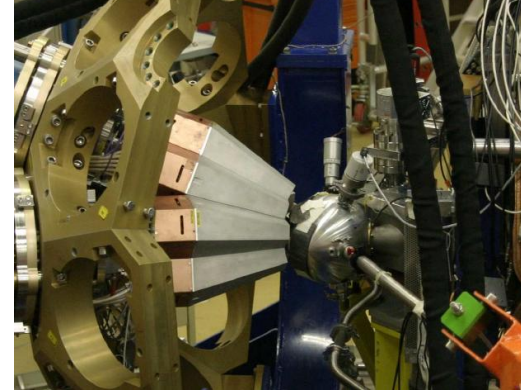
- Dla układów gdzie jeden z partnerów reakcji jest lżejszy niż Ni być może należy ostrożniej podchodzić do kryterium Cline'a i czynnika 5 fm.

P. M. S. Lesser et al., NPA 190 (1972) 597



# Transfer podbarierowy

- Eksperyment wzbudzenia kulombowskiego jądra wiązki  $^{42}\text{Ca}$  na tarczy  $^{208}\text{Pb}$  @ LNL Legnaro, DANTE & AGATA
- Energia wiązki 170 MeV: **98.7% energii bezpiecznej** dla układu  $^{42}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$
- Zaobserwowano **reakcję transferu podbarierowego**  $^{208}\text{Pb}(^{42}\text{Ca}, ^{43}\text{Ca})^{207}\text{Pb}$ ;  $Q = 565$  keV
- **Kryterium Cline'a** zapewnia że **mniej niż 0.1 % całkowitego przekroju czynnego** na reakcje jądrowe pochodzi z **procesów innych niż wzbudzenie kulombowskie**.
- Dla pewnych kombinacji jądro pocisku – jądro tarczy należy ostrożnie stosować kryterium Cline'a.



# Przybliżenie półklasyczne

- Ściśle kwantowy opis rozpraszania jąder pocisku w potencjale kulombowskim skomplikowany .

(długi zasięg oddziaływania elektromagnetycznego; rozkład potencjału kulombowskiego na szereg fal parcjalnych).

- Przybliżenie półklasyczne:

zakłada się, iż **trajektoria** jądra może być opisana **klasycznymi równaniami ruchu**, lecz do opisu **oddziaływania** stosuje się **mechanikę kwantową**.

Kiedy proces rozpraszania można w przybliżeniu opisać klasycznym obrazem trajektorii ?

- Wówczas gdy podczas całego procesu cząstka przedstawia sobą **dobrze zdefiniowany pakiet falowy**, tzn. gdy zbliżenie się do potencjału rozpraszającego nie powoduje wyraźnego zakłócenia w pakiecie falowym:

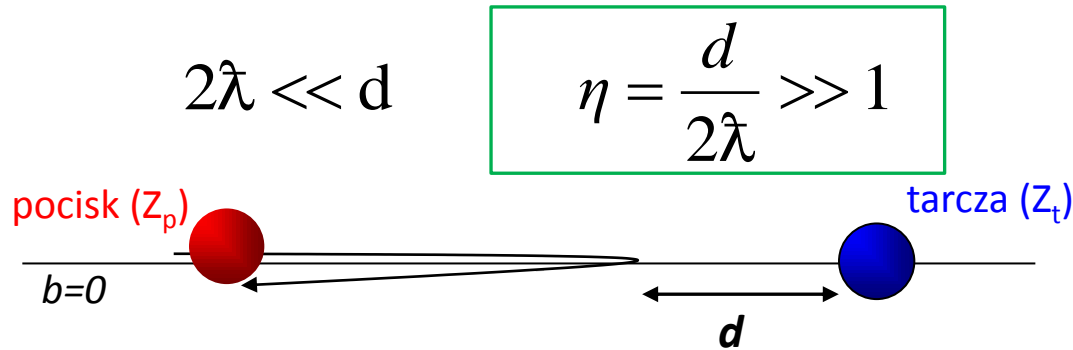
$$|\text{grad } \hat{\lambda}(\vec{r})|^2 \ll 1$$

- ➔ potencjał zmienia się niewiele na odległości rzędu długości fali cząstki padającej.
- Dla rozpraszania kulombowskiego ten warunek jest spełniony gdy długość fali de Broglie'a ( $\lambda/2\pi$ ) padającej cząstki jest dużo mniejsza niż odległość największego zbliżenia w zderzeniu czołowym:

$$2\hat{\lambda} \ll d$$



# Parametr Sommerfelda $\eta$ (1/4)



Czynnik dwa wynika z powszechnie przyjętej konwencji. Dla cząstki o energii  $E_0$  poruszającej się w polu kulombowskim zachodzi:

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 = T(\vec{r}) + V(\vec{r}) = \frac{1}{2}mv^2(\vec{r}) + \frac{Z_P Z_T e^2}{4\pi\epsilon_0 \vec{r}}$$

Przy rozpraszaniu czołowym w odległości  $d$ ,  $T=0$  :  $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{Z_P Z_T e^2}{4\pi\epsilon_0 d}$

uwzględniając

$$\hat{\lambda} = \hbar / mv_0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} \frac{\hbar}{\hat{\lambda}} v_0 = \frac{Z_P Z_T e^2}{4\pi\epsilon_0 d} \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{d}{\hat{\lambda}} = \frac{Z_P Z_T e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar v_0} = \eta$$

Parametr Sommerfelda to wielkość wiążąca oddziaływanie kulombowskie z prędkością pocisku.

# Dygresja...

- Parametr Sommerfelda

$$\eta = \frac{Z_p Z_t e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar v}$$

jest podany w **układzie SI** i w tym układzie jest wielkością bezwymiarową ( $e^2/4\pi\epsilon_0 = 1.44 \text{ MeV}\cdot\text{fm}$ ;  $\hbar c = 197.3 \text{ MeV}\cdot\text{fm}$ ).

- W literaturze\* często podaje się:

$$\eta = \frac{Z_p Z_t e^2}{\hbar v}$$

ta formuła jest zapisana w układzie **CGS** i w tym systemie jest bezwymiarową (ładunek elektryczny  $1 \text{ statC} = 1 \text{ g}^{1/2} \text{ cm}^{3/2} \text{ s}^{-1}$ )

\* T.Mayer–Kuckuk: *Fizyka jądrowa*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1983.

# Parametr Sommerfelda w funkcji energii cząstki w układzie laboratoryjnym (2/4)

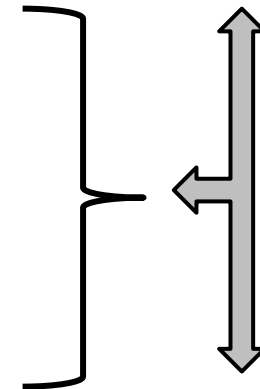
Równoważna postać parametru Sommerfelda :

$$\eta = \frac{Z_p Z_t e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar v} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \cdot \frac{Z_p Z_t}{v/c} = \alpha \frac{Z_p Z_t}{v/c} = \alpha \cdot c \cdot Z_p Z_t \sqrt{\frac{M_0}{2E_{cm}}} \quad (6)$$

$\alpha = 1/137$

$$E_{cm} = \frac{M_t}{M_p + M_t} E_{lab} \quad M_0 = \frac{M_p \cdot M_t}{M_p + M_t}$$

$$M_p = A_p \cdot 1u, \quad 1u \sim 931.5 \text{ [MeV/c}^2\text{]}, \quad E \text{ [MeV]}$$



w układzie laboratoryjnym:

$$\eta \approx 0.16 \cdot Z_p Z_t \cdot \sqrt{\frac{A_p}{E_{p\_lab}}} \quad (7)$$

# Parametr Sommerfelda w funkcji ( $Z_{p/T}$ , $A_{p/T}$ ) (3/4)

W eksperymentach wzbudzeń kulombowskich energia pocisku  $E_{p\_lab} \leq E$  ( $\vartheta = 180^\circ$ ).

Korzystając z zależności na  $E_{bezp}(\vartheta = 180^\circ)$  i  $d$  określonej przez kryterium Cline'a:

$$\eta = 0.16 \cdot Z_p Z_t \cdot \sqrt{\frac{A_p}{E_d(\pi)}} = \left\{ \begin{array}{l} E_d(\pi) = 1.44 \cdot \frac{Z_p Z_t}{d} \cdot \frac{A_p + A_t}{A_t} \\ d = 1.25 \cdot (A_p^{1/3} + A_t^{1/3}) + 5.0 \end{array} \right.$$

$$= 0.132 \cdot \sqrt{Z_p Z_t \cdot \frac{A_p A_t}{A_p + A_t} \left[ 1.25 \cdot (A_p^{1/3} + A_t^{1/3}) + 5.0 \right]}$$

$$= 0.148 \cdot \sqrt{Z_p Z_t \cdot \frac{A_p A_t}{A_p + A_t} (A_p^{1/3} + A_t^{1/3} + 4)} \quad (8)$$

# Parametr Sommerfelda (4/4)

- Warunek stosowalności przybliżenia półklasycznego:

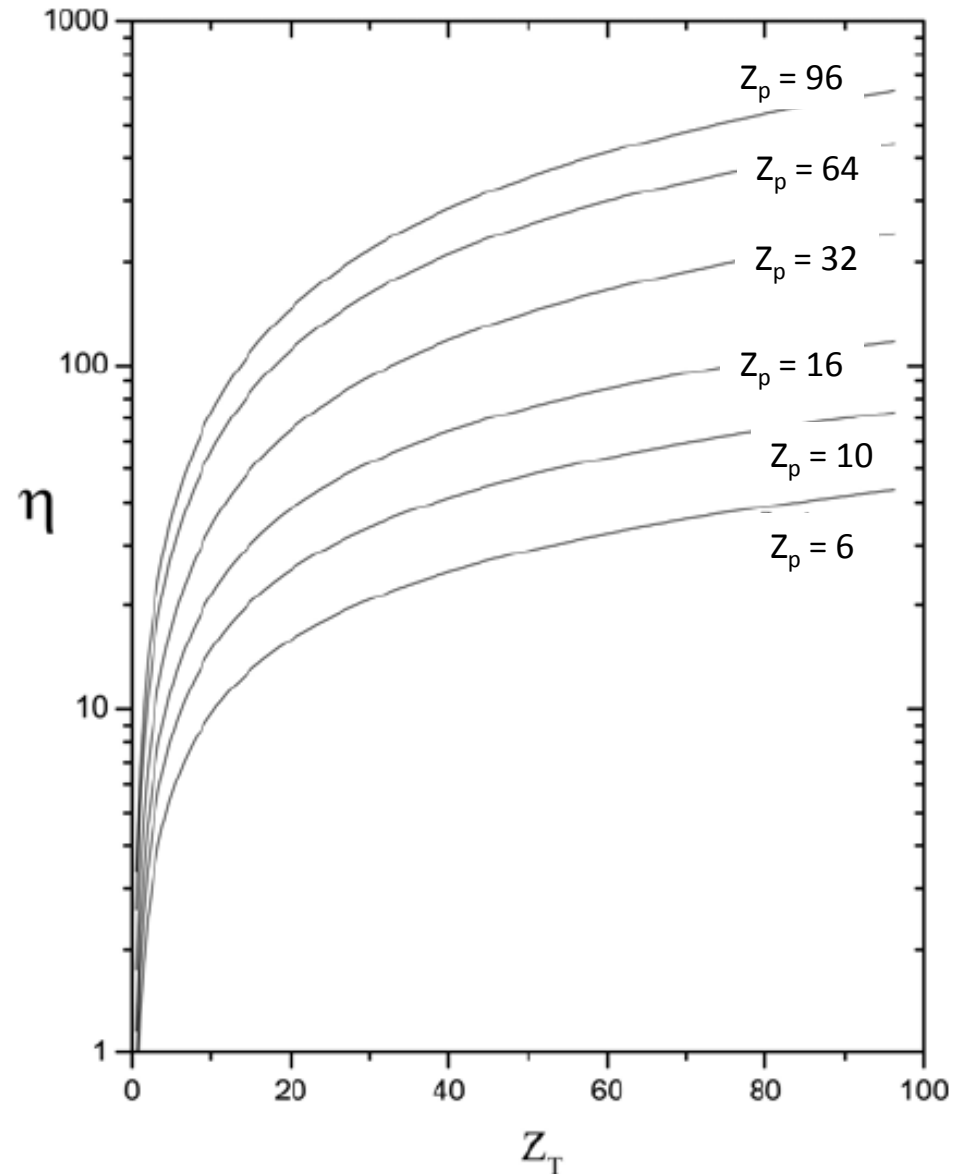
$$\eta \gg 1$$

(cząstka ma zdefiniowany pakiet falowy i porusza się po klasycznej trajektorii)

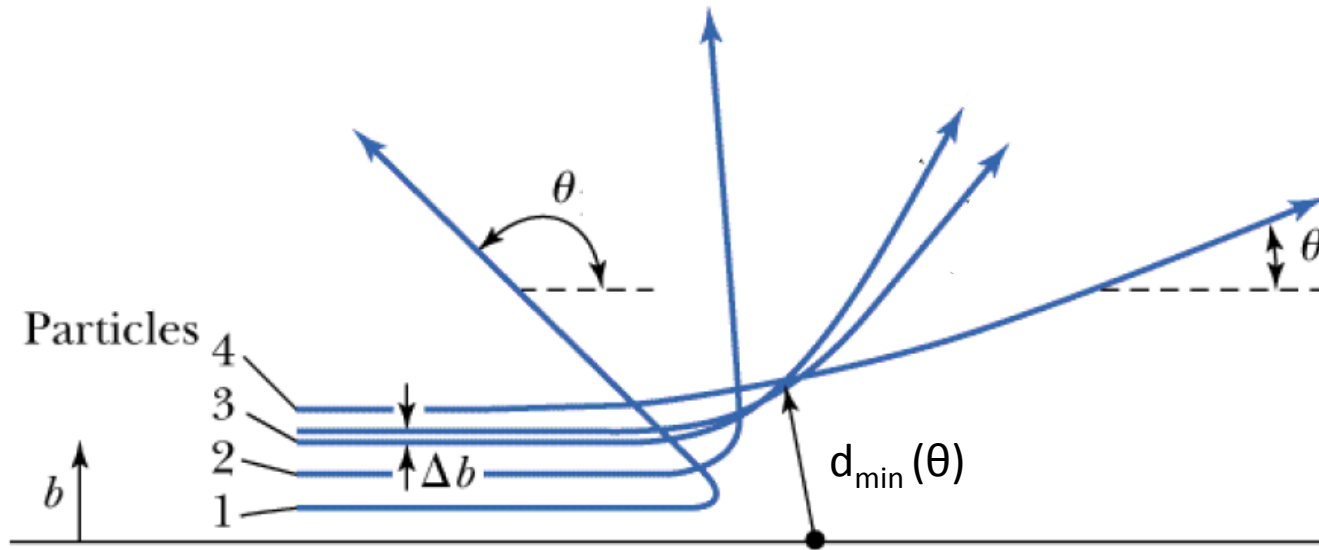
- Typowe wartości  $\eta$  w eksperymentach wzbudzeń kulombowskich z ciężkimi jonami:  
 **$\eta \sim$  kilkadziesiąt / kilkaset**

Przykład:  $^{196}\text{Po}$  ( $Z_p = 84$ ) +  $^{104}\text{Pd}$  ( $Z_t = 46$ )  
 $E = 550 \text{ MeV}$ :  $\eta = 362$

- Przybliżenie półklasyczne odbiega od ściśle kwantowych rachunków rozpraszania na poziomie  $\sim 1/\eta$   
( $\sim 0.3\%$  dla  $^{196}\text{Po} + ^{104}\text{Pd}$ )



# Trajektorie ruchu



Rys.: <https://web-docs.gsi.de/~wolle/TELEKOLLEG/KERN/LECTURE/Fraser/L22.pdf>

$\eta \gg 1 \rightarrow$  klasyczny opis ruchu względnego środka masy dwóch jąder  $\rightarrow$  trajektorie hiperboliczne określone przez **energię**, **parametr zderzenia  $b$**  lub **kąt odchylenia  $\theta$**

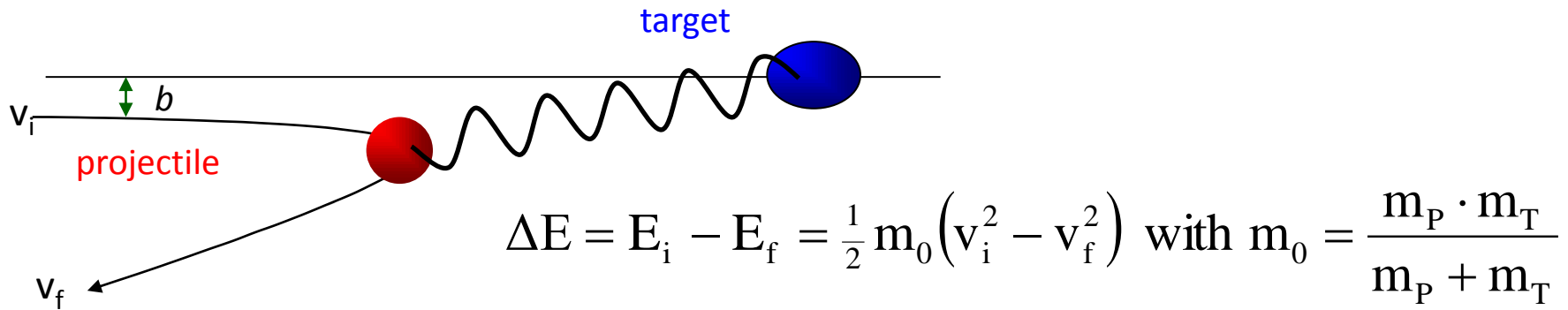
➤ odległość największego zbliżenia: 
$$d(\theta_{cm}) = \frac{Z_p Z_t e^2}{E_{cm}} \left[ 1 + \sin\left(\frac{\theta_{cm}}{2}\right)^{-1} \right]$$

➤ parametr zderzenia: 
$$b = \frac{Z_p Z_t e^2}{E_{cm}} \cot\left(\frac{\theta_{cm}}{2}\right)$$

## Wymogi dla stosowania przybliżenia półklasycznego:

- (1) Energia wzbudzenia badanego jądra musi być mała w odniesieniu do energii kinetycznej całego układu.
- (2) Separacja czasowa kulombowskiego procesu wzbudzenia i rozpadu stanu jądrowego.
- (3) Przybliżenie monopol-multipol w rozwinięciu potencjału oddziaływania w szereg multipolowy.

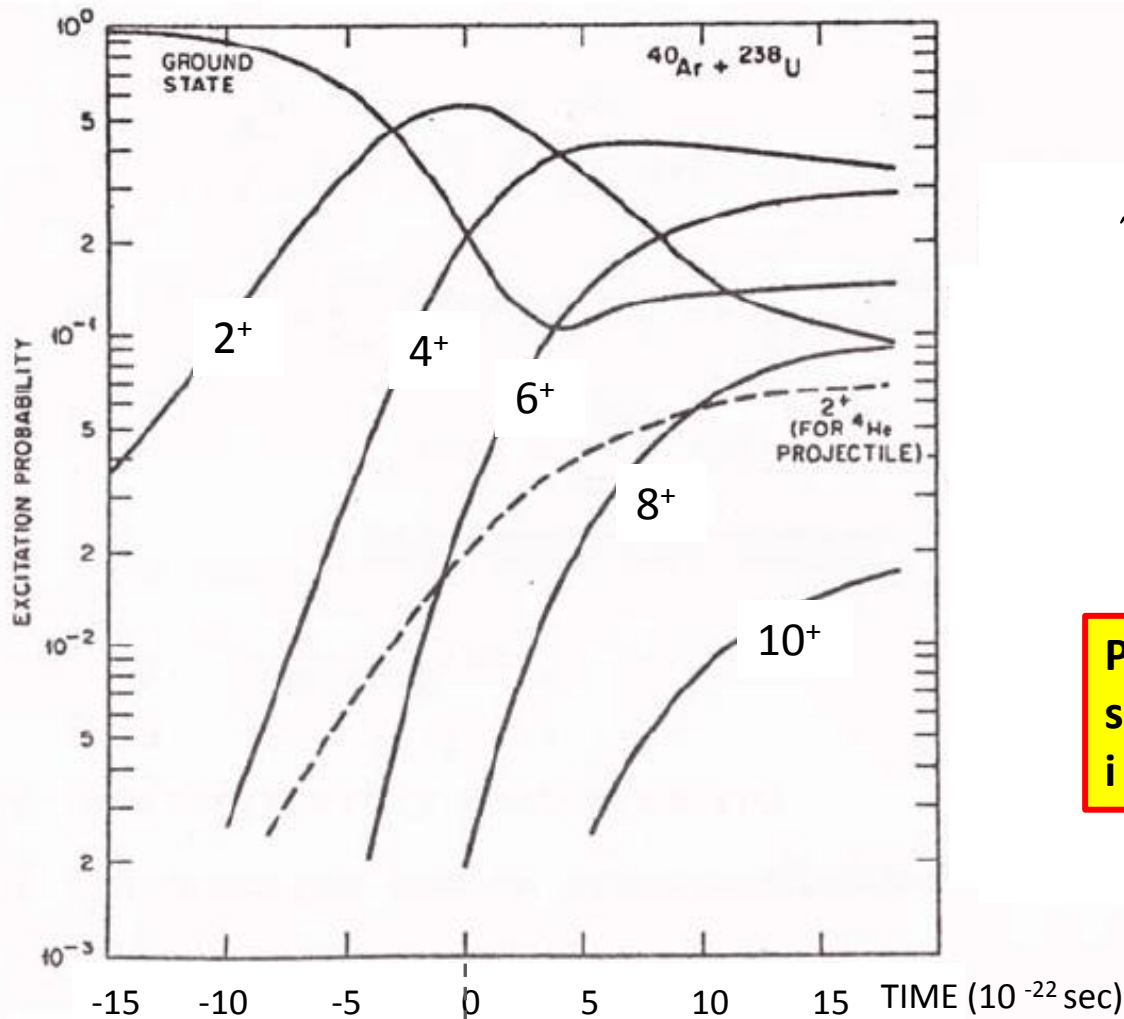
# (1) Wymóg małego przekazu energii



- W klasycznym opisie trajektorii moment przekazu energii do wzbudzonego jądra nie jest jednoznacznie określony.
- Nie jest możliwa dokładna korekta toru lotu jądra pocisku związana z przekazem energii.
- Stąd wymóg by **energia wzbudzenia jądra była mała w porównaniu z energią pocisku**.
- Założenie to zazwyczaj spełnione dla wiązek ciężkich jonów (np.  $^{196}\text{Po} + ^{104}\text{Pd}$  : energia wiązki 559 MeV, wzbudzenie jądra  $^{196}\text{Po}$  nie przekraczało 1.5 MeV).
- **Symetryzacja trajektorii**: uśrednienie parametrów trajektorii niezaburzonej oraz zaburzonej poprzez przekaz energii.

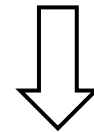


## (2) Rozdzielenie w czasie procesu wzbudzenia i rozpadu



$$\tau_{\text{wzbudzenia}} \sim 10^{-21} - 10^{-22} \text{ s}$$

$$\tau_{\text{rozpadu}} \sim 10^{-12} - 10^{-13} \text{ s}$$



**Procesy wzbudzenia i rozpadu są rozdzielone w czasie i następują kolejno po sobie.**



### (3) Oddziaływanie monopol-multipol

- Potencjał oddziaływania jader można rozwinąć na szereg multipolowy ( $\rightarrow$  *następny wykład*).
- W praktyce uwzględnia się jedną jego składową: oddziaływanie **monopol-multipol**.
  - Oddziaływanie **monopol-monopol** odpowiedzialne jest za kinematykę zderzenia i opisuje trajektorie rozpraszanych pocisków.
  - Człon **multipol-multipol** zaniedbywalnie jako mały.
- W eksperymencie: dobór odpowiedniego pocisku, słabo wzbudzanego w procesie kulombowskim (np. używa się wiązek ciężkich jonów jąder magicznych).

# Ograniczenia na wzbudzenie kulombowskie

Wzbudzenie generowane jest przez zmienne w czasie pole elektromagnetyczne.

**Dany stan  $|n\rangle$  może zostać wzbudzony jeśli czas zderzenia  $\tau_{\text{coll}}$  jest krótki lub porównywalny z jądrową skalą czasu  $\tau_{\text{nucl}}$  („nuclear period”) związaną z przejściem ze stanu  $|0\rangle$  do stanu  $|n\rangle$ .**

**Czas zderzenia ( $\tau_{\text{coll}}$ )** – oszacowany jako czas jaki jest potrzebny cząstce aby przebyć odległość największego zbliżenia:  $d(\theta) = a(1 + 1/\sin(\theta/2))$ ;  $a = Z_p Z_T e^2 / M_0 v^2$ .

Dla rozpraszania wstecznego:  $d(\pi) = 2a$ .

$$\tau_{\text{coll}} \sim a/v; \quad a \sim 10 \text{ fm};$$

prędkość  $v$  (dla układu  $^{196}\text{Po} + ^{114}\text{Cd}$ ,  $E_{\text{lab}}^{\text{Po}} = 550 \text{ MeV}$   $E_{\text{CM}} = 191 \text{ MeV}$ ):

$$v = \sqrt{\frac{2E_{\text{CM}}}{M_0}} = \sqrt{0.006c^2} = 0.0774c \Rightarrow \tau_{\text{coll}} = 4.3 \cdot 10^{-22} \text{ sec}$$

$$M_0 = \frac{M_p \cdot M_t}{M_p + M_t} \cong \frac{A_p \cdot A_t}{A_p + A_t} \cdot 1u; \quad 1u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$$

# Ograniczenia na wzbudzenie kulombowskie

Wzbudzenie generowane jest przez zmienne w czasie pole elektromagnetyczne. **Dany stan  $|n\rangle$  może zostać wzbudzony jeśli czas zderzenia  $\tau_{\text{coll}}$  jest krótki lub porównywalny z jądrową skalą czasu  $\tau_{\text{nucl}}$  („nuclear period”) związaną z przejściem ze stanu  $|0\rangle$  do stanu  $|n\rangle$ .**

$$\tau_{\text{nucl}} = \hbar / \Delta E :$$

$$\tau_{\text{nucl}} = \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{6.5821 \cdot 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}}{1 \text{ MeV}} = 6.58 \cdot 10^{-22} \text{ sec}$$

Parametr  $\xi$  (*adiabacity parameter*) :

$$\xi = \frac{\tau_{\text{coll}}}{\tau_{\text{nucl}}} = \frac{4.3 \cdot 10^{-22}}{6.58 \cdot 10^{-22}} \sim 0.65$$



**Przejście  $|0\rangle \rightarrow |n\rangle$  może zajść tylko wtedy gdy  $\xi < \sim 1$**

# Parametr $\xi$ :

$$\xi = \frac{\tau_{\text{coll}}}{\tau_{\text{nucl}}} = \frac{a \Delta E}{v \hbar}$$

$\xi > 1$   $\rightarrow$  ruch pocisku jest powolny,  $\tau_{\text{coll}} > \tau_{\text{nucl}} \rightarrow$  prawdopodobieństwo wzbudzenia kulombowskiego jest małe

$\xi = 1$   $\rightarrow$  przypadek graniczny

$$\Rightarrow \Delta E_{\text{max}} (\xi = 1) = \frac{\hbar v}{a}$$

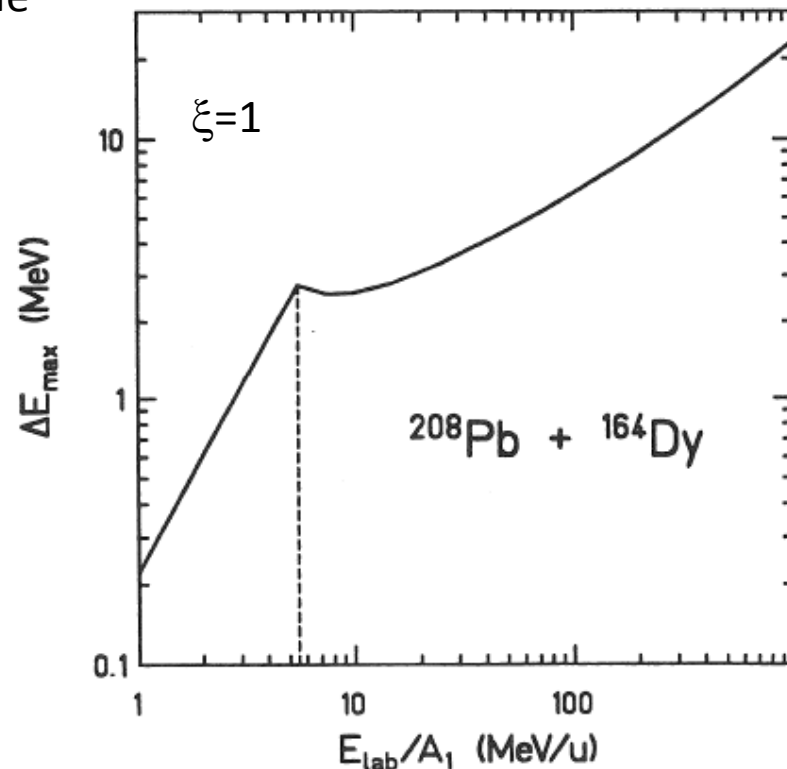
Ograniczenie na maksymalny przekaz energii związany ze wzbudzeniem jednostopniowym w reakcjach nisko-energetycznych ( $v < c$ )

(< 5 MeV/u)

(>>5 MeV/u)

$$\Delta E_{\text{max}} \approx 2 \text{ MeV}$$

$$\Delta E_{\text{max}} \approx 10 \text{ MeV}$$



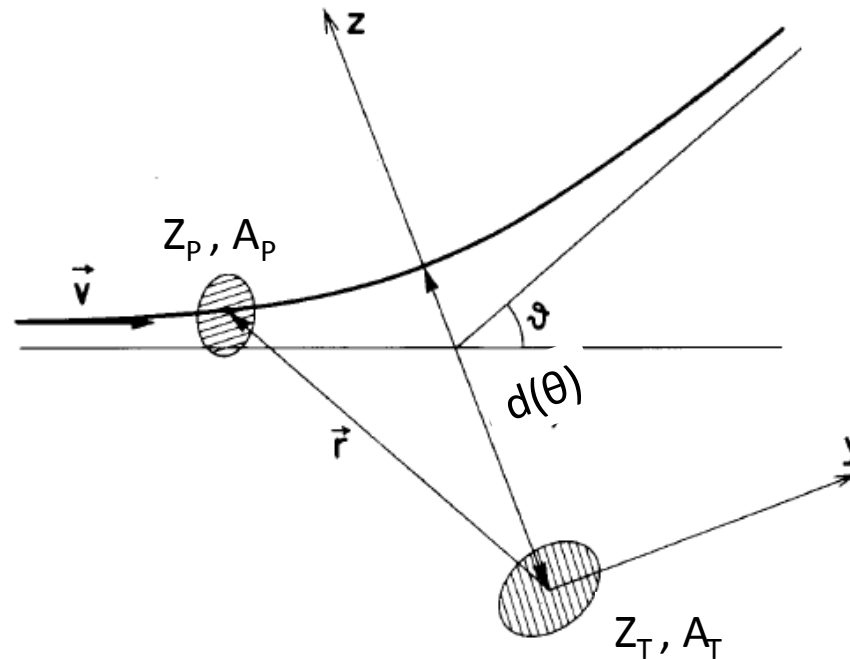
# Podsumowanie

- Proces wzbudzenia kulombowskiego można opisać **oddziaływaniem elektromagnetycznym** gdy odległość między zderzającymi się jądrami jest odpowiednio duża:
  - kryterium Cline'a;
  - energia bezpieczna dla eksperymentów wzbudzeń kulombowskich.
- Opis procesu rozpraszania jąder pocisku w potencjale kulombowskim w **przybliżeniu półklasycznym**:
  - ruch po trajektoriach hiperbolicznych (klasyczne równania ruchu);
  - oddziaływanie opisane mechaniką kwantową.
- Warunki dla stosowania przybliżenia półklasycznego:
  - **parametr Sommerfelda**  $\eta \gg 1$
- Ograniczenie na wzbudzenie kulombowskie  $\rightarrow$  czas zderzenia vs czas związany ze wzbudzeniem stanu jądrowego (parametr  $\xi$ )

# Rozdział 2

1. Kwantowy opis procesu wzbudzenia kulombowskiego:
  - zależne od czasu równanie Schroedingera;
  - układ równań sprzężonych na amplitudy wzbudzeń.
2. Postać potencjału oddziaływania elektromagnetycznego:
  - rozwinięcie w szereg multipolowy;
  - operatory momentów multipolowych.
3. Rachunek zaburzeń pierwszego rzędu
  - przekrój czynny na wzbudzenie kulombowskie danego stanu.

# Formalizm procesu wzbudzenia kulombowskiego



- Opis kwantowy zjawiska wzbudzenia kulombowskiego wymaga rozwiązania **zależnego od czasu równania Schroedingera** z **Hamiltonianem  $H^0$**  (jądra tarczy i jądra pocisku) oraz z **potencjałem  $V(r, t)$**  odpowiedzialnym za oddziaływanie kulombowskie **monopolu** jądra powodującego wzbudzenie z **multipolem** badanego jądra:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(\vec{r}, t)\rangle = (\hat{H}^0 + \hat{V}(\vec{r}(t))) |\Psi(\vec{r}, t)\rangle \quad (1)$$



$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(\vec{r}, t)\rangle = (\hat{H}^0 + \hat{V}(\vec{r}(t))) |\Psi(\vec{r}, t)\rangle \quad (1)$$

- Rozwiązaniem powyższego równania jest kombinacja liniowa funkcji własnych swobodnego jadra ze współczynnikami zależnymi od czasu:

$$|\Psi(\vec{r}, t)\rangle = \sum_n a_n(t) \exp\left(\frac{-iE_n t}{\hbar}\right) |\varphi_n\rangle \quad (2)$$

zależne od czasu  
współczynniki  
rozwinięcia
energia stanu  $|\varphi_n\rangle$ 
funkcje falowe  
swobodnego jadra

$$\hat{H}^0 |\varphi_n\rangle = E_n |\varphi_n\rangle \quad (3)$$

- Podstawiając (2) do (1) uzyskuje się równanie na współczynniki  $a_n(t)$ :

$$i\hbar \sum_n \frac{da_n}{dt} \exp\left(\frac{-iE_n t}{\hbar}\right) |\varphi_n\rangle = \sum_n a_n(t) \exp\left(\frac{-iE_n t}{\hbar}\right) \hat{V}(\vec{r}(t)) |\varphi_n\rangle \quad (4)$$

# Formalizm procesu wzbudzenia kulombowskiego

$$i\hbar \sum_n \frac{da_n}{dt} \exp\left(\frac{-iE_n t}{\hbar}\right) |\varphi_n\rangle = \sum_n a_n(t) \exp\left(\frac{-iE_n t}{\hbar}\right) \hat{V}(\vec{r}(t)) |\varphi_n\rangle \quad (4)$$

- Korzystając z warunku ortonormalności funkcji  $|\varphi_n\rangle$  równanie (4) upraszcza się do:

$$\frac{d}{dt} a_k(t) = -\frac{i}{\hbar} \sum_n a_n(t) \langle \varphi_k | \hat{V}(\vec{r}(t)) | \varphi_n \rangle \exp\left(\frac{-i(E_n - E_k)t}{\hbar}\right) \quad (5)$$

- Powyższy układ równań sprzężonych na amplitudy wzbudzeń dla danego stanu końcowego  $|k\rangle$  rozwiązuje się rozwijając **potencjał oddziaływania** w **szereg multipolowy**.

# Potencjał oddziaływania elektromagnetycznego

Potencjał oddziaływania elektromagnetycznego można rozwinąć w szereg multipolowy:

$$V_{p-T}(r(t)) = Z_T Z_p e^2 / r(t)$$

człon monopol-monopol  
(odpowiada za kinematykę zderzenia i opisuje trajektorię pocisków)

$$+ \sum_{\lambda\mu} V_p(E\lambda, \mu, r(t)) + \sum_{\lambda\mu} V_T(E\lambda, \mu, r(t))$$

oddziaływanie elektryczne  
multipol-monopol dla jądra tarczy/pocisku,

$$+ \sum_{\lambda\mu} V_p(M\lambda, \mu, r(t)) + \sum_{\lambda\mu} V_T(M\lambda, \mu, r(t))$$

oddziaływanie magnetyczne dla jądra tarczy/pocisku (małe dla małych  $v/c$ )

$$+ O(\sigma\lambda, \sigma'\lambda' > 0)$$

człony wyższych rzędów oddziaływania  
multipol-multipol  
(zaniedbywalnie małe  $\sim 0.5\%$ )

- Wpływ oddziaływań o różnej multipolowości na proces wzbudzenia jest zróżnicowany.
- Oddziaływanie **elektryczne jest o 1-2 rzędy wielkości większe od magnetycznego.**
- Przejścia E2 i E3 są kilkadziesiąt razy przyśpieszone w stosunku do przewidywań modelu s.p.

# Potencjał oddziaływania elektromagnetycznego

$$V_{p-T}(r(t)) = Z_T Z_p e^2 / r(t)$$

człon monopol-monopol (Rutherford)

$$+ \sum_{\lambda\mu} V_p(E\lambda, \mu, r(t)) + \sum_{\lambda\mu} V_T(E\lambda, \mu, r(t))$$

oddziaływanie elektryczne  
multipol-monopol dla jądra tarczy/pocisku,

$$+ \sum_{\lambda\mu} V_p(M\lambda, \mu, r(t)) + \sum_{\lambda\mu} V_T(M\lambda, \mu, r(t))$$

oddziaływanie magnetyczne dla jądra  
tarczy/pocisku (małe dla małych v/c)

$$+ O(\sigma\lambda, \sigma'\lambda' > 0)$$

człony wyższych rzędów oddziaływania  
multipol-multipol (zaniedbywalnie małe ~0.5%)

$$V_{T/P}(E\lambda, \mu, \vec{r}(t)) = \frac{4\pi Z_{P/T} e}{2\lambda + 1} (-1)^\mu \cdot \frac{1}{r(t)^{\lambda+1}} Y_{\lambda\mu}(\theta(t), \varphi(t)) \cdot \hat{M}_{T/P}(E\lambda, -\mu) \quad (6)$$

$$V_{T/P}(M\lambda, \mu, \vec{r}(t)) = \frac{4\pi Z_{P/T} e}{2\lambda + 1} (-1)^\mu \cdot \frac{1}{\lambda c} \frac{1}{r(t)^{\lambda+1}} \frac{d\vec{r}(t)}{dt} (\vec{r} \times \nabla) Y_{\lambda\mu}(\theta(t), \varphi(t)) \cdot \hat{M}_{T/P}(M\lambda, -\mu) \quad (7)$$

 *funkcja zderzenia  $S_{\lambda,\mu}^T$*

$$\hat{M}(E\lambda, \mu) = \int \rho(\vec{r}') \cdot r'^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) d^3 \vec{r}' \quad (8)$$

$$\hat{M}(M\lambda, \mu) = \frac{-i}{c(\lambda + 1)} \int j(\vec{r}') \cdot r'^{\lambda} \hat{L} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) d^3 \vec{r}' \quad (9)$$

- Potencjał oddziaływania (monopol-multipol; T – elektryczne/magnetyczne) :

$$\hat{V}(\vec{r}(t)) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \frac{4\pi Z_{P/T} e}{2\lambda + 1} (-1)^{\mu} S_{\lambda\mu}^T(\vec{r}, t) \cdot \hat{M}(T\lambda, -\mu)_{T/P} \quad (10)$$

- Elementy macierzowe operatora momentu multipolowego można wyrazić przez zredukowane elementy macierzowe (twierdzenie Wignera-Eckarta):

$$\langle I_k, m_k | \hat{M}(T\lambda, \mu) | I_n, m_n \rangle = \frac{1}{\sqrt{2I_k + 1}} (I_n, m_n, \lambda, \mu | I_k, m_k) \langle I_k || \hat{M}(T\lambda) || I_n \rangle \quad (11)$$

- Wstawiając postać potencjału podaną wzorem (10) do równania (5) na współczynniki  $a_k(t)$  oraz korzystając z powyższego twierdzenia (11) otrzymujemy:

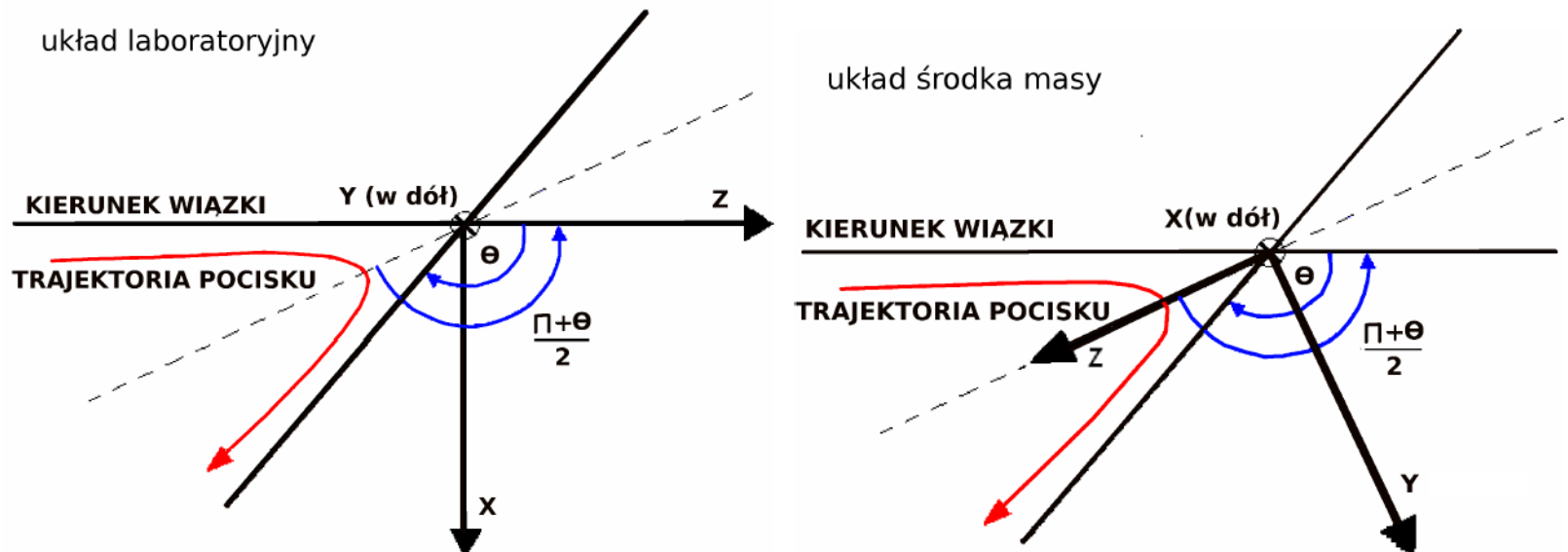
$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} a_k(t) &= \frac{i}{\hbar} \frac{4\pi Z_{P/T} e}{\sqrt{2I_k + 1}} \sum_n a_n(t) \exp\left(\frac{-i(E_n - E_k)t}{\hbar}\right) \times \\ &\times \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \frac{(-1)^{\mu}}{2\lambda + 1} (I_n, m_n, \lambda, \mu | I_k, m_k) S_{\lambda\mu}^T(\vec{r}, t) \langle I_k || \hat{M}(T\lambda) || I_n \rangle \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt}a_k(t) = \frac{i}{\hbar} \frac{4\pi Z_{p/T} e}{\sqrt{2I_k + 1}} \sum_n a_n(t) \exp\left(\frac{-i(E_n - E_k)t}{\hbar}\right) \times$$

$$\times \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \frac{(-1)^\mu}{2\lambda + 1} (I_n, m_n, \lambda, \mu | I_k, m_k) S_{\lambda\mu}^T(\vec{r}, t) \langle I_k || \hat{M}(T\lambda) || I_n \rangle$$

Rozwiązanie tego równania dla poszczególnych amplitud pozwala wyznaczyć **obsadzenia stanów jądrowych po wzbudzeniu kulombowskim**.

Ponieważ w formalizmie wzbudzenia kulombowskiego pojawiają się człony zawierające funkcje zderzenia  $S_{\lambda\mu}^T$ , zatem wygodnie jest rozwiązywać powyższe równanie w układzie środka masy, gdzie jedna z osi leży na symetralnej trajektorii.



# Układ sprzężonych równań różniczkowych

$$\frac{d}{dt} a_k(t) = \frac{i}{\hbar} \frac{4\pi Z_{p/T} e}{\sqrt{2I_k + 1}} \sum_n a_n(t) \exp\left(\frac{-i(E_n - E_k)t}{\hbar}\right) \times \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \frac{(-1)^\mu}{2\lambda + 1} (I_n, m_n, \lambda, \mu | I_k, m_k) S_{\lambda\mu}^T(\vec{r}, t) \langle I_k || \hat{M}(T\lambda) || I_n \rangle \quad (13)$$

Zakłada się, iż przed reakcją jądro znajduje się w stanie podstawowym. Warunkiem początkowym dla równania (13) jest  $a_k(t = -\infty) = \delta_{k0}$  (indeks 0 oznacza stan podstawowy). W stanie końcowym, w chwili  $t = \infty$  amplitudy  $a_k(t = \infty)$  określają **prawdopodobieństwo wzbudzenia  $P_k$  stanu  $|k\rangle$  oraz przekrój czynny na wzbudzenie stanu  $|k\rangle$ :**

# Rachunek zaburzeń pierwszego rzędu zależny od czasu: $H(t) = H^0 + V(r,t)$

Równanie (5) jest równaniem dokładnym

$$\frac{d}{dt} a_k(t) = \frac{-i}{\hbar} \sum_n a_n(t) \langle \varphi_k | \hat{V}(\vec{r}(t)) | \varphi_n \rangle \exp\left(\frac{-i(E_n - E_k) \cdot t}{\hbar}\right)$$

$V(r,t)$  jest potencjałem zaburzającym związanym z polem elektromagnetycznym. Efektem zaburzenia są przejścia układu pomiędzy stanami stacjonarnymi  $|\varphi_n\rangle$ .

Ile wynosi amplituda prawdopodobieństwa znalezienia układu w stanie własnym  $|k\rangle$  w chwili czasu  $t$ , jeśli w chwili  $t = 0$  był on w stanie własnym  $|i\rangle$  hamiltonianu  $H^0$ ?

W rachunku zaburzeń równanie (5) można zapisać jako zespół równań rekurencyjnych:

$$\frac{d}{dt} a_k^{(0)}(t) = 0$$

$$\frac{d}{dt} a_k^{(1)}(t) = \frac{-i}{\hbar} \sum_n a_n^{(0)}(t) \langle k | \hat{V}(\vec{r}(t)) | n \rangle \exp\left(\frac{-i(E_n - E_k) \cdot t}{\hbar}\right)$$

$$\frac{d}{dt} a_k^{(2)}(t) = \frac{-i}{\hbar} \sum_n a_n^{(1)}(t) \langle k | \hat{V}(\vec{r}(t)) | n \rangle \exp\left(\frac{-i(E_n - E_k) \cdot t}{\hbar}\right)$$



# Rachunek zaburzeń pierwszego rzędu zależny od czasu: $H(t) = H^0 + V(r,t)$

Równanie (5) jest równaniem dokładnym

$$\frac{d}{dt} a_k(t) = \frac{-i}{\hbar} \sum_n a_n(t) \langle \varphi_k | \hat{V}(\vec{r}(t)) | \varphi_n \rangle \exp\left(\frac{-i(E_n - E_k) \cdot t}{\hbar}\right)$$

$V(r,t)$  jest potencjałem zaburzającym związanym z polem elektromagnetycznym. Efektem zaburzenia są przejścia układu pomiędzy stanami stacjonarnymi  $|\varphi_n\rangle$ .

Ile wynosi amplituda prawdopodobieństwa znalezienia układu w stanie własnym  $|k\rangle$  w chwili czasu  $t$ , jeśli w chwili  $t = 0$  był on w stanie własnym  $|i\rangle$  hamiltonianu  $H^0$ ?

W rachunku zaburzeń równanie (5) można zapisać jako zespół równań rekurencyjnych:

$$\frac{d}{dt} a_k^{(0)}(t) = 0 \quad \longrightarrow \quad a_n^{(0)}(t=0) = \delta_{ni}$$

$$\frac{d}{dt} a_k^{(1)}(t) = \frac{-i}{\hbar} \sum_n a_n^{(0)}(t) \langle k | \hat{V}(\vec{r}(t)) | n \rangle \exp\left(\frac{-i(E_n - E_k) \cdot t}{\hbar}\right)$$

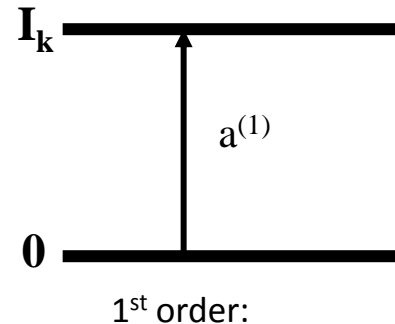
$$\longrightarrow a_k^1(t) = \delta_{ni} - \frac{i}{\hbar} \int \langle k | \hat{V}(\vec{r}(t')) | i \rangle \exp\left(\frac{-i(E_i - E_k) \cdot t'}{\hbar}\right) dt'$$

# Rachunek zaburzeń pierwszego rzędu we wzbudzeniach kulombowskich

Obliczenia w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń są wiarygodne gdy  $|a_k(t)| \ll 1$ .  
Jeśli ten warunek nie jest spełniony to obliczenia są wewnętrznie sprzeczne gdyż  $\delta_{ni}$  nie jest już dobrym przybliżeniem  $a_n(t)$ .

*W jakich sytuacjach wzbudzenie może być wiarygodnie opisane poprzez rachunek zaburzeń I rzędu ?*

- jednostopniowe wzbudzenie danego stanu końcowego  $I_k$ , np.  $0^+ \rightarrow 2^+$ ,
- stany początkowy i wzbudzony nie są silnie sprzężone z innymi stanami jądrowymi,
- małe prawdopodobieństwa wzbudzeń (jądra około magiczne).

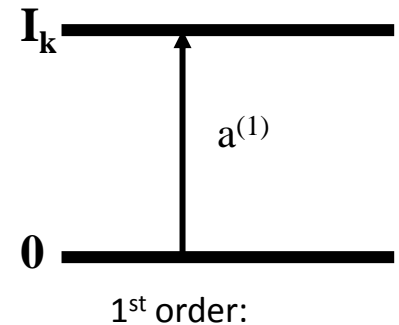


amplitudy wzbudzeń są wyrażone przez:

$$a_{nk} = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle I_k | V(\vec{r}(t)) | I_0 \rangle e^{\frac{i}{\hbar}(E_k - E_0)t} dt \quad (17)$$

# Amplitudy wzbudzeń w rachunku zaburzeń I rzędu

$$a_{0k} = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle I_k | \mathbf{V}(\vec{r}(t)) | I_0 \rangle e^{\frac{i}{\hbar}(E_k - E_0)t} dt$$



Biorąc postać potencjału dla wzbudzeń **elektrycznych**:

$$V_T(E\lambda, \mu, \vec{r}(t)) = \sum_{\lambda \geq 1, \mu} \frac{4\pi Z_P e}{2\lambda + 1} (-1)^\mu \cdot \frac{1}{r(t)^{\lambda+1}} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \cdot \hat{M}_T(E\lambda, -\mu)$$

Amplitudę wzbudzenia dla stanu  $k$  można zapisać w postaci:

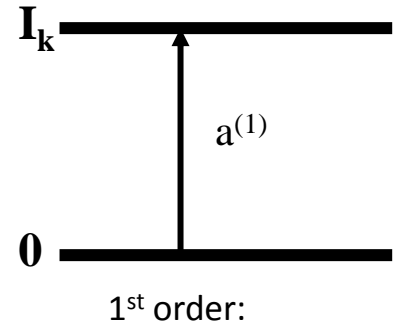
$$a_{k0} = \frac{4\pi Z_P e}{i\hbar} \sum_{\lambda\mu} \frac{(-1)^\mu}{2\lambda + 1} \langle I_k M_k | \hat{M}(E\lambda, -\mu) | I_0 M_0 \rangle I_{\lambda\mu}^E$$

gdzie:

$$I_{\lambda\mu}^E = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{i(E_k - E_0)t}{\hbar}\right) r^{-\lambda-1}(t) Y_{\lambda\mu}(\theta(t), \varphi(t)) dt$$

→ całka orbitalna (orbital integral)

# Amplitudy wzbudzeń w rachunku zaburzeń I rzędu



$$a_{k0} = \frac{4\pi Z_P e}{i\hbar} \sum_{\lambda\mu} \frac{(-1)^\mu}{2\lambda + 1} \langle I_k M_k | \hat{M}(E\lambda, -\mu) | I_0 M_0 \rangle I_{\lambda\mu}^E$$

Korzystając z zależności:

$$(-1)^\mu \hat{M}(E\lambda, -\mu) = \hat{M}(E\lambda, \mu)^\dagger$$

$$(-1)^\mu \langle I_k M_k | \hat{M}(E\lambda, -\mu) | I_0 M_0 \rangle \rightarrow \langle I_0 M_0 | \hat{M}(E\lambda, \mu) | I_k M_k \rangle^*$$

$$\langle I_0 M_0 | \hat{M}(E\lambda, \mu) | I_k M_k \rangle = (-1)^{I_0 - M_0} \begin{pmatrix} I_0 & \lambda & I_k \\ -M_0 & \mu & M_k \end{pmatrix} \langle I_0 || \hat{M}(E\lambda) || I_k \rangle$$

Amplitudę wzbudzenia dla stanu k można przepisać:

$$a_{k0} = \frac{4\pi Z_P e}{i\hbar} \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{2\lambda + 1} (-1)^{I_0 - M_0} \begin{pmatrix} I_0 & \lambda & I_k \\ -M_0 & \mu & M_k \end{pmatrix} \langle I_0 || \hat{M}(E\lambda) || I_k \rangle I_{\lambda\mu}^E$$

# Rachunek zaburzeń pierwszego rzędu - różniczkowy przekrój czynny na wzbudzenie elektryczne stanu $|k\rangle$


$$a_{k0} = \frac{4\pi Z_P e}{i\hbar} \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{2\lambda+1} (-1)^{I_0-M_0} \begin{pmatrix} I_0 & \lambda & I_k \\ -M_0 & \mu & M_k \end{pmatrix} \langle I_0 \parallel \hat{M}(E\lambda) \parallel I_k \rangle I_{\lambda\mu}^E$$

Prawdopodobieństwo wzbudzenia:

$$P_k = \frac{1}{2I_0+1} \sum_{M_k M_0} |a_{k0}^2|$$

gdy  $I_0 \neq 0$

Różniczkowy przekrój czynny na wzbudzenie stanu k:

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_k = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Ruth} \cdot P_k = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Ruth} = \left( \frac{Z_P Z_T e^2}{4E} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$


# Różniczkowy przekrój czynny na wzbudzenie elektryczne stanu $|k\rangle$ w I rzędzie rachunku zaburzeń

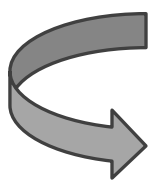
zależy od zredukowanego prawdopodobieństwa przejścia, multipolowości przejścia, liczb atomowych jądra pocisku/tarczy, kąta rozproszenia, energii wiązki.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_k^E = \left(\frac{4\pi Z_{P/T} e}{\hbar}\right)^2 \sum_{\lambda} \frac{B(E\lambda)_{T/P}}{(2\lambda+1)^3} \sum_{\mu} |I_{\lambda\mu}^E|^2 \cdot \left(\frac{Z_P Z_T e^2}{4E}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

informacja o strukturze jądra zawarta jest w zredukowanym prawdopodobieństwie przejścia

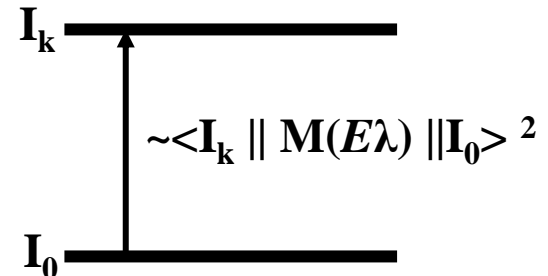
człon związany z całkowaniem po trajektorii Rutherforda  $\rightarrow$  niezależny od struktury jądra

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}$$



$$B(E\lambda; I_n \rightarrow I_k)$$

$$B(E\lambda; I_0 \rightarrow I_k) = \frac{1}{2I_0 + 1} \langle I_k \| M(E\lambda) \| I_0 \rangle^2$$



1<sup>st</sup> order:

# Rozdział 3

1. Parametryzacja ruchu po orbicie → całka orbitalna.
2. Różniczkowy przekrój czynny dla różnych multipolowości.
3. Rachunek zaburzeń II rzędu:
  - człon interferencyjny
  - efekt reorientacji
4. Względne znaki elementów macierzowych i ich rola w procesie wzbudzenia.
5. Rozpad stanów wzbudzonych.
6. Podsumowanie.

# Parametryzacja ruchu po orbicie

- Amplituda wzbudzenia stanu  $k$  wyznaczona w I rzędzie rachunku zaburzeń:

$$a_{k0} = \frac{4\pi Z_p e}{i\hbar} \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{2\lambda+1} (-1)^{I_0-M_0} \begin{pmatrix} I_0 & \lambda & I_k \\ -M_0 & \mu & M_k \end{pmatrix} \langle I_0 \parallel \hat{M}(E\lambda) \parallel I_k \rangle I_{\lambda\mu}^E \quad (1)$$

- Całka orbitalna  $I_{\lambda\mu}^E$  związana z całkowaniem po hiperbolicznej trajektorii Rutherforda:

$$I_{\lambda\mu}^E = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{i(E_k - E_0)t}{\hbar}\right) r^{-\lambda-1}(t) Y_{\lambda\mu}(\theta(t), \varphi(t)) dt \quad (2)$$

*funkcja zderzenia  $S_{\lambda\mu}^E(t)$*

- W mechanice klasycznej wprowadza się **reprezentację parametryczną hiperboli**, która jednocześnie określa pozycję pocisku i czas poprzez **bezwymiarowy parametr  $w$**

$$\begin{cases} r = a \cdot [\varepsilon \cosh w + 1]; \\ t = a/v \cdot [\varepsilon \sinh w + w] \end{cases} \quad (3)$$

$$\varepsilon = 1/\sin(\theta/2); \quad a = \frac{Z_p Z_t e^2}{m_0 v^2} = \frac{1}{2} d(\theta = 180^\circ)$$

W zakresie  $w[-\infty; +\infty]$  cząstka porusza się po hiperboli i osiąga odległość największego zbliżenia dla  $w = t = 0$ .



# Całka orbitalna

- Funkcję zderzenia  $S_{\lambda\mu}^E(t)$  można przedstawić poprzez **bezwymiarową funkcję zderzenia**  $Q_{\lambda\mu}(\varepsilon, w)$ :

$$Q_{\lambda\mu}(\varepsilon, w) = a^\lambda \frac{(2\lambda - 1)!!}{(\lambda - 1)!} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2\lambda + 1}} \cdot S_{\lambda\mu}^E(w(t)) \quad (4)$$

*funkcja zderzenia  $S_{\lambda\mu}^E(t)$*

$$I_{\lambda\mu}^E = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{i(E_k - E_0)t}{\hbar}\right) r^{-\lambda-1}(t) Y_{\lambda\mu}(\theta(t), \varphi(t)) dt$$

- Wyrażając całkę orbitalną  $I_{\lambda\mu}^E$  przez bezwymiarową funkcję zderzenia  $Q_{\lambda\mu}(\varepsilon, w)$  można wydzielić czynnik  $R_{\lambda\mu}(\vartheta, \xi)$  związany z wielkością orbity:

$$I_{\lambda\mu}^E = \frac{1}{a^\lambda v} \frac{(\lambda - 1)!}{(2\lambda - 1)!!} \cdot \sqrt{\frac{2\lambda + 1}{\pi}} \cdot R_{\lambda\mu}(\theta, \xi) \quad (5)$$

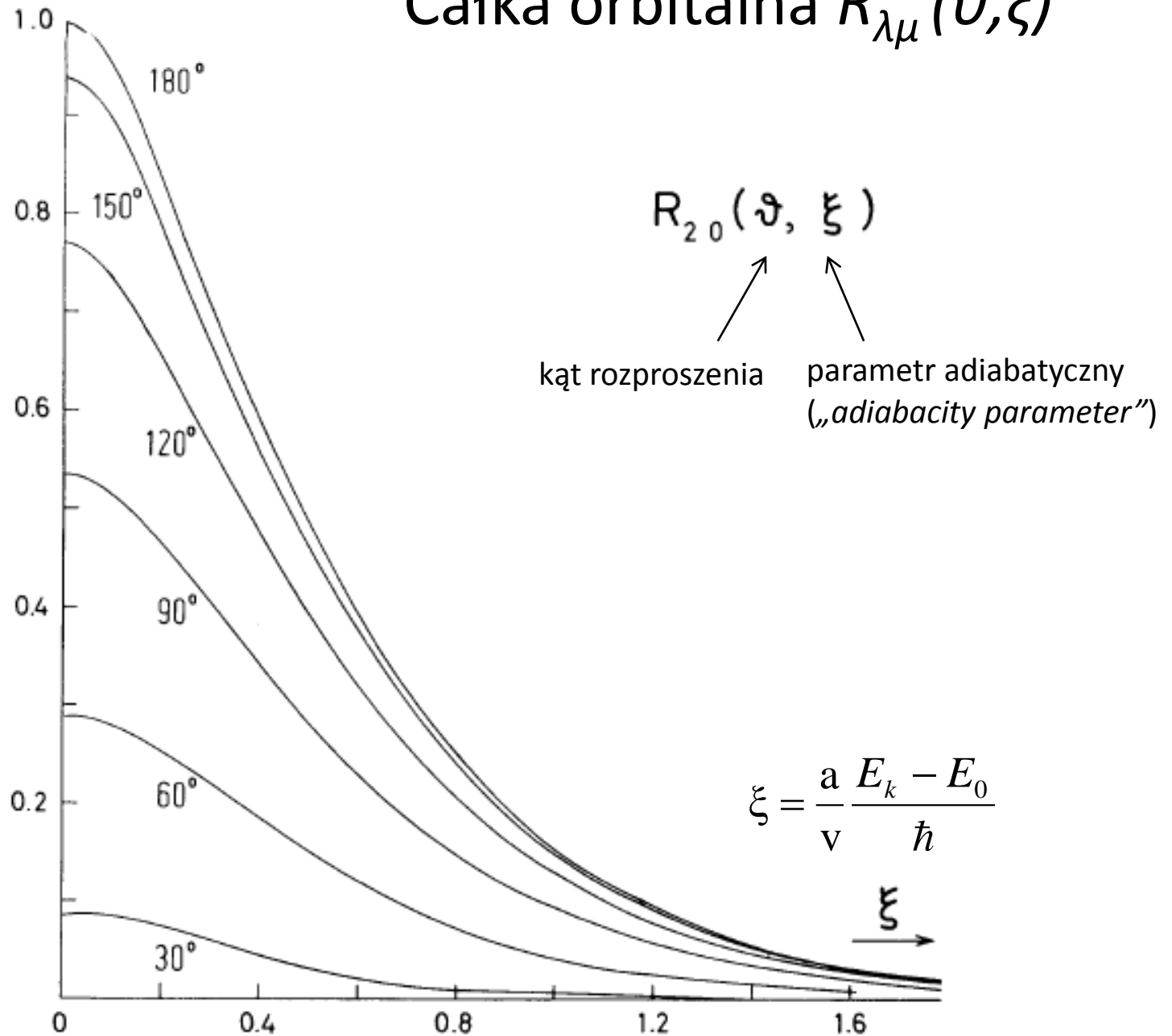
$$R_{\lambda\mu}(\vartheta, \xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{\lambda\mu}(\varepsilon, w) \exp\{i\xi[\varepsilon \sinh w + w]\} dw \quad (6)$$

$$\varepsilon = 1/\sin(\theta/2)$$

$$\xi = \frac{a}{v} \frac{E_k - E_0}{\hbar}$$

$R_{\lambda\mu}(\vartheta, \xi)$  wielkości stabelaryzowane  
 → K. Alder & A. Winther, Chapt. 4, Tab.3

# Całka orbitalna $R_{\lambda\mu}(\vartheta, \xi)$



# Prawdopodobieństwo wzbudzenia w I rzędzie rachunku zaburzeń

$$a_{k0} = \frac{4\pi Z_P e}{i\hbar} \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{2\lambda+1} (-1)^{I_0-M_0} \begin{pmatrix} I_0 & \lambda & I_k \\ -M_0 & \mu & M_k \end{pmatrix} \langle I_0 \parallel \hat{M}(E\lambda) \parallel I_k \rangle I_{\lambda\mu}^E$$

$$I_{\lambda\mu}^E = \frac{1}{a^\lambda v} \frac{(\lambda-1)!}{(2\lambda-1)!!} \cdot \sqrt{\frac{2\lambda+1}{\pi}} \cdot R_{\lambda\mu}(\theta, \xi)$$

$$P_k = \frac{1}{2I_0+1} \sum_{M_k M_0} |a_{k0}^2|$$

$$P_k = \sum_{\lambda} |\chi_{n \rightarrow k}^{(\lambda)}|^2 \sum_{\mu} |R_{\lambda\mu}(\mathcal{G}, \xi)|^2 \quad (7)$$

$R_{\lambda}^2(\theta, \xi)$

$$\chi_{n \rightarrow k}^{\lambda} = \frac{\sqrt{16\pi}(\lambda-1)!}{(2\lambda+1)!!} \left( \frac{Z_{T/P} e}{\hbar v} \right) \frac{\langle I_0 \parallel \hat{M}(E\lambda) \parallel I_k \rangle}{a^\lambda \sqrt{2I_0+1}} \quad (8)$$

prawdopodobieństwo wzbudzenia stanu  $k \sim M(E\lambda) \sim B(E\lambda)$   
 („strength parameter“)

# Elektryczny przekrój czynny na wzbudzenie stanu $k$ I rząd rachunku zaburzeń

$$P_{n \rightarrow k}^{(1)}(\vartheta, \xi) = \sum_{\lambda} |\chi_{n \rightarrow k}^{(\lambda)}|^2 R_{\lambda}^2(\vartheta, \xi)$$

$$d\sigma_{E\lambda, k} = \frac{1}{4} a^2 \underbrace{\sin^{-4}(\vartheta/2) d\Omega}_{\text{Rutherford}} \sum_{\lambda=1, \infty} \underbrace{|\chi_{i \rightarrow k}^{E\lambda}|^2 R_{\lambda}^2(\vartheta, \xi)}_{P(E\lambda; \vartheta, \xi)}$$

$$= \left( \frac{Z_{P/T} e}{\hbar v} \right)^2 \sum_{\lambda=1, \infty} a^{-2(\lambda-1)} B(E\lambda; I_n \rightarrow I_k) df_{E\lambda}(\vartheta, \xi)$$


$$a = \frac{Z_p Z_t e^2}{m_0 v^2}$$

Funkcja różniczkowego przekroju czynnego (*differential cross section function*):

$$df_{E\lambda}(\vartheta, \xi) = 4\pi \left| \frac{(\lambda - 1)!}{(2\lambda + 1)!!} \right|^2 R_{\lambda}^2(\vartheta, \xi) \sin^{-4}(\frac{1}{2}\vartheta) d\Omega$$

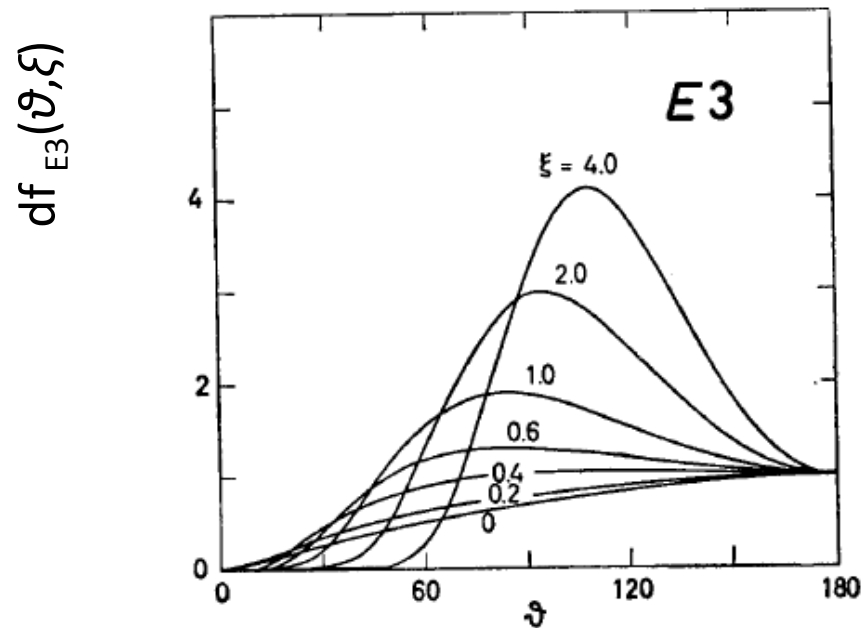
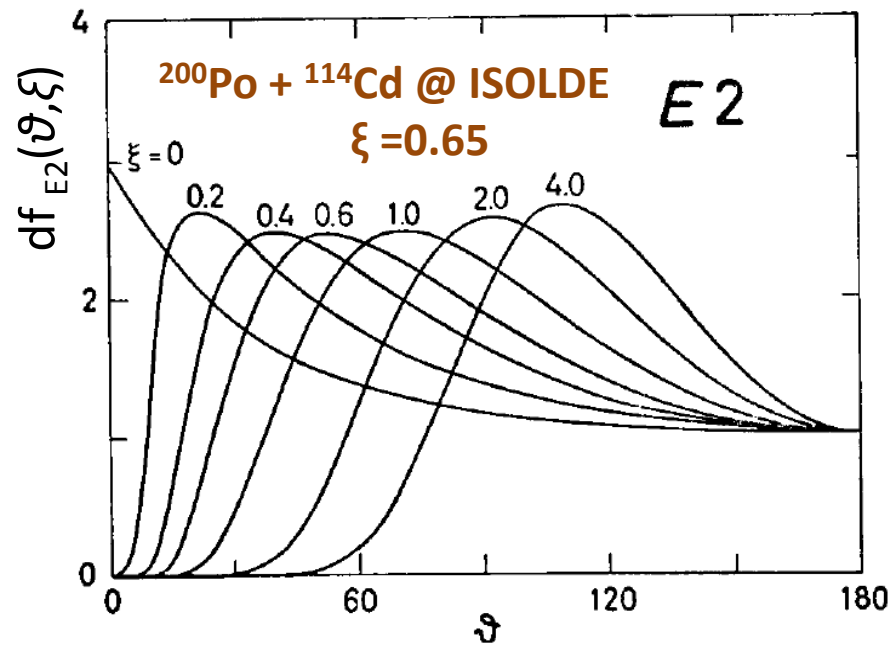
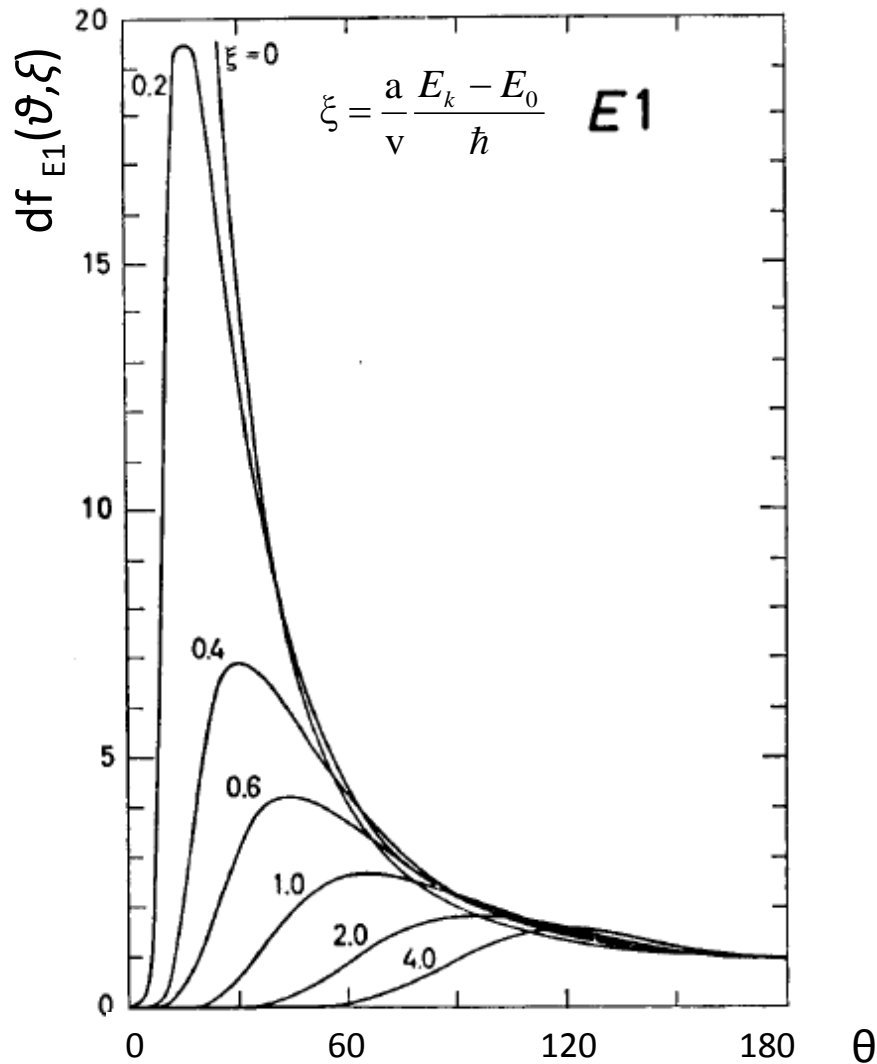
# Magnetyczny przekrój czynny

$$d\sigma_{M\lambda} = \frac{1}{4} a^2 \sin^{-4}(\mathcal{G}/2) d\Omega \sum_{\lambda=1,\infty} |\chi_{i \rightarrow f}^{M\lambda}|^2 R_\lambda^2(\mathcal{G}, \xi)$$

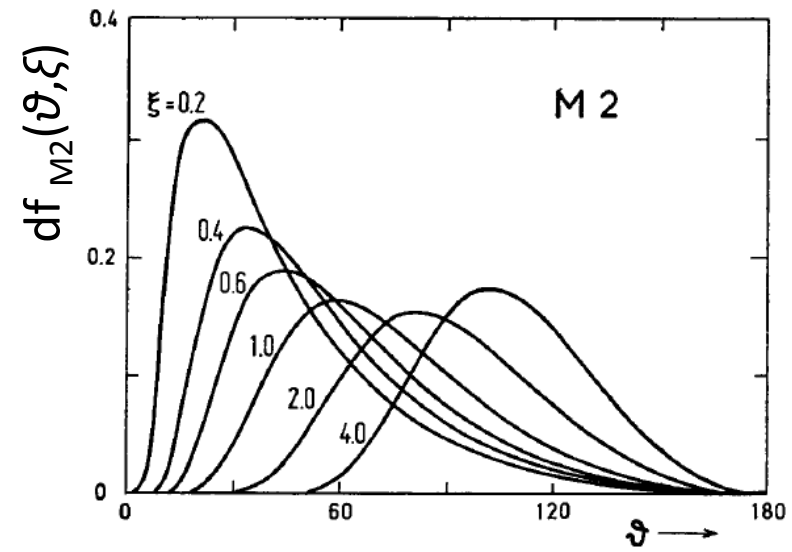
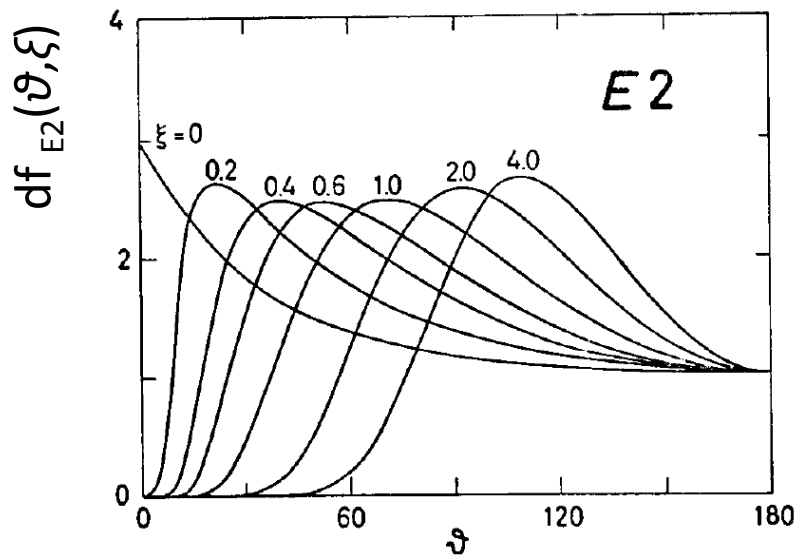
$$= \left( \frac{Z_{P/T} e}{\hbar c} \right)^2 \sum_{\lambda=1,\infty} a^{-2(\lambda-1)} B(M\lambda; I_n \rightarrow I_k) df_{M\lambda}(\mathcal{G}, \xi)$$


- Wzbudzenie danego stanu poprzez **przejście magnetyczne jest znacznie słabsze** (czynnik  $v/c$ ) w porównaniu ze wzbudzeniem elektrycznym;
- dodatkowo: zredukowane prawdopodobieństwa przejść  $B(M\lambda) < B(E\lambda)$ .

# Funkcja różniczkowego przekroju czynnego $df_{E\lambda}(\vartheta, \xi)$



$$df_{E\lambda}(\vartheta, \xi) = 4\pi \left| \frac{(\lambda - 1)!}{(2\lambda + 1)!!} \right|^2 R_\lambda^2(\vartheta, \xi) \sin^{-4}\left(\frac{1}{2}\vartheta\right) d\Omega$$

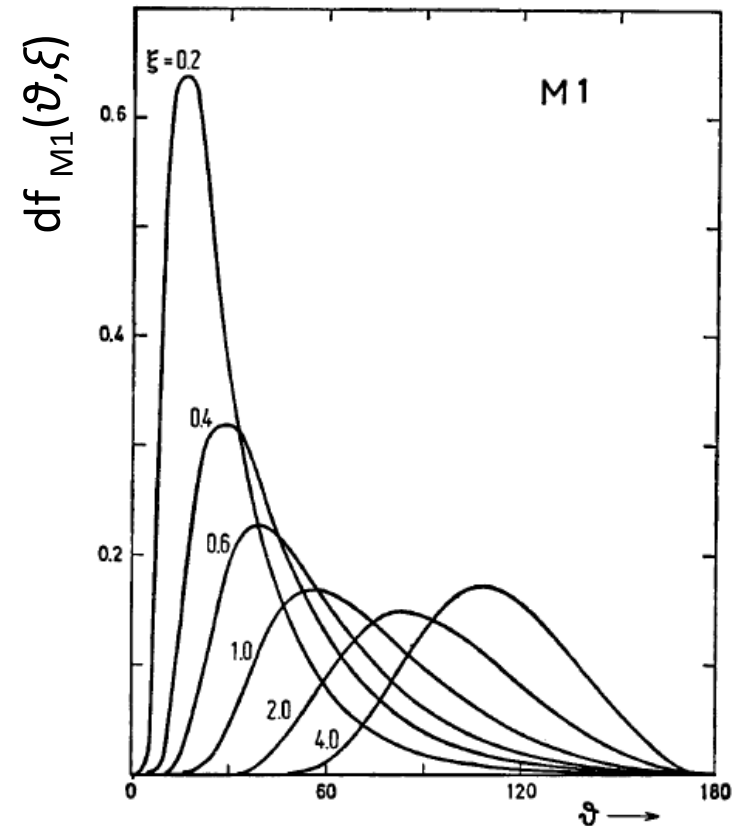


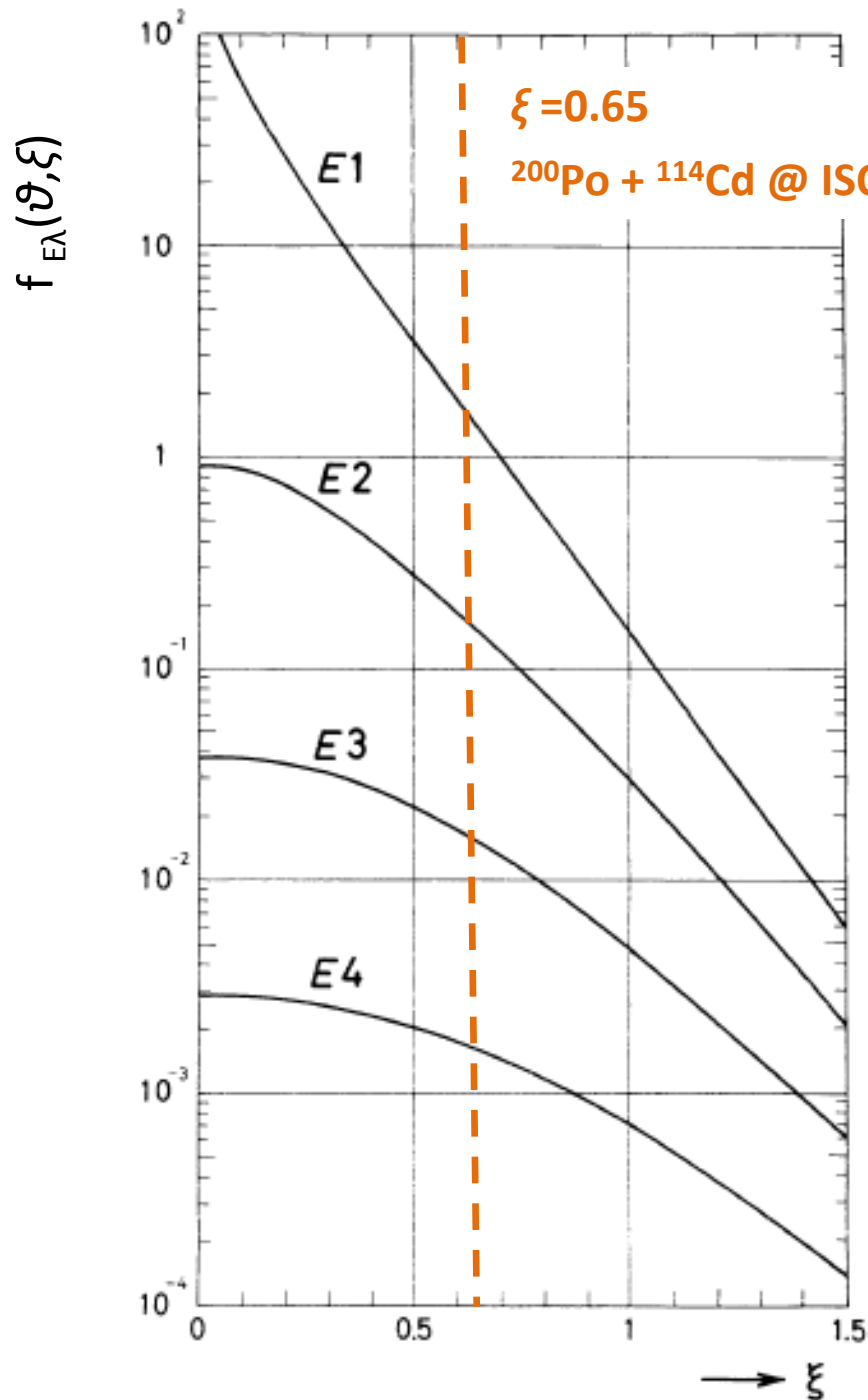
•  $d\sigma_{M\lambda} < d\sigma_{E\lambda}$   
 (ze względu na dodatkowy czynnik  $(v/c)^2$  w  $d\sigma_{M\lambda}$ )

➔ znacząca redukcja  $d\sigma_{M\lambda}$  w porównaniu z  $d\sigma_{E\lambda}$   
 (dodatkowo  $B(M1) < B(E2)$ ). Przykłady:

➤  $^{200}\text{Po} + ^{114}\text{Cd}$  @ ISOLDE :  $d\sigma_{E2} \sim 10^3 \cdot d\sigma_{M1}$   
 (N. Kesteloot, PhD thesis, KU Leuven)

➤  $^{66}\text{Zn} + ^{208}\text{Pb}$  @ LNL :  $d\sigma_{E2}$  (1 W. u.)  $\sim 300 \cdot d\sigma_{M1}$  (1 W.u.)  
 (M. Rocchini, PhD thesis, Università degli Studi di Firenze)





$^{128}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$  ( $E=550$  MeV)

$\Delta E_{1-2} = 0.5$  MeV

$T\lambda$	$W_\lambda = \frac{B(\lambda)}{B_W(\lambda)}$	$R_\lambda^2 \cdot  \chi^\lambda (1\text{W.u.})  \cdot W_\lambda$
E1	$2 \cdot 10^{-5}$	0.00002
M1	$10^{-2}$	0.00001
E2	50	1.2
E3	30	0.02
E4	3	0.00007

*J.Srebrny, et al., Nuclear Physics A, 557:663, 1993.*

wzbudzenia na drodze E2 i E3  
rozpad poprzez E1, E2, M1

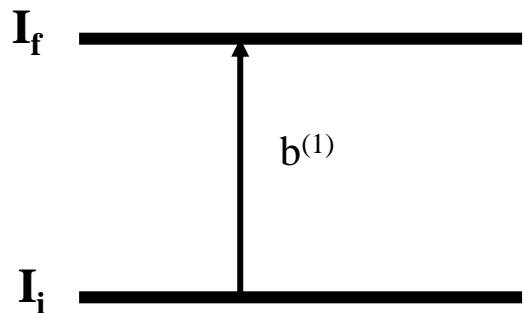
przekrój czynny silnie zależy od  $\Delta E$ ,  $\lambda$ ,  $\nu$ ,  $B(\lambda)$



# Rachunek zaburzeń drugiego rzędu

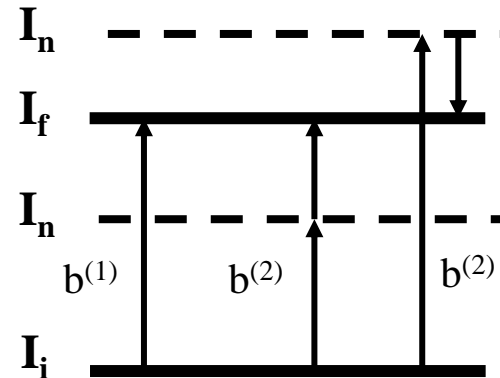
Istotny gdy wzbudzanych jest kilka stanów jądrowych i gdy stany populowane są na drodze wzbudzenia wielostopniowego.

$$P_{i \rightarrow f}^{(2)} = (2I_i + 1)^{-1} \sum_{m_i m_f} |b_{if}^{(2)}|^2; \quad b_{if}^{(2)} = b_{if}^{(1)} + \sum_n b_{inf}$$



1<sup>st</sup> order:

$$b^{(1)} \propto \langle I_f \| M(E2) \| I_i \rangle$$



2<sup>nd</sup> order:

$$b^{(2)} \propto \sum_j \langle I_f \| M(E2) \| I_j \rangle \langle I_j \| M(E2) \| I_i \rangle$$

# Rachunek zaburzeń drugiego rzędu

$$P_{i \rightarrow f}^{(2)} = P^{(11)} + P^{(12)} + P^{(22)}$$

$$P_{i \rightarrow f}^{(11)} = \sum_{\lambda} |\chi_{i \rightarrow f}^{(\lambda)}|^2 \sum_{\mu} R_{\lambda\mu}^2(\mathcal{G}, \xi_{i \rightarrow f})$$

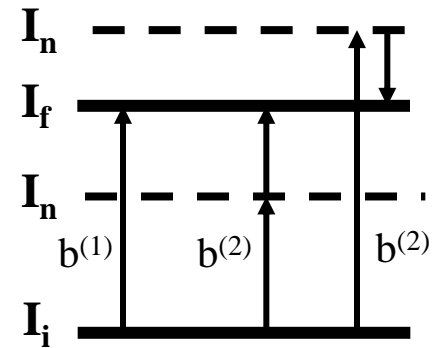
$$P_{i \rightarrow f}^{(12)} \sim \sum_{\lambda} \chi_{i \rightarrow f}^{(\lambda)} \chi_{i \rightarrow n}^{(\lambda)} \chi_{n \rightarrow f}^{(\lambda)}$$

$$\sum_{\mu} R_{\lambda\mu}^* (\mathcal{G}, \xi_{i \rightarrow f}) G_{\lambda\mu} (\mathcal{G}, \xi_{i \rightarrow n}, \xi_{n \rightarrow f})$$

$$P_{i \rightarrow f}^{(22)} \sim \sum_{\lambda} |\chi_{i \rightarrow n}^{(\lambda)}|^2 |\chi_{n \rightarrow f}^{(\lambda)}|^2$$

$$\sum_{\mu} R_{\lambda\mu}^2 (\mathcal{G}, \xi_{i \rightarrow f}) G_{\lambda\mu}^2 (\mathcal{G}, \xi_{i \rightarrow n}, \xi_{n \rightarrow f})$$

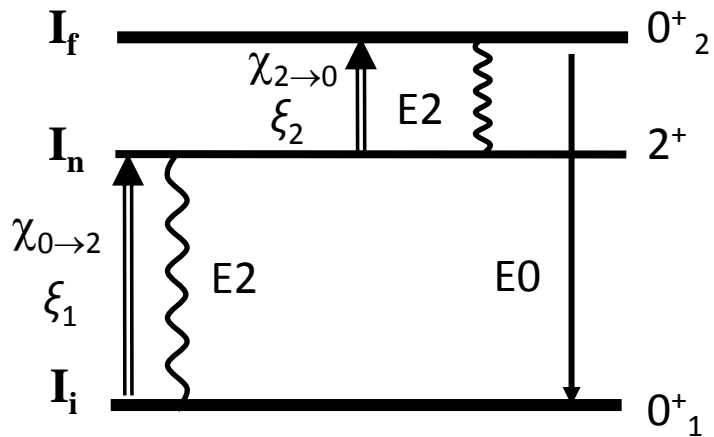
$P^{(22)}$  istotne gdy prawdopodobieństwo bezpośredniego, jednostopniowego wzbudzenia  $\chi_{i \rightarrow f}$  jest małe lub wzbronione:  $\chi_{i \rightarrow f} \ll \chi_{i \rightarrow n} \chi_{n \rightarrow f}$



2<sup>nd</sup> order:

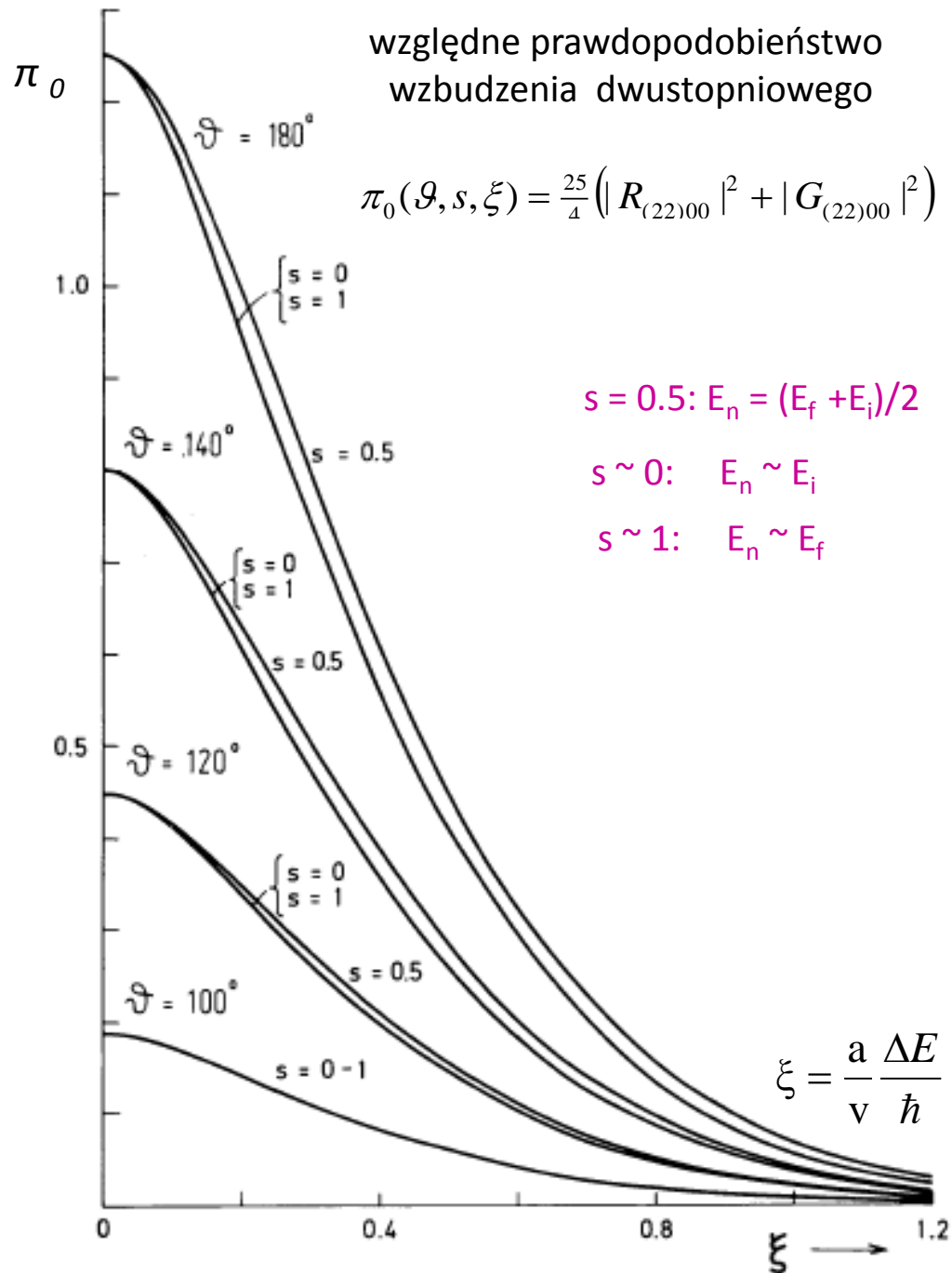
$$b^{(2)} \propto \sum_j \langle I_f \| M(E2) \| I_j \rangle \langle I_j \| M(E2) \| I_i \rangle$$

# Przykład 1: wzbudzenie dwustopniowe stanu $0^+_2$

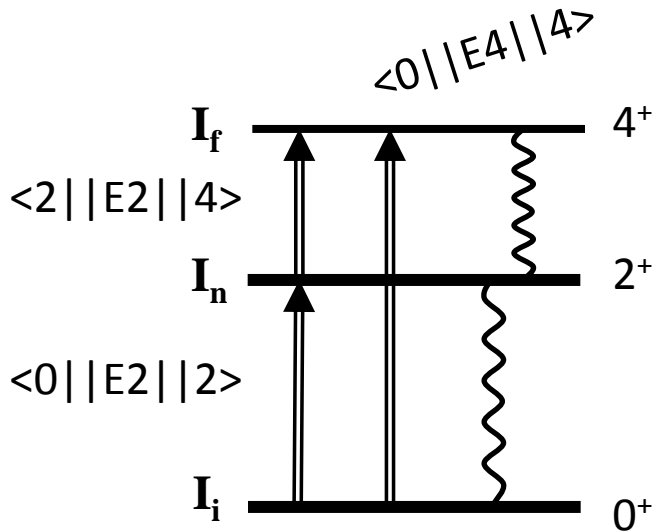


$$P_{J=0}^{(2)} = |\chi_{0_1 \rightarrow 2}|^2 |\chi_{2 \rightarrow 0_2}|^2 \pi_0(\mathcal{G}, s, \xi)$$

$$\xi = \xi_1 + \xi_2, \quad s = \xi_1 / \xi = \frac{E_n - E_i}{E_f - E_i}$$



## Przykład 2: wzbudzenie stanu 4<sup>+</sup>



2-stopniowe  
wzbudzenie  
E2 x E2

człon interferencyjny  
E4 & E2xE2

$$P_{J=4}^{(2)} = |\chi_{0 \rightarrow 2}^{(\lambda=2)}|^2 |\chi_{2 \rightarrow 4}^{(\lambda=2)}|^2 \pi_4(\mathcal{G}, s, \xi) \left[ 1 + d(\mathcal{G}, s, \xi)x + o(x^2) \right]$$

$$\approx \langle 0_1^+ \| M(E2) \| 2_1^+ \rangle^2 \langle 2_1^+ \| M(E2) \| 4_1^+ \rangle^2 \pi_4(\mathcal{G}, s, \xi) \left[ 1 + d(\mathcal{G}, s, \xi)x + o(x^2) \right]$$

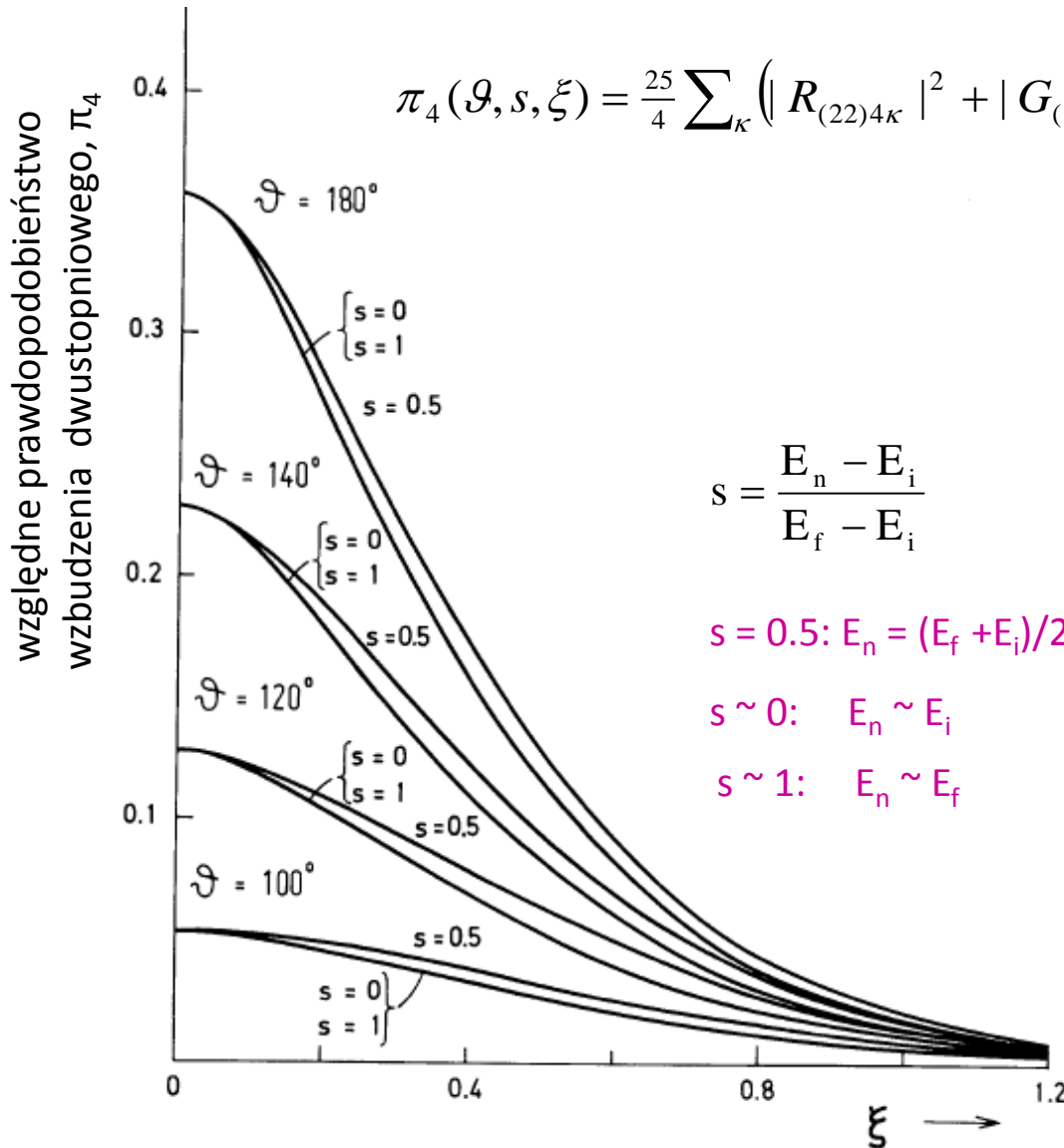
$$x := \frac{|\chi_{0 \rightarrow 4}^{(4)}|}{|\chi_{0 \rightarrow 2}^{(2)} \cdot \chi_{2 \rightarrow 4}^{(2)}|} = \sqrt{\frac{5}{4\pi} \frac{5}{7} \frac{\hbar v}{Z_1 e}} \frac{\langle 0 \| M(E4) \| 4 \rangle}{\langle 0 \| M(E2) \| 2 \rangle \langle 2 \| M(E2) \| 4 \rangle}$$

$$P_{J=4}^{(2)} = |\chi_{0 \rightarrow 2}^{(2)}|^2 |\chi_{2 \rightarrow 4}^{(2)}|^2 \pi_4(\mathcal{G}, s, \xi) \quad \text{for } x \ll 1$$

# Dwustopniowe wzbudzenie E2 stanu 4<sup>+</sup>

$$P_{J=4}^{(2)} = |\chi_{0 \rightarrow 2}^{(2)}|^2 |\chi_{2 \rightarrow 4}^{(2)}|^2 \pi_4(\mathcal{J}, s, \xi)$$

$$\pi_4(\mathcal{J}, s, \xi) = \frac{25}{4} \sum_{\kappa} (|R_{(22)4\kappa}|^2 + |G_{(22)4\kappa}|^2)$$

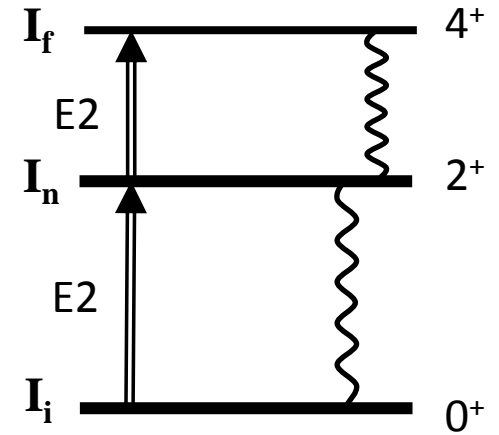


$$s = \frac{E_n - E_i}{E_f - E_i}$$

$s = 0.5: E_n = (E_f + E_i)/2$

$s \sim 0: E_n \sim E_i$

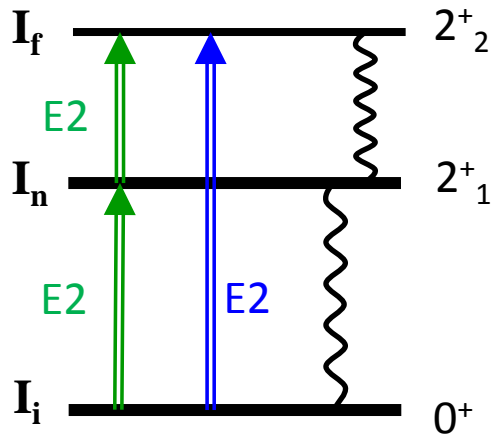
$s \sim 1: E_n \sim E_f$



$$\xi = \frac{a \Delta E}{v \hbar}$$

# Wzbudzenie 1-stopniowe vs 2-stopniowe: stan $2^+_2$

Często bezpośrednie wzbudzenie jednostopniowe konkuruje ze wzbudzeniem przez stan pośredni.



wzbudzenie 1-stopniowe:  $E2\ 0^+_1 \rightarrow 2^+_2$   
 vs 2-stopniowe  $E2: 0^+_1 \rightarrow 2^+_1 \rightarrow 2^+_2$

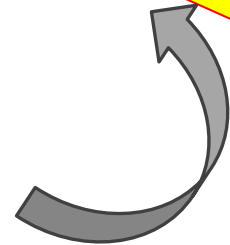
Prawdopodobieństwo wzbudzenia stanu  $2^+_2$  zależy również od **względnych znaków** elementów macierzowych E2

1-stopniowe

człon interferencyjny

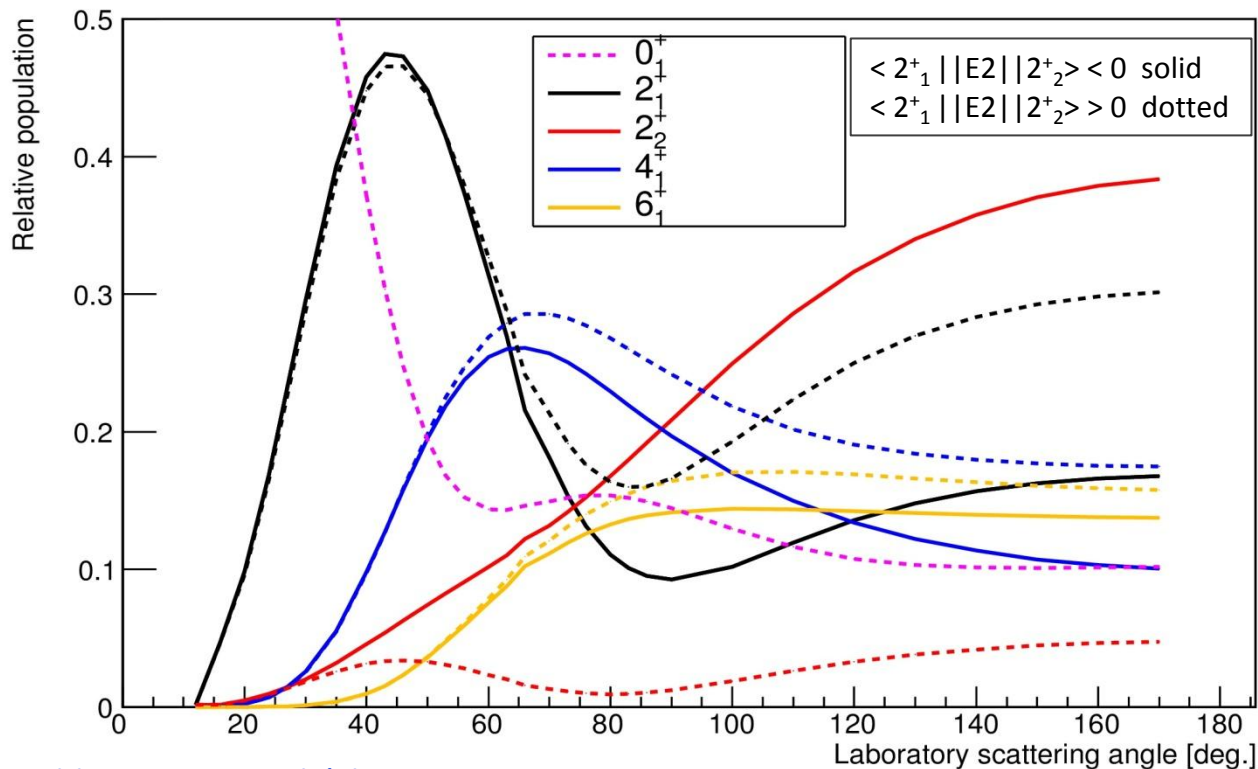
$$P_{2^+_2} = |\chi_{0^+_1 \rightarrow 2^+_2}|^2 R_2^2(\vartheta, \xi) [1 + y \cdot c(\vartheta, s, \xi)]$$

$$y = \frac{\chi_{0^+_1 \rightarrow 2^+_1} \chi_{2^+_1 \rightarrow 2^+_2}}{\chi_{0^+_1 \rightarrow 2^+_2}} = \chi_{0^+_1 \rightarrow 2^+_1} \frac{1}{\sqrt{5}} \frac{\langle 2^+_1 || E2 || 2^+_2 \rangle}{\langle 0^+_1 || E2 || 2^+_2 \rangle}$$

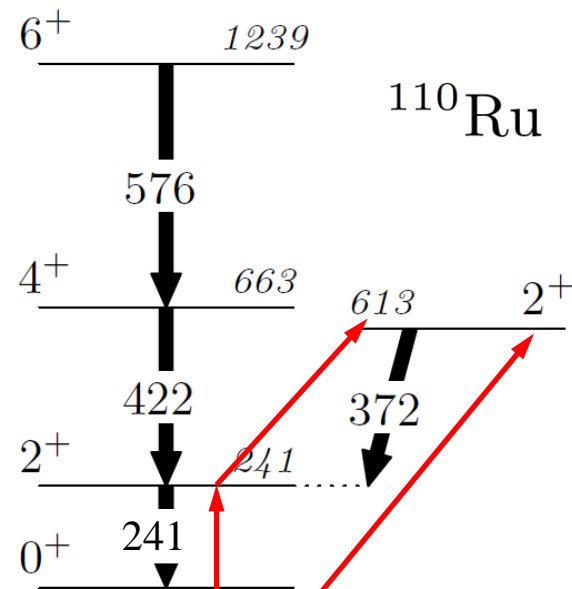


# Wpływ znaku członu interferencyjnego

Względna populacja stanów wzbudzonych jądrze  $^{110}\text{Ru}$   
w eksperymencie  $^{110}\text{Ru} + ^{208}\text{Pb}$  @ 430MeV



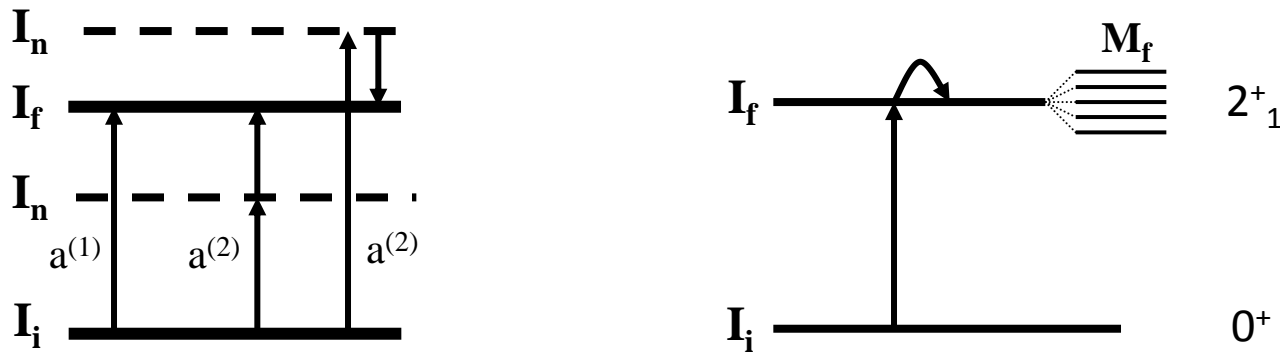
Obliczenia: M. Zielińska



Dla dużych kątów rozproszenia populacja stanu  $2^+_2$  silnie zależy od **znaku** członu interferencyjnego  $\langle 0^+_1 || E2 || 2^+_1 \rangle \langle 2^+_1 || E2 || 2^+_2 \rangle \langle 2^+_2 || E2 || 0^+_1 \rangle$

# Efekt reorientacji

Szczególnym przypadkiem wzbudzenia dwustopniowego jest przypadek gdy stan pośredni  $I_n$  jest **podstanem magnetycznym**  $M_f$ .



W przypadku gdy  $I_i = 0^+$  oraz  $I_f = 2^+$ :

1-stopniowe wzbudzenie

$$E2 \ 0^+_1 \rightarrow 2^+_1$$

$$P_{0 \rightarrow 2}^{(2)}(\mathcal{G}, \xi) = |\chi_{0 \rightarrow 2}^{(2)}|^2 R_{\lambda}^2(\mathcal{G}, \xi) \left[ 1 + \chi_{2 \rightarrow 2}^{(2)} c(\mathcal{G}, s=1, \xi) \right]$$

$$\chi_{2 \rightarrow 2}^{(2)} = \frac{4}{15} \sqrt{\frac{\pi}{5}} \frac{Z_{P/T} e}{\hbar v} \frac{1}{a^2} \langle 2 \| M(E2) \| 2 \rangle$$



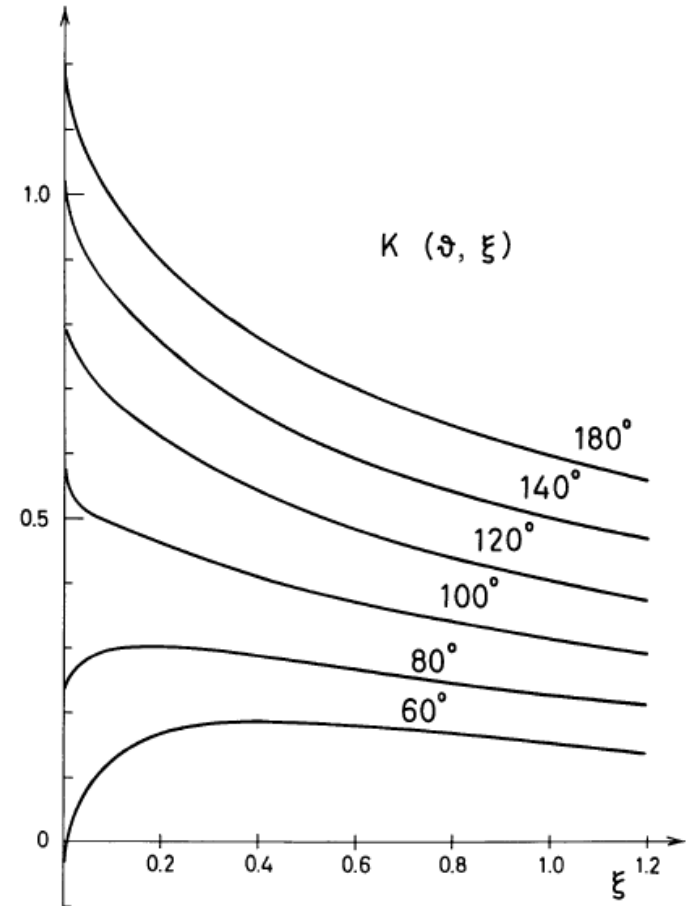
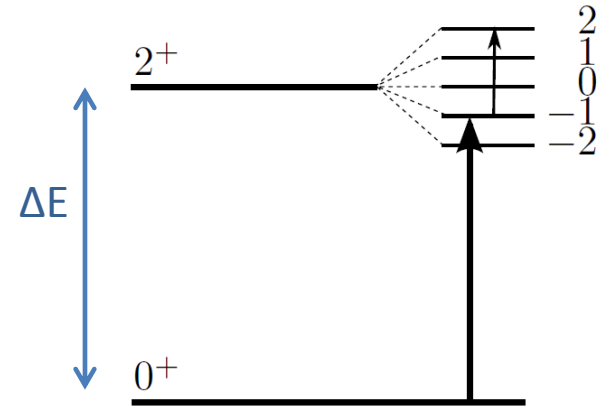
# Efekt reorientacji

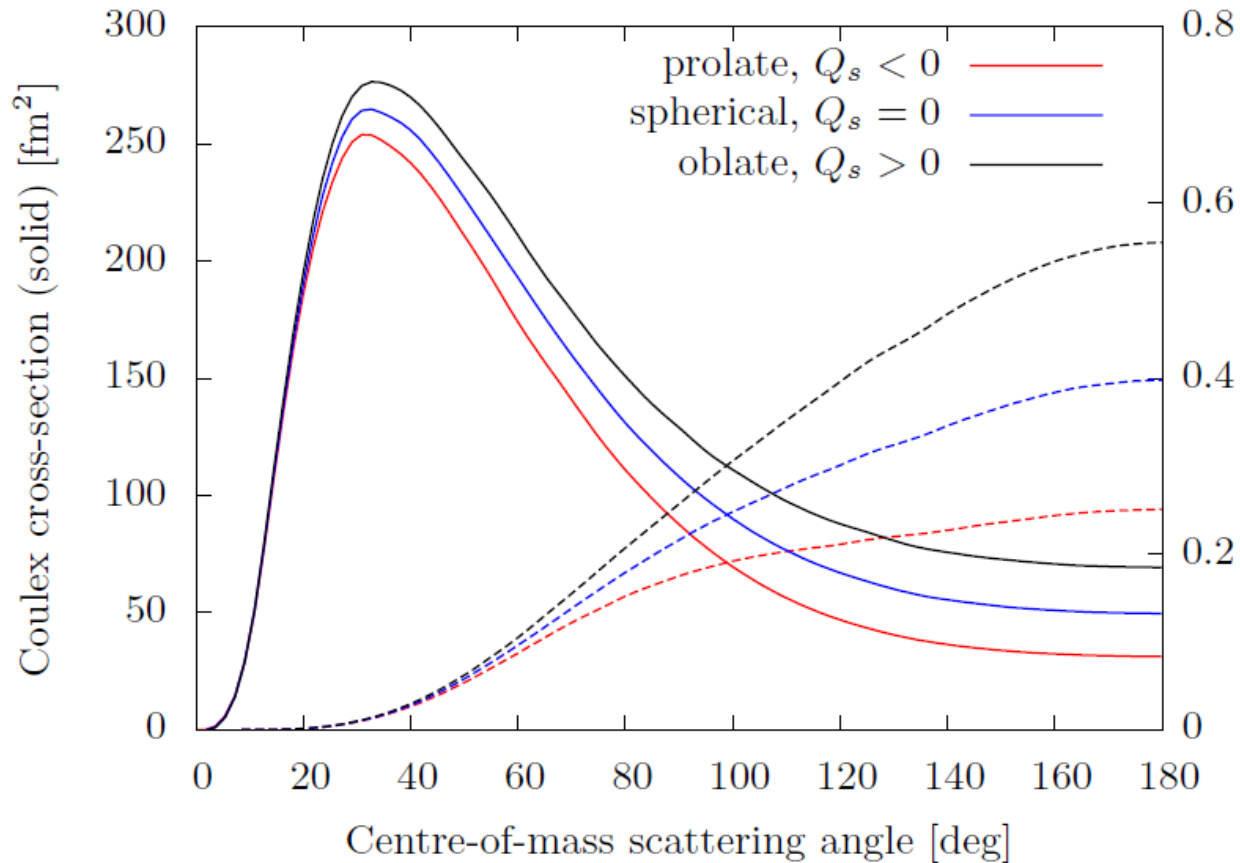
Korzystając z pewnych szczególnych własności funkcji  $c(\vartheta, s=1, \xi)$  ( $\rightarrow$  K. Alder & A. Winther, Chapter 5.6)

prawdopodobieństwo  $P(2^+_{1})$  można zapisać:

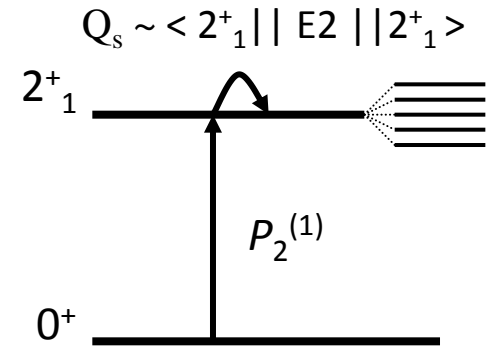
$$P_{2^+_{1}} = P_2^{(1)} [1 + q \cdot K(\vartheta, \xi)]$$

$$q = \frac{A_p \Delta E \langle 2^+_{1} || E2 || 2^+_{1} \rangle}{Z_p (1 + A_p / A_t)}$$





$^{184}\text{Hg} + ^{120}\text{Sn}$  @ 2.8 MeV/u  
 $Q_s = \pm 1.15$  or 0 [eb]



$$P_{2^+} = P_2^{(1)}(0_{g.s.}^+ \rightarrow 2_1^+) \cdot \left[ 1 + \frac{4}{5} \sqrt{\frac{2\pi}{7}} \frac{A_P \Delta E}{Z_T (1 + A_P / A_T)} Q_s(2_1^+) K(\theta_{CM}, \xi) \right]$$

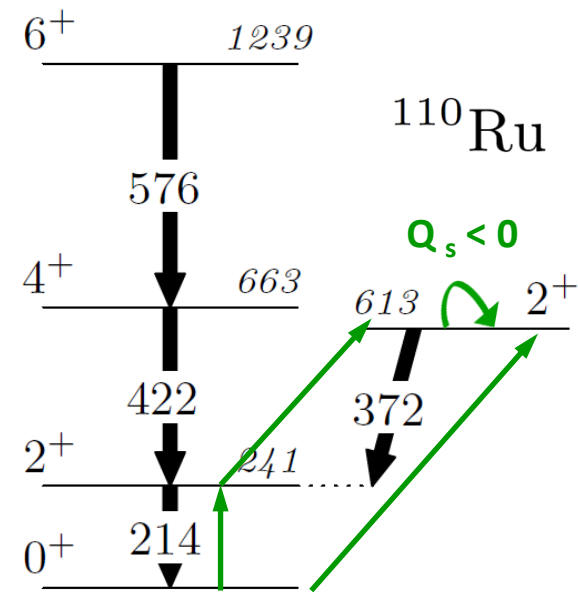
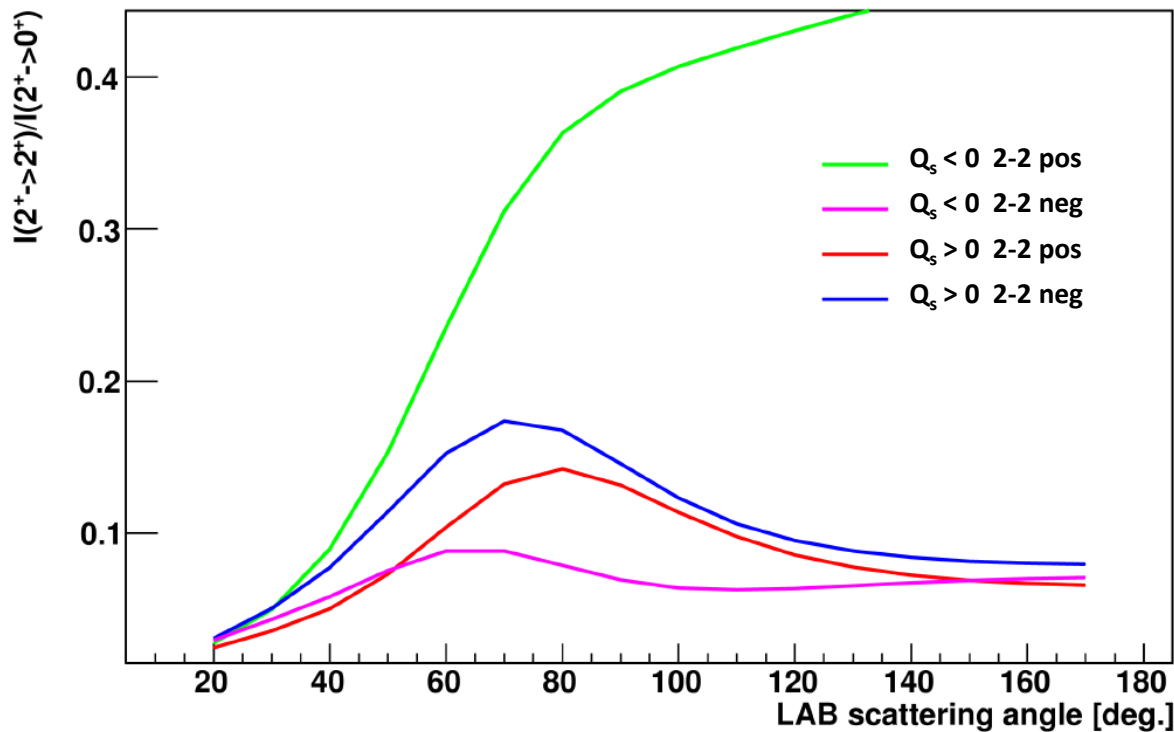
$$eQ_s = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \sqrt{\frac{1}{2I+1}} (I, I, 2, 0 | I, I) \langle I || \hat{M}(E2) || I \rangle$$

spektroskopowy  
moment kwadrupolowy

diagonalny element  
macierzowy

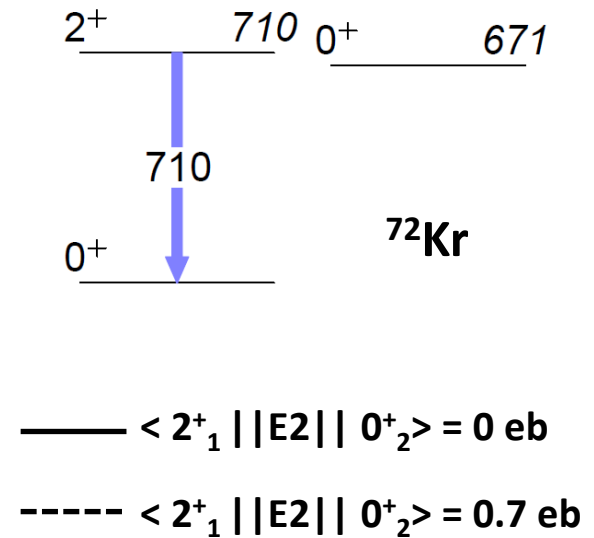
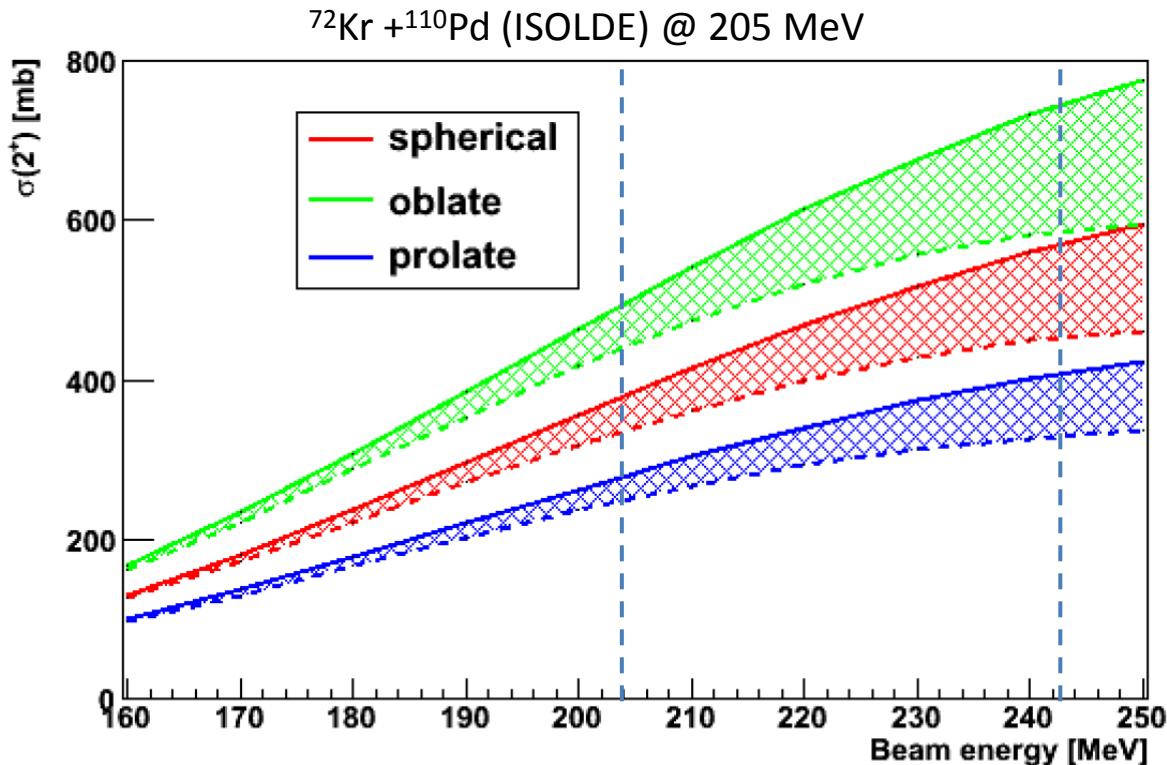
# Względne znaki elementów macierzowych

- Przekrój czynny na wzbudzenie kulombowskie jest **czuły na względne znaki elementów macierzowych** → wynik interferencji między 1- i 2- (wielo-) stopniowym wzbudzeniem.
- Znak członu interferencyjnego** (znak iloczynu elementów macierzowych) jest **obserwablą**.
- Szczególny przypadek wzbudzenia 2-stopniowego – efekt reorientacji gdzie stanem pośrednim jest podstan magnetyczny  $m$  → **znak elementu diagonalnego ( $\sim Q_s$ )** jest **obserwablą**.



# Wzbudzenie 2-stopniowe stanu $0^+_2$ vs efekt reorientacji

- Całkowity przekrój czynny  $\sigma(2^+_1)$  zależy od  $\langle 2^+_1 || E2 || 0^+_1 \rangle$  oraz  $\langle 2^+_1 || E2 || 2^+_1 \rangle$ .
- Wpływ nieznanego elementu  $\langle 2^+_1 || E2 || 0^+_2 \rangle$  na  $\sigma(2^+_1)$  jest mniejszy przy energii 205 MeV niż przy maksymalnej energii bezpiecznej 243 MeV.
- Całkowity przekrój czynny  $\sigma(2^+_1)$  rośnie wraz z rosnącą energią wiązki, ale **czułość na moment kwadrupolowy stanu  $2^+_1$  maleje, z uwagi na blisko leżący stan  $0^+_2$ .**



# Wzbudzenie $E1$ poprzez gigantyczny rezonans (GDR)

- W eksperymentach wzbudzeń kulombowskich wysoko leżące stany GDR nie są obserwowane.
- Możliwe jest wzbudzenie wirtualne stanu  $I_f$  poprzez stany GDR.
- GOSIA: korekta na tego typu efekty ( $E1$  polarizability) – kwadrupolowa część oddziaływania  $V(E2)$  pomnożona przez czynnik:

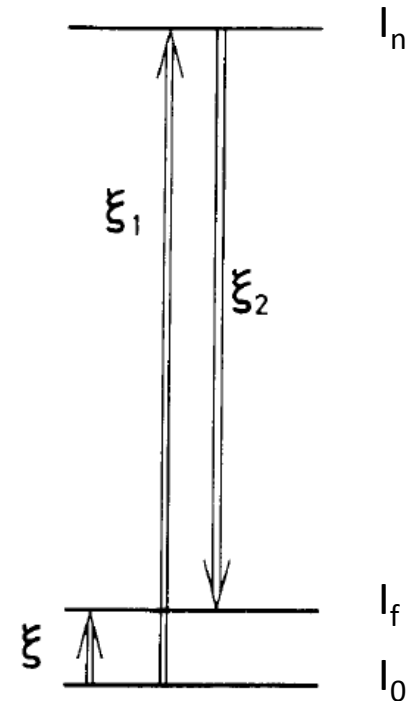
$$1 - d \cdot \frac{E_p A_t}{Z_t^2 (1 + A_p/A_t)} \frac{a}{r}$$

gdzie  $d = 0.005 \rightarrow E1$  polarisation strength

(empiryczna wartość wyznaczona z pomiarów przekroju czynnego na absorpcję fotojądrową w eksperymentach  $\gamma\gamma'$ )

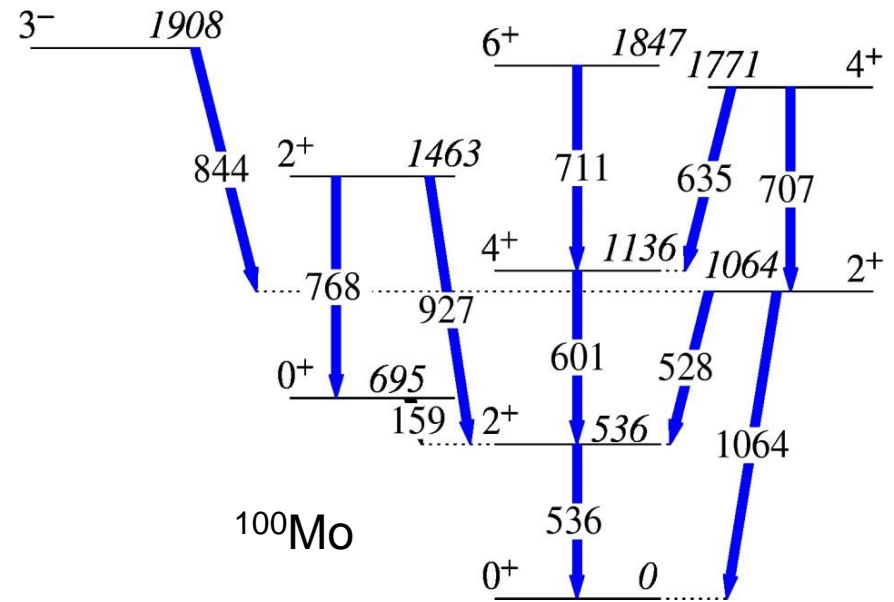
*Alder and Winther (appendix J)*

- Może wpływać na populację wysoko leżących stanów jądrowych wzbudzanych kulombowsko;  
np.:  $^{104}\text{Ru}$  – zmiana populacji stanu  $10^+$  na poziomie 10% jeśli wpływ od wzbudzeń wirtualnych poprzez stany GDR jest zwiększony dwukrotnie.



# Realia eksperymentalne

- Proste przypadki – populacja stanów na drodze wyłącznie 1- lub 2-stopniowej są rzadkie.  
(gł. wiązki egzotyczne → Coulex@ISOLDE ~2.8 MeV/A)
- Najczęściej mamy do czynienia ze **wzbudzeniem wielostopniowym**.
- Stany wzbudzone populowane są poprzez **różne stany pośrednie** → w analizie uwzględnia się **różne możliwe drogi wzbudzenia** danego stanu jądrowego.
- Prawdopodobieństwo wzbudzenia danego stanu zależy od wielu elementów macierzowych.
- Układ sprzężonych równań różniczkowych na amplitudy wzbudzeń rozwiązywany numerycznie → **GOSIA**.

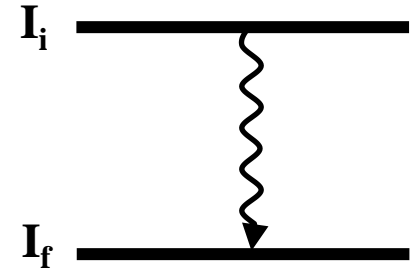


Przykład różnych dróg wzbudzenia stanu  $2^+_3$  poprzez przejścia E2:

$$\begin{aligned}
 &0^+_1 \rightarrow 2^+_3 \\
 &0^+_1 \rightarrow 2^+_1 \rightarrow 2^+_3 \\
 &0^+_1 \rightarrow 2^+_1 \rightarrow 0^+_2 \rightarrow 2^+_3 \\
 &0^+_1 \rightarrow 2^+_1 \rightarrow 2^+_2 \rightarrow 2^+_3 \\
 &0^+_1 \rightarrow 2^+_2 \rightarrow 2^+_3 \\
 &0^+_1 \rightarrow 2^+_1 \rightarrow 4^+_1 \rightarrow 2^+_3 \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

# Rozpad stanów wzbudzonych

- W zredukowanym elemencie macierzowym  $\langle I_f || M(T\lambda) || I_i \rangle$  zawarta jest informacja o wpływie struktury jądra na prawdopodobieństwo przejść  $\gamma$ .



- Prawdopodobieństwo rozpadu stanu wzbudzonego drogą emisji kwantu  $\gamma$  zależy zarówno od multipolowości  $T\lambda$  oraz energii przejścia  $E_\gamma$

$$P(T\lambda; I_i \rightarrow I_f) = \frac{8\pi(\lambda + 1)}{\lambda ((2\lambda + 1)!!)^2} \frac{1}{\hbar} \left( \frac{E_\gamma}{\hbar c} \right)^{2\lambda+1} \cdot B(T\lambda; I_i \rightarrow I_f)$$

- Z kolei zredukowane prawdopodobieństwo przejścia  $B(T\lambda; I_f \rightarrow I_i)$  wyraża się bezpośrednio przez zredukowany element macierzowy:

$$B(T\lambda; I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} |\langle I_f || \hat{M}(T\lambda) || I_i \rangle|^2$$

$$B(\lambda, I_f \rightarrow I_i) = \frac{2I_i + 1}{2I_f + 1} B(\lambda, I_i \rightarrow I_f)$$

Proces wzbudzenia jak i deekscytacji stanów jądrowych opisuje **ten sam** zestaw elementów macierzowych.

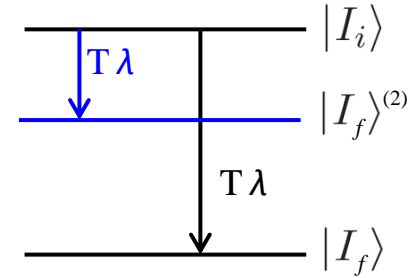
# Dane spektroskopowe:

■ **czas życia:**

$$\tau_I = \frac{1}{\sum_{\lambda, f} |i^{n(\lambda)} \sqrt{P(T\lambda; I_i \rightarrow I_f)}|^2}$$

przejścia elektryczne:  $n(\lambda) = \lambda$

przejścia magnetyczne:  $n(\lambda) = \lambda + 1$



$$P(T\lambda; I_i \rightarrow I_f) = \frac{8\pi(\lambda + 1)}{\lambda((2\lambda + 1)!!)^2} \frac{1}{\hbar} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1} \cdot B(T\lambda; I_i \rightarrow I_f)$$

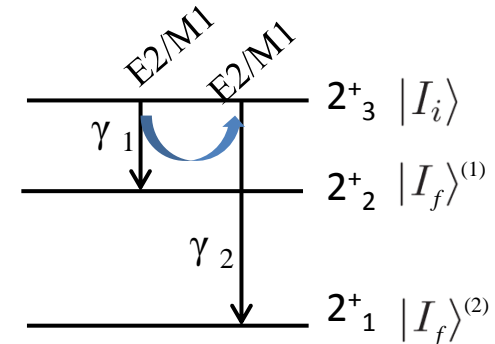
$$B(T\lambda; I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} |\langle I_f || \hat{M}(T\lambda) || I_i \rangle|^2$$

■ **współczynnik zmieszania:**  $\delta(E2/M1) = 0.835 \cdot E_\gamma \cdot \frac{\langle I_f || E2 || I_i \rangle}{\langle I_f || M1 || I_i \rangle}$

$E2$  [eb],  $M1$  [ $\mu_N$ ],  $E_\gamma$  [MeV]

■ **współczynnik rozgałęzienia przejść  $\gamma$ :**

$$R = \frac{E_{\gamma_1}^{(2\lambda+1)} \cdot |\langle I_{f1} || M(E2) || I_i \rangle|^2}{E_{\gamma_2}^{(2\lambda+1)} \cdot |\langle I_{f2} || M(E2) || I_i \rangle|^2} \cdot \frac{1 - \delta_{\gamma_1}^{-2}}{1 - \delta_{\gamma_2}^{-2}}$$

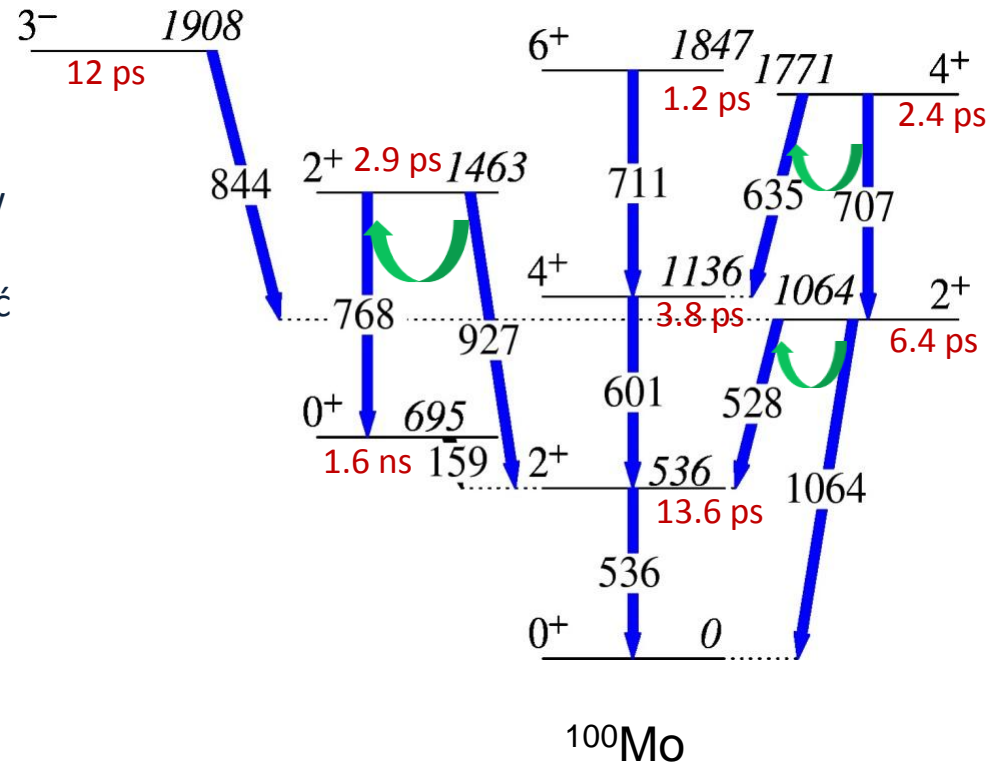


■ **współczynniki konwersji wewnętrznej  $\rightarrow$  przejścia na drodze  $E0$**



# Liczba elementów macierzowych vs liczba danych eksperymentalnych

- Liczba elementów macierzowych większa niż liczba obserwowanych przejść  $\gamma$ .
- Różnorodny wpływ poszczególnych elementów macierzowych na populację danego stanu.
  - w analizie danych wykorzystuje się zależność przekroju czynnego od kąta rozproszenia.
- Pomocnym jest użycie dodatkowych danych spektroskopowych:
  - czasy życia,
  - współczynniki rozgałęzień przejść  $\gamma$ ,
  - współczynniki zmieszania np.:  $\delta(E2/M1)$ .



- Niekiedy, w rzadkich przypadkach, stosuje się teoretyczne przewidywania dotyczące sprzężeń pomiędzy elementami macierzowymi.

# Podsumowanie (1/2)

- Prawdopodobieństwo wzbudzenia kulombowskiego  $P(I^\pi)$  rośnie wraz z
  - rosnącym parametrem  $\chi$  (*strength parameter*) t.j.  $Z_{p/\tau}, M(\sigma\lambda), E$
  - rosnącym kątem rozproszenia t.j.  $\theta_{cm}$
  - malejącym parametrem  $\xi$  (*adiabacity parameter*) t.j.  $\Delta E, a/v$ .
- Rozkład kątowy różniczkowego przekroju czynnego  $d\sigma(\theta)/d\Omega$  zależy w sposób zróżnicowany od **multipolowość  $\lambda$**  i parametru  $\xi$ 
  - możliwość rozróżnienia **różnych multipolowości** przejść (E2/M1, E2/E3 etc.)
- Całkowity przekrój czynny  $\sigma_{tot}$  jest o 2-3 rzędy wielkości **mniej** dla przejść **magnetycznych** w porównaniu do przejść **elektrycznych**.
- Przejścia E2 i E3 są kilkadziesiąt razy przyspieszone w stosunku do przewidywań modelu jednocząstkowego → **wzbudzenie kulombowskie** danego stanu odbywa się **na drodze E2 i E3, rozpad** zaś poprzez przejścia M1, E2, E1.

## Podsumowanie (2/2)

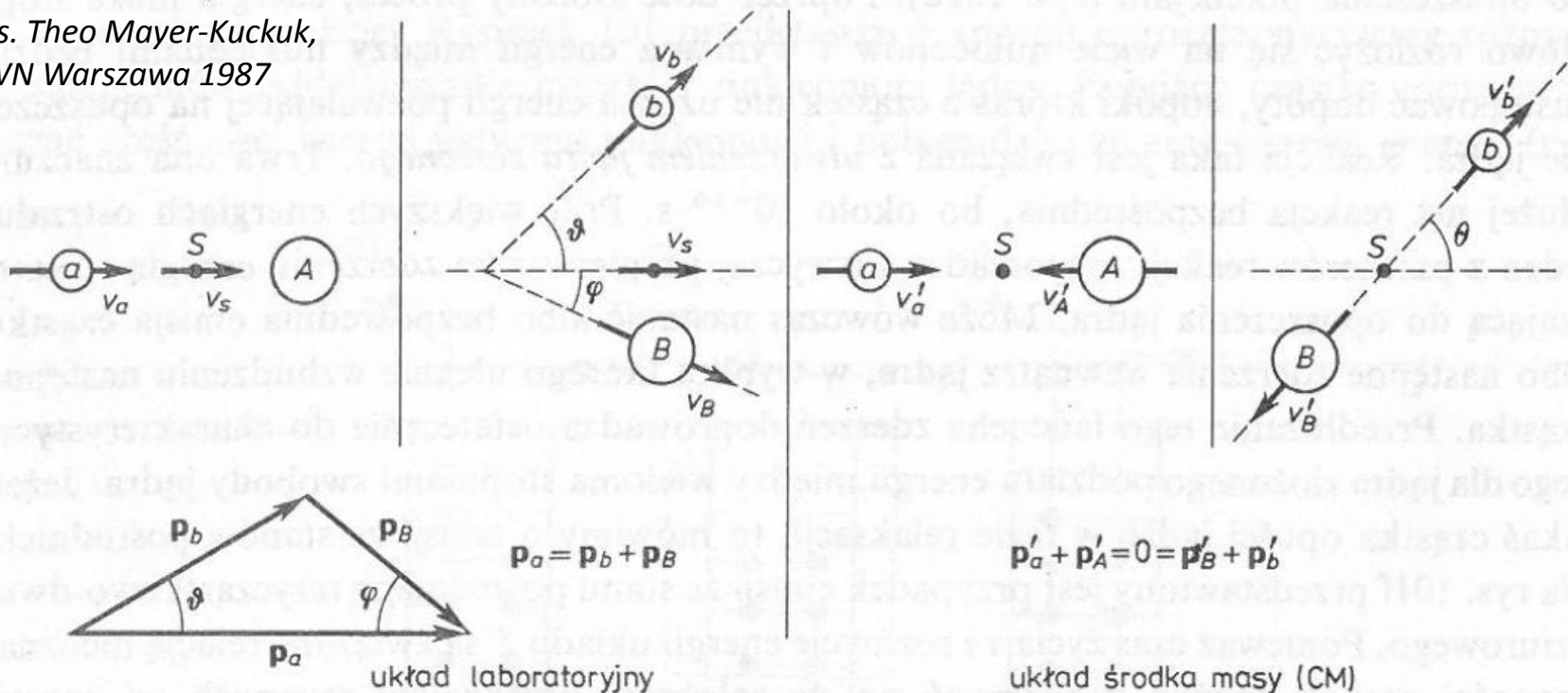
- Prawdopodobieństwo wzbudzenia stanów populowanych na drodze dwu- (wielo-) stopniowego wzbudzenia zależy od efektów drugiego rzędu - **momentów kwadrupolowych stanów wzbudzonych i znaku członów interferencyjnych**  
→ **względne znaki elementów macierzowych są obserwabłą eksperymentalną.**
- W eksperymentach wzbudzeń kulombowskich stany populowane są poprzez różne stany pośrednie na drodze wzbudzenia wielostopniowego → układ sprzężonych równań różniczkowych na amplitudy wzbudzeń rozwiązywany numerycznie (program **GOSIA**).
- Proces **wzbudzenia** jak i **deekscytacji** stanów jądrowych opisuje **ten sam zestaw elementów macierzowych.**
- Dane spektroskopowe stanowią istotne więzy dla wielowymiarowej analizy danych pochodzących z eksperymentów wzbudzeń kulombowskich.

# Rozdział 4

1. Kinematyka rozproszenia
  - normalna kinematyka reakcji dwuciałowej
  - odwrotna kinematyka reakcji dwuciałowej
2. Eksperymenty wzbudzeń kulombowskich z wiązkami jąder egzotycznych.
3. Identyfikacja jąder pocisku i tarczy.
4. Selekcja zdarzeń w eksperymentach wzbudzeń kulombowskich.

# Kinematyka reakcji jądowych: $A(a, b) B$

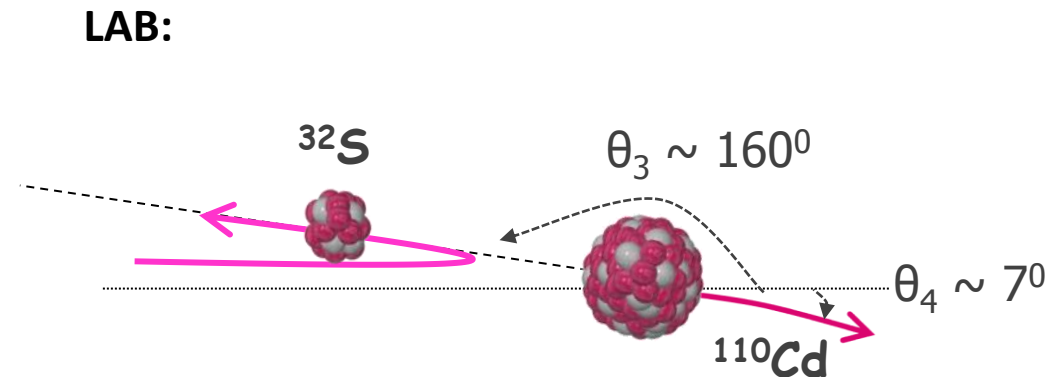
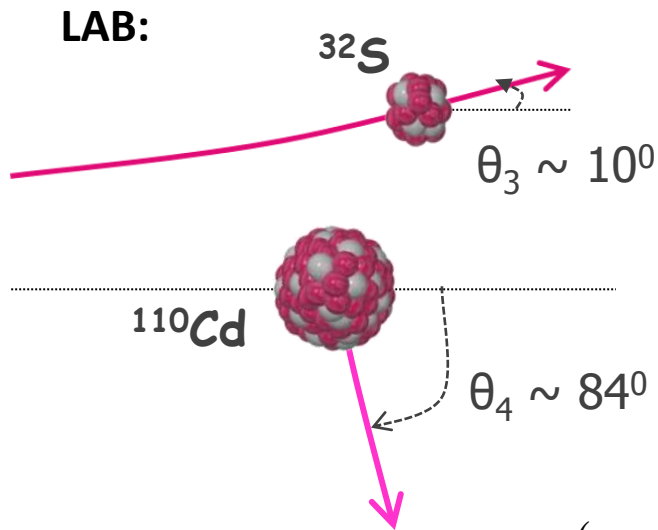
Rys. Theo Mayer-Kuckuk,  
PWN Warszawa 1987



$$\sum_i E_i = \sum_f E_f, \quad \sum_i \mathbf{p}_i = \sum_f \mathbf{p}_f \quad E = m_0 c^2 + T$$

$$\sum_i m_{0i} c^2 + \sum_i T_i = \sum_f m_{0f} c^2 + \sum_f T_f \quad Q = \sum_i m_{0i} c^2 - \sum_f m_{0f} c^2 = \sum_f T_f - \sum_i T_i$$

# Normalna kinematyka reakcji jądrowych: $A_p < A_t$



$$\sin(\theta_{\text{CM}} - \theta_{\text{LAB}}) = \frac{A_p}{A_t} \cdot \sin(\theta_{\text{LAB}}); \quad \theta_{\text{LAB}} = \theta_3$$

$$\cos^2 \theta_{\text{CM}} + 2\left(\frac{A_p}{A_t}\right) \sin^2 \theta_{\text{LAB}} \cdot \cos \theta_{\text{CM}} + \left(\frac{A_p}{A_t}\right)^2 \sin^2 \theta_{\text{LAB}} - \cos^2 \theta_{\text{LAB}} = 0$$

$$\cos \theta_{\text{CM}}^{(1,2)} = -\left(\frac{A_p}{A_t}\right) \sin^2 \theta_{\text{LAB}} \pm \cos \theta_{\text{LAB}} \sqrt{1 - \left(\frac{A_p}{A_t}\right)^2 \sin^2 \theta_{\text{LAB}}}$$

$$\rightarrow \theta_{\text{LAB}} = 90^\circ : \quad \cos \theta_{\text{CM}}^{(1)} = \cos \theta_{\text{CM}}^{(2)} = -A_p/A_t$$

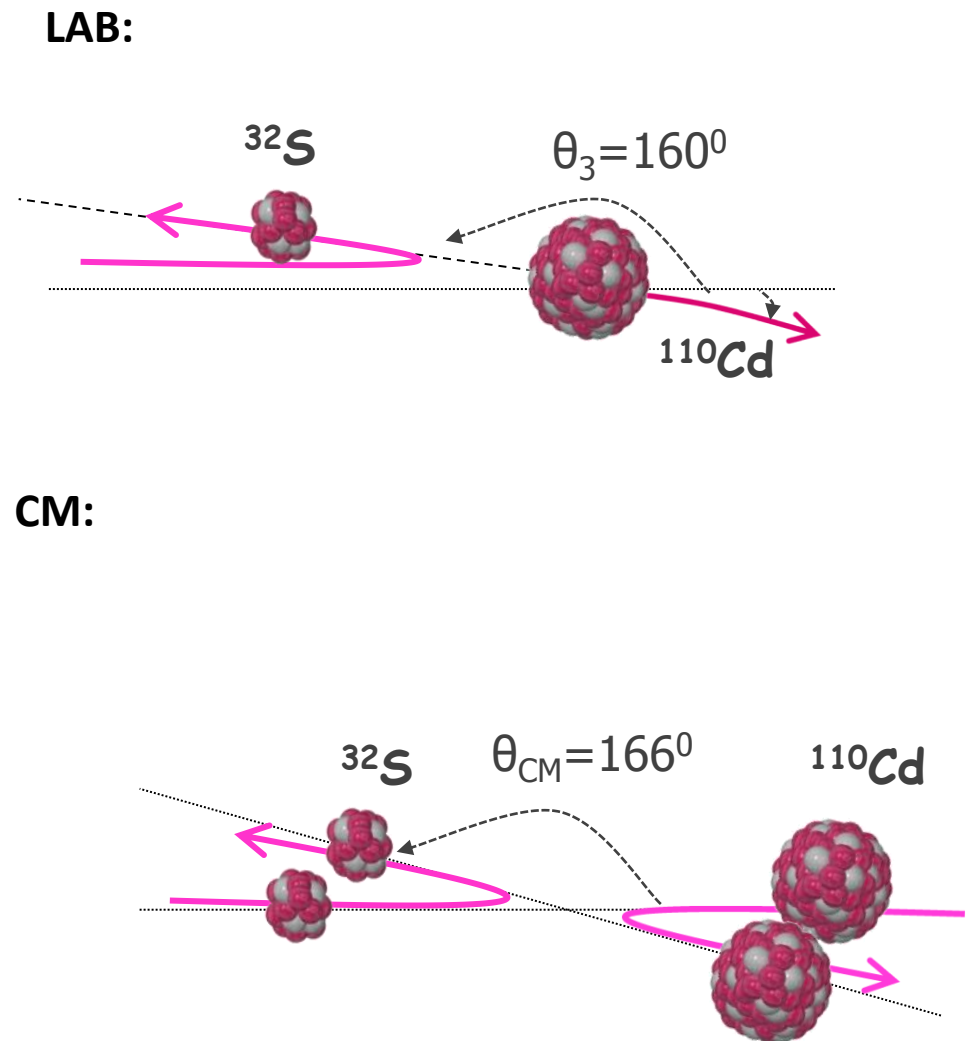
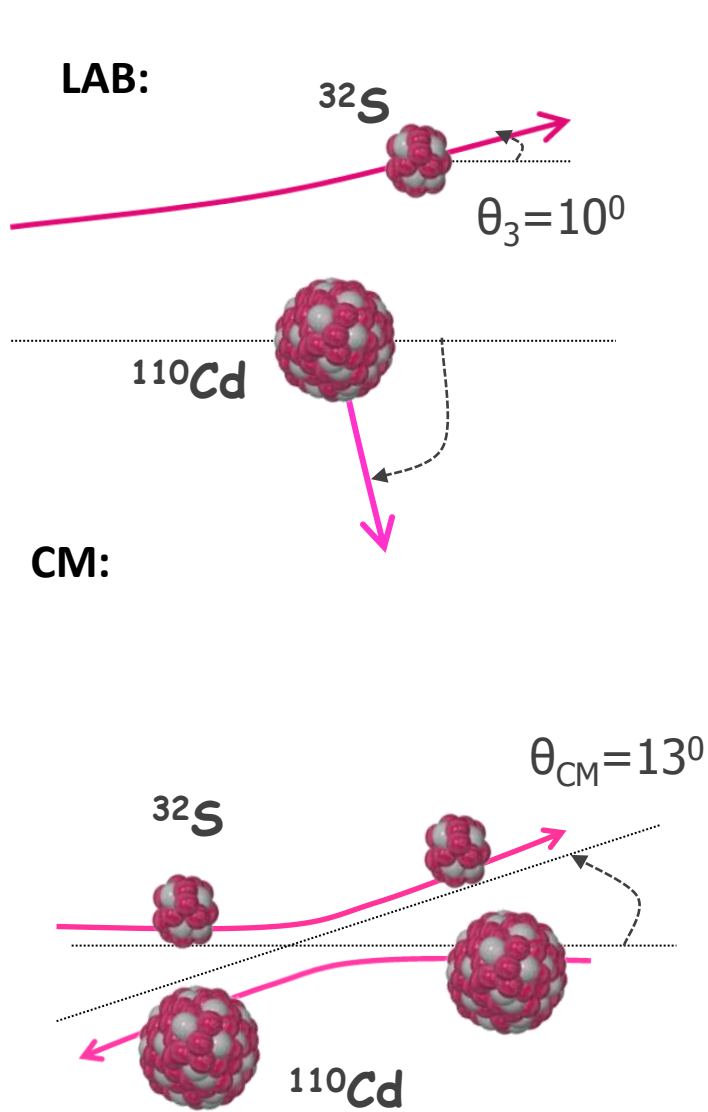
+:  $\theta_{\text{LAB}}^{\text{pocisk}}: 0^\circ - 180^\circ$   
 $\theta_{\text{CM}}: 0^\circ - 180^\circ$

- : rozwiązanie niefizyczne  
 odpowiadające zamianie  
 cząstek w punkcie zderzenia

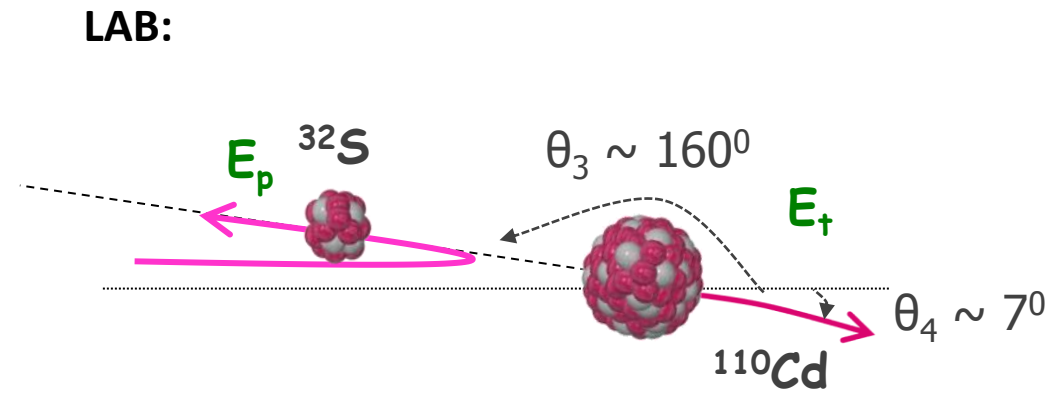
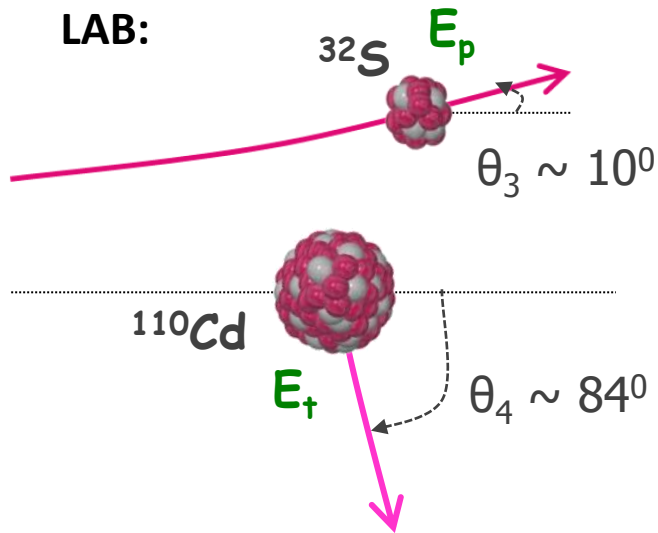


zadany kąt  $\theta_{\text{LAB}}^{\text{pocisk}}$   
 jednoznacznie określa  $\theta_{\text{CM}}$

# Normalna kinematyka reakcji jądrowych: $A_p < A_t$



# Normalna kinematyka reakcji jądrowych: $A_p < A_t$



$$E_p = E_w \frac{A_p^2}{(A_p + A_t)^2} \left( \cos \theta_3 \pm \sqrt{\cos^2 \theta_3 + \frac{A_t^2 - A_p^2}{A_p^2}} \right)^2$$

$$E_t = E_w \frac{4A_p A_t}{(A_p + A_t)^2} \cos^2 \theta_4$$

±: fizyczne rozwiązania dla energii rozproszenia jonu pocisku  $E_p$

→ dany kąt rozproszenia jonu pocisku  $\theta_3$  jest związany z określoną energią rozproszenia  $E_p$

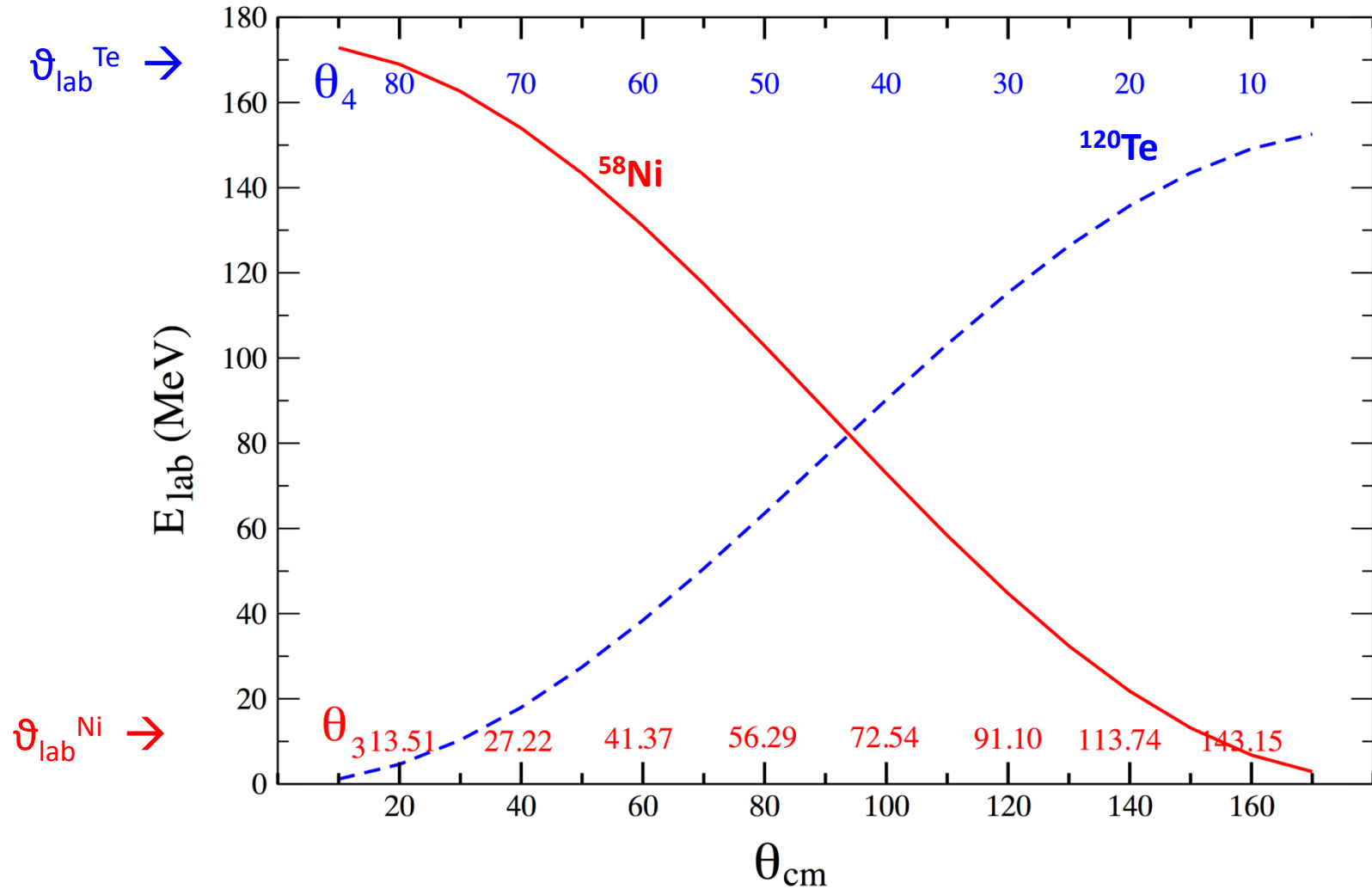
Znajomość kąta rozproszenia jednego z partnerów reakcji oraz energii wiązki ( $T_1$ ) całkowicie definiuje dwuciałową kinematykę reakcji.



# Normalna kinematyka reakcji: $^{58}\text{Ni} + ^{120}\text{Te}$ ( $A_p < A_t$ )

## Kinematics of $^{58}\text{Ni}$ on $^{120}\text{Te}$ @175 MeV

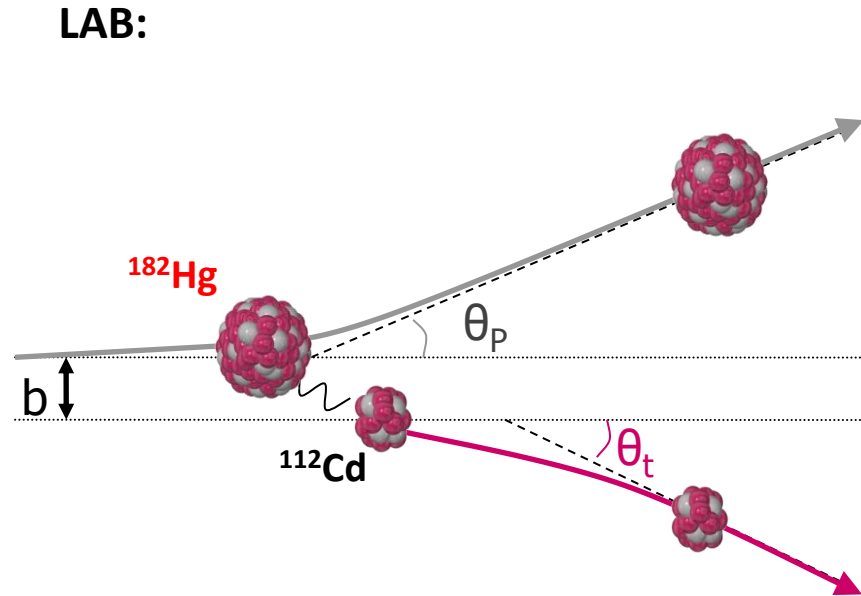
$^{58}\text{Ni} + ^{120}\text{Te}$  @175 MeV



wykres: M. Saxena

# Odwrotna kinematyka reakcji: $A_p > A_t$

- ograniczony zakres kątowny rozproszenia jądra pocisku w układzie laboratoryjnym:  
dla  $^{182}\text{Hg} + ^{110}\text{Cd}$ :  $\theta_{\text{lab}}^{\text{Hg}} = 0^\circ - 38^\circ$
- zakres kątowny rozproszenia jądra tarczy w układzie laboratoryjnym  
(niezależnie od  $A_p$  i  $A_t$ ):  $\theta_{\text{lab}} = 0^\circ - 90^\circ$
- **ten sam** kąt rozproszenia jądra pocisku  $\theta_{\text{lab}}^{\text{Hg}}$  odpowiada dwóm rozwiązaniom kinematycznym w układzie CM:
  1. rozproszenie pod małym kątem  $\theta_{\text{CM}}$
  2. rozproszenie pod dużym kątem  $\theta_{\text{CM}}$



$$\sin(\theta_{\text{CM}} - \theta_{\text{LAB}}) = \frac{A_p}{A_T} \cdot \sin(\theta_{\text{LAB}}); \quad \cos \theta_{\text{CM}}^{(1,2)} = -\left(\frac{A_p}{A_T}\right) \sin^2 \theta_{\text{LAB}} \pm \cos \theta_{\text{LAB}} \sqrt{1 - \left(\frac{A_p}{A_t}\right)^2 \sin^2 \theta_{\text{LAB}}}$$

+ : mniejsze  $\theta_{\text{CM}}$   
- : większe  $\theta_{\text{CM}}$

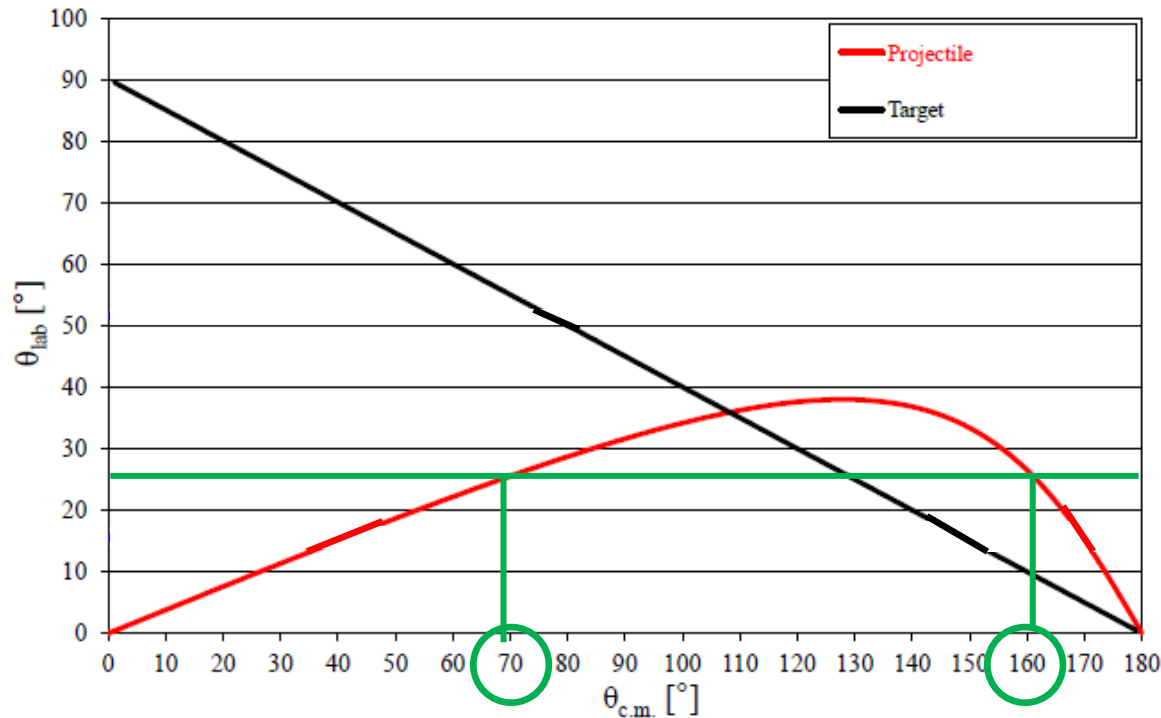
Dla  $^{182}\text{Hg} + ^{110}\text{Cd}$  i dla  $\theta_{\text{LAB}} > 38^\circ$

$$[1 - (182/110)^2 \sin^2 \theta_{\text{LAB}}] < 0$$

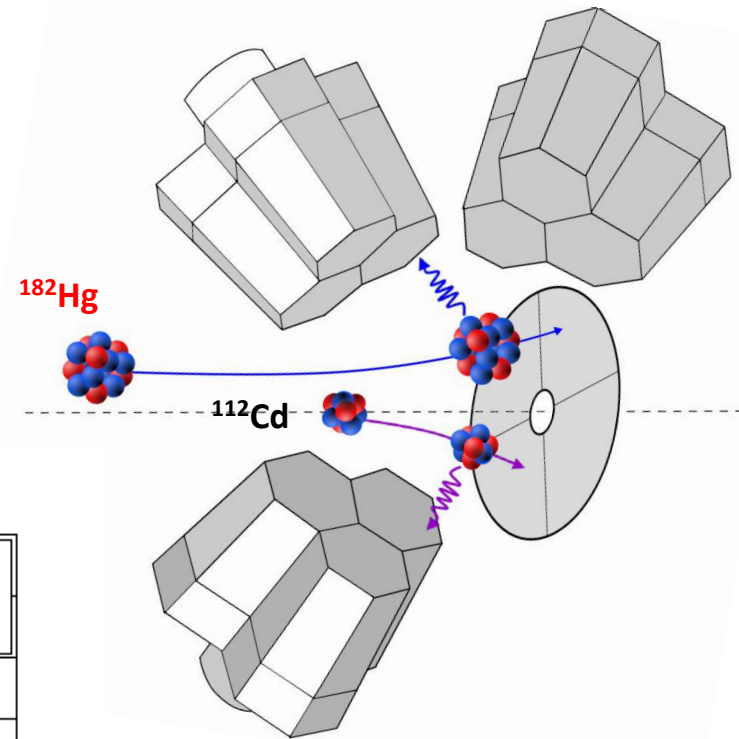
# Odwrotna kinematyka reakcji:

$\theta_{CM}$  vs  $\theta_{LAB}$

$$\cos \theta_{CM}^{(1,2)} = -\left(\frac{A_P}{A_T}\right) \sin^2 \theta_{LAB} \pm \cos \theta_{LAB} \sqrt{1 - \left(\frac{A_P}{A_t}\right)^2 \sin^2 \theta_{LAB}}$$



Wykres: N. Bree, PhD thesis, KU Leuven

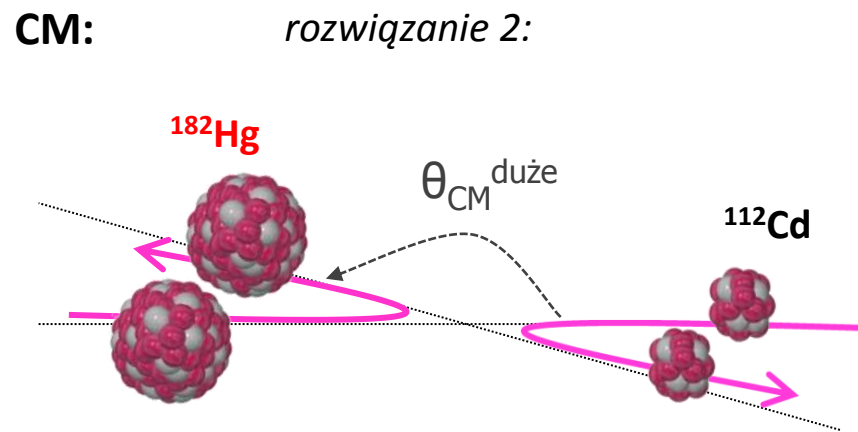
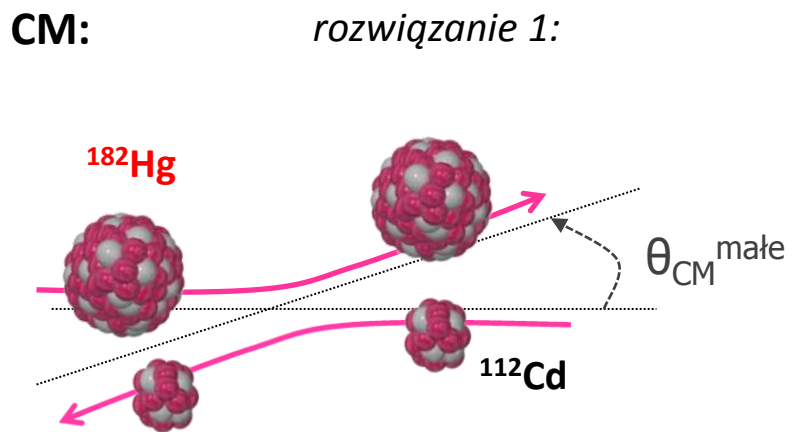
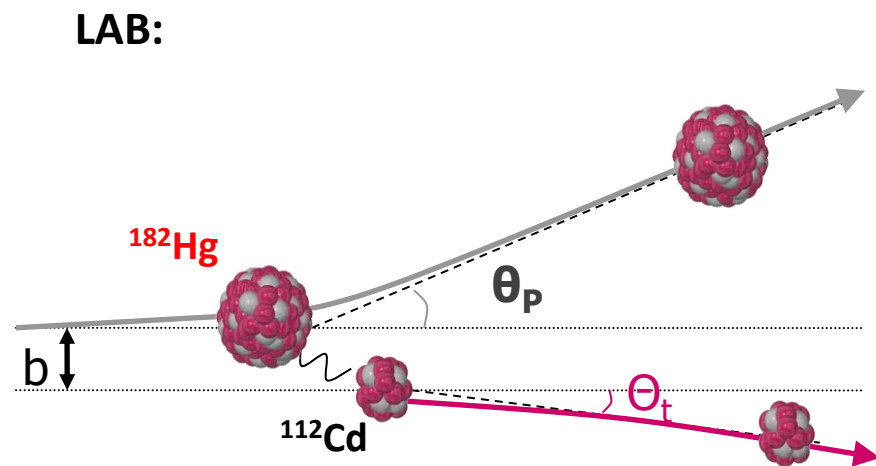
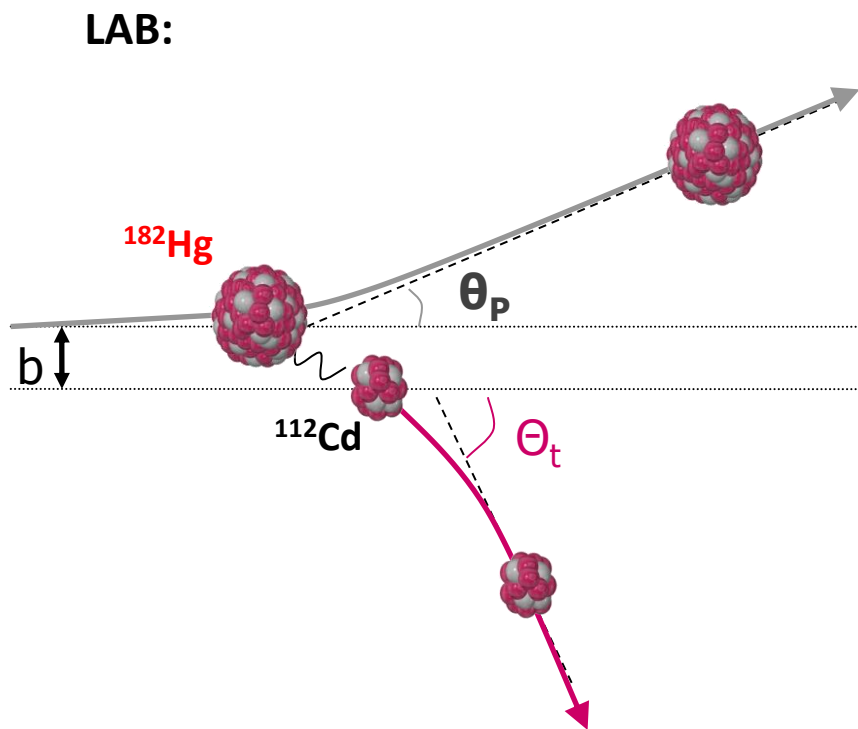


Rozwiązanie 1:

$\vartheta_{CM} = 68^\circ : \vartheta_{lab}^{Hg} = 25^\circ \quad \vartheta_{lab}^{Cd} = 56^\circ$

Rozwiązanie 2:

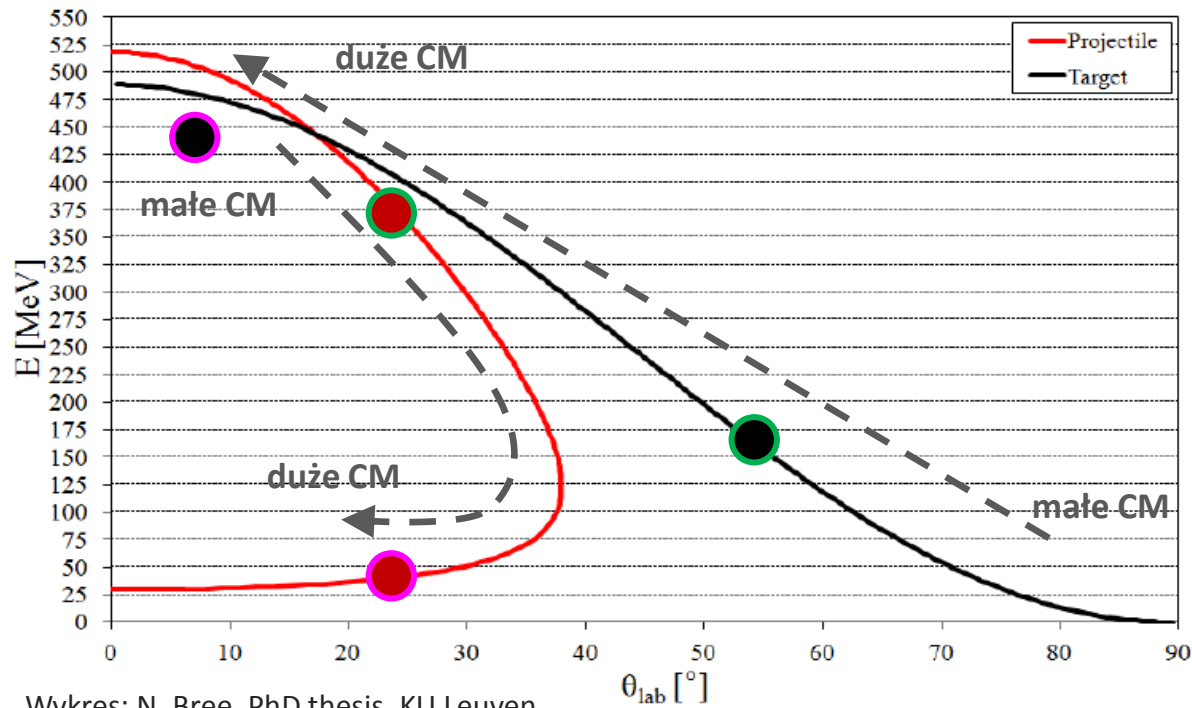
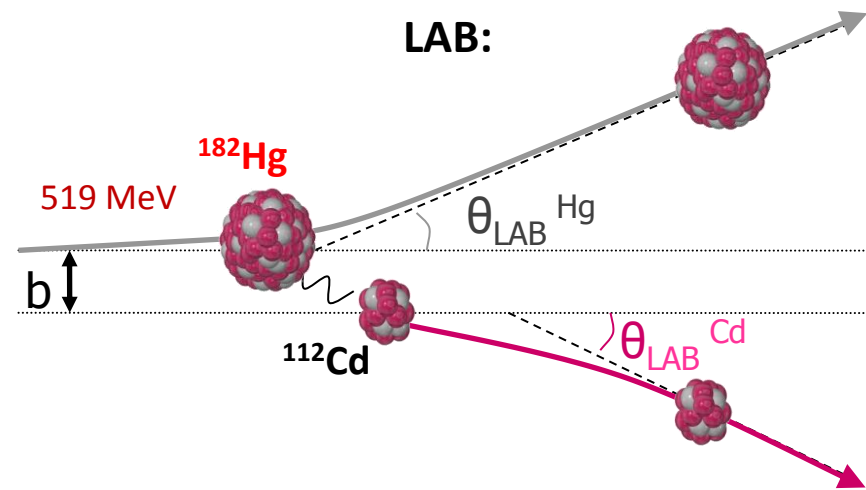
$\vartheta_{CM} = 162^\circ : \vartheta_{lab}^{Hg} = 25^\circ \quad \vartheta_{lab}^{Cd} = 9^\circ$



# Odwrotna kinematyka reakcji: energie kinetyczne rozproszonych cząstek

$$E_p = E_w \frac{A_p^2}{(A_p + A_t)^2} \left( \cos \theta_{LAB}^{Hg} \pm \sqrt{\cos^2 \theta_{LAB}^{Hg} + \frac{A_t^2 - A_p^2}{A_p^2}} \right)^2$$

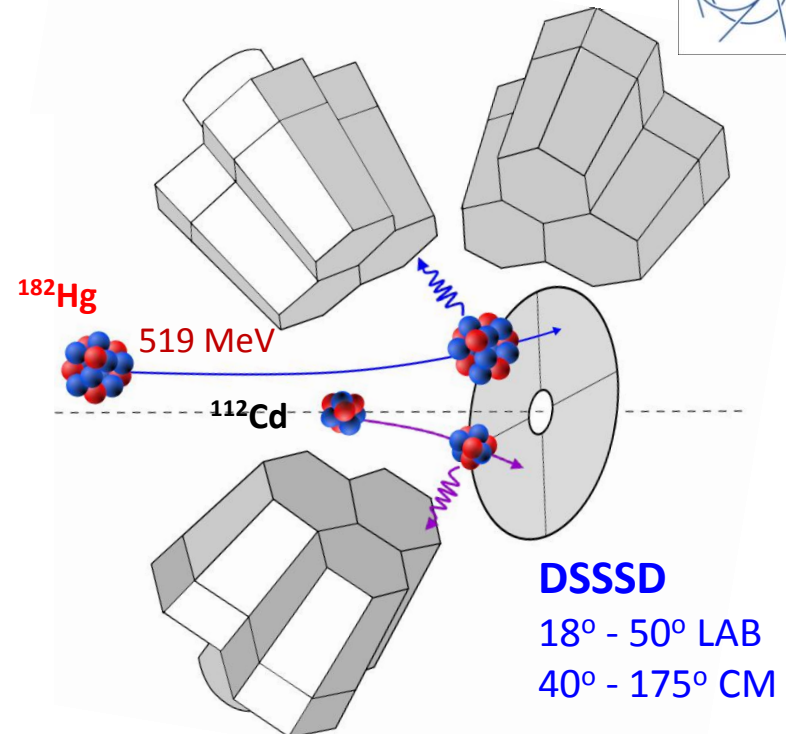
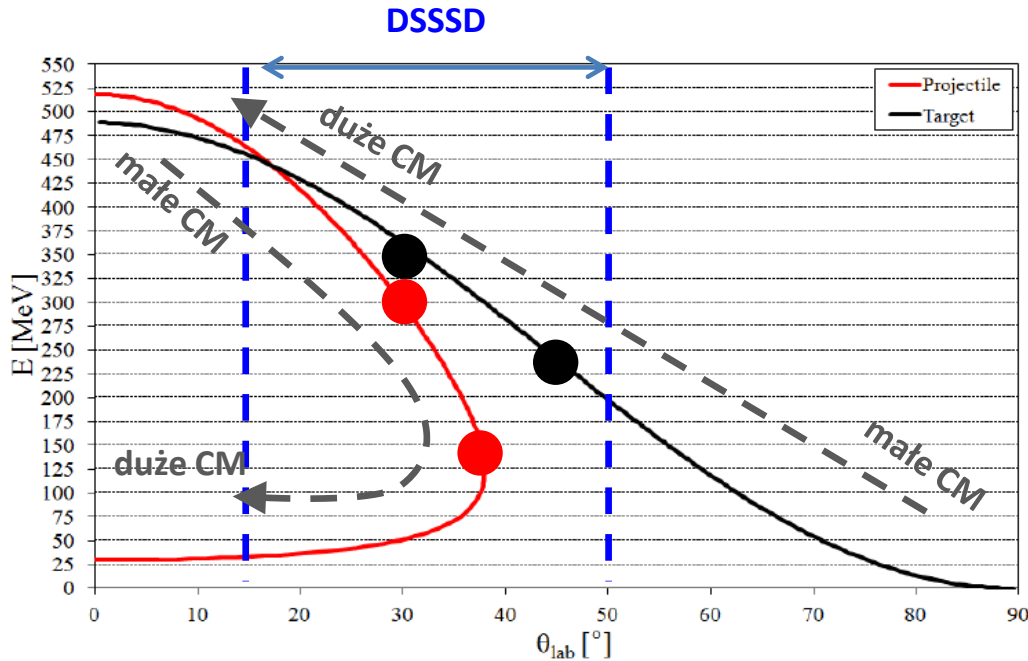
+ : mniejsze  $\theta_{CM}$   
 - : większe  $\theta_{CM}$



$$E_t = E_w \frac{4A_p A_t}{(A_p + A_t)^2} \cos^2 \theta_{LAB}^{Cd}$$



# Odwrotna kinematyka

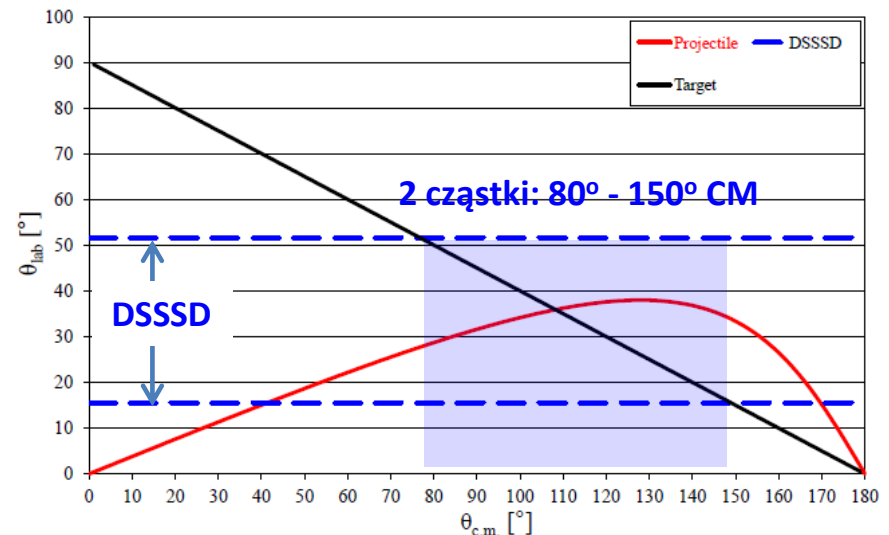


Problem identyfikacji cząstek w przypadku rozproszeń  $\theta_{LAB} \sim 30^\circ$

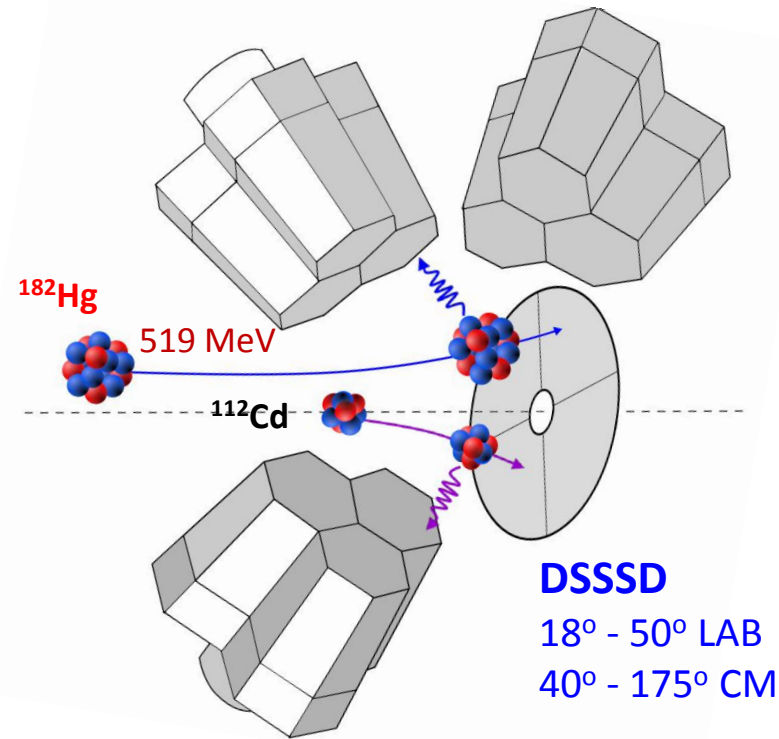
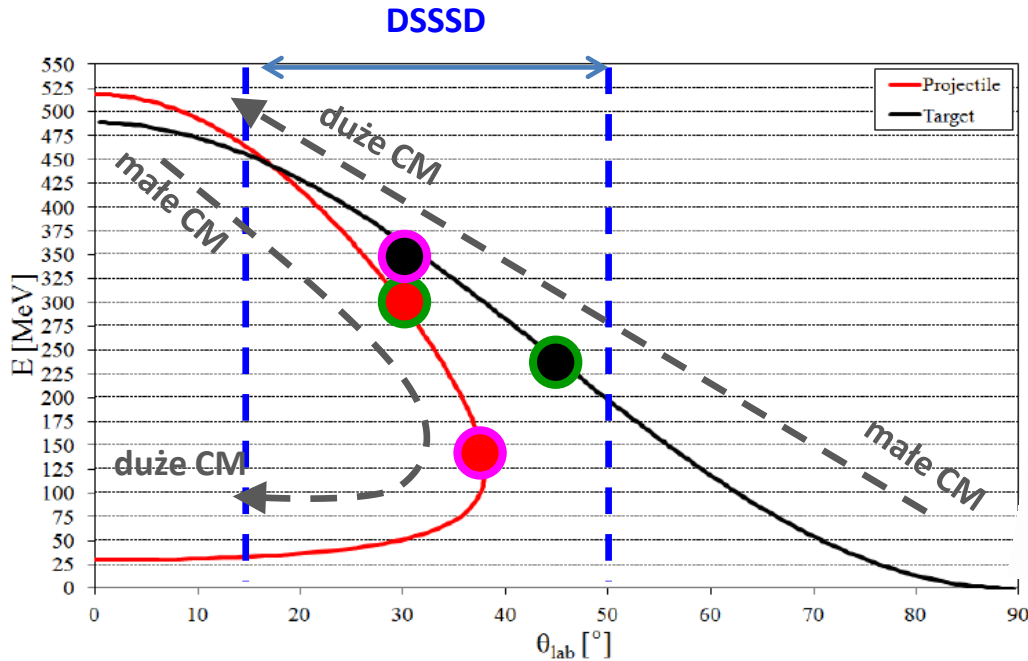
→ wymóg rejestracji **dwóch cząstek** w koincydencji czasowej ( różnica czasu < 50 ns ) :

cząstka 1:  $\vartheta_{lab} = 32^\circ$ ,  $E \sim 268$  MeV → Hg }  $\vartheta_{CM} = 84^\circ$   
 cząstka 2:  $\vartheta_{lab} = 44^\circ$ ,  $E \sim 251$  MeV → Cd

lub:  
 cząstka 1:  $\vartheta_{lab} = 32^\circ$ ,  $E \sim 349$  MeV → Cd }  $\vartheta_{CM} = 115^\circ$   
 cząstka 2:  $\vartheta_{lab} = 37^\circ$ ,  $E \sim 170$  MeV → Hg



# Odwrotna kinematyka

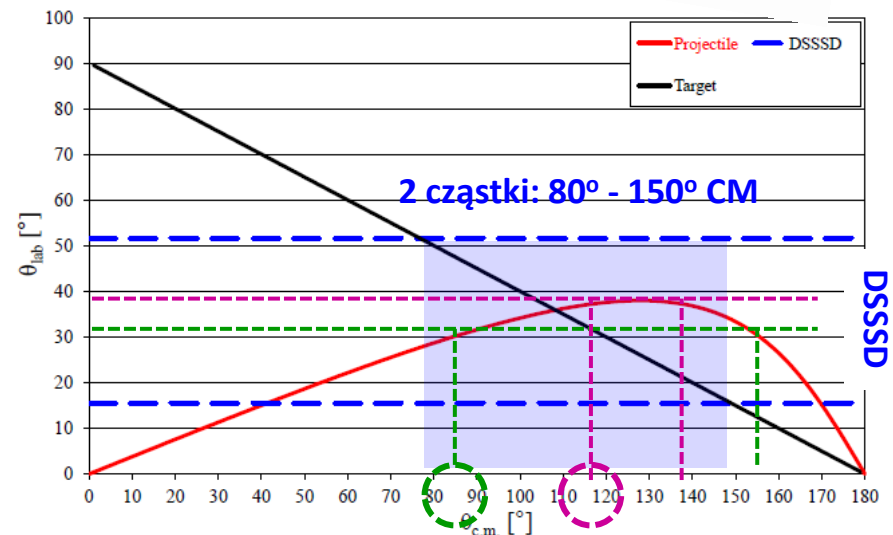


Przypadki należące do dwóch różnych rozwiązań kinematycznych  $\theta_{LAB}^{Hg} = 32^\circ$  oraz  $\theta_{LAB}^{Hg} = 37^\circ$ :

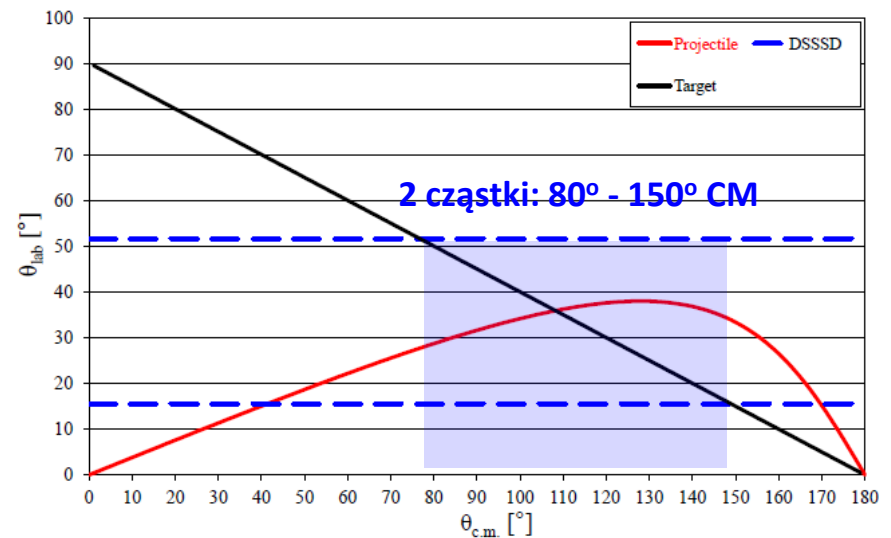
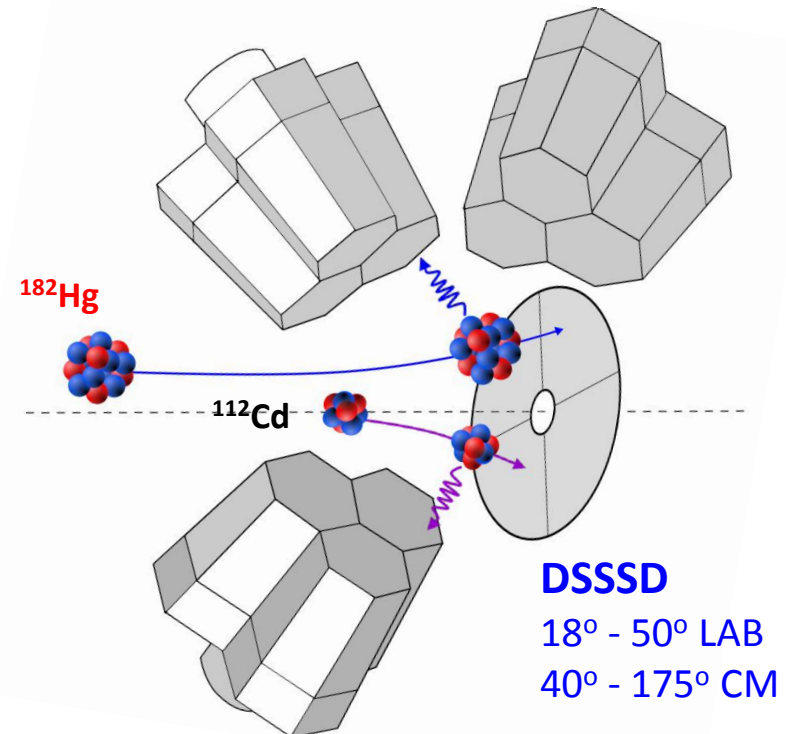
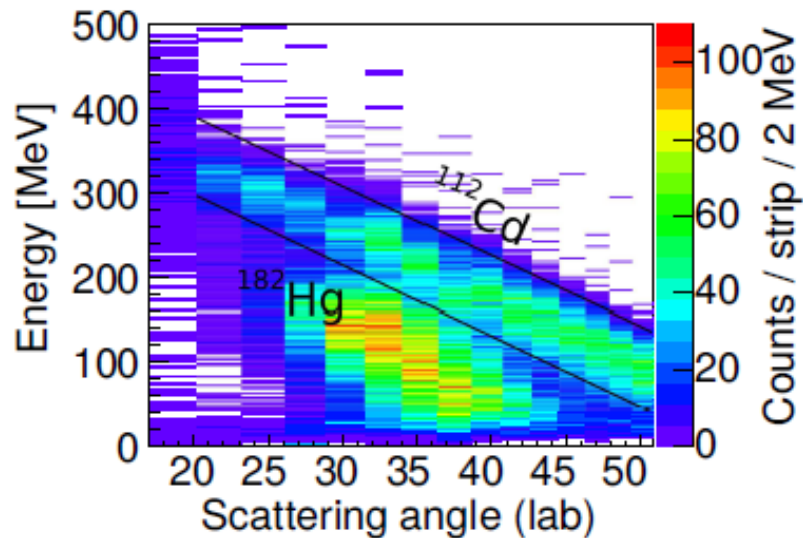
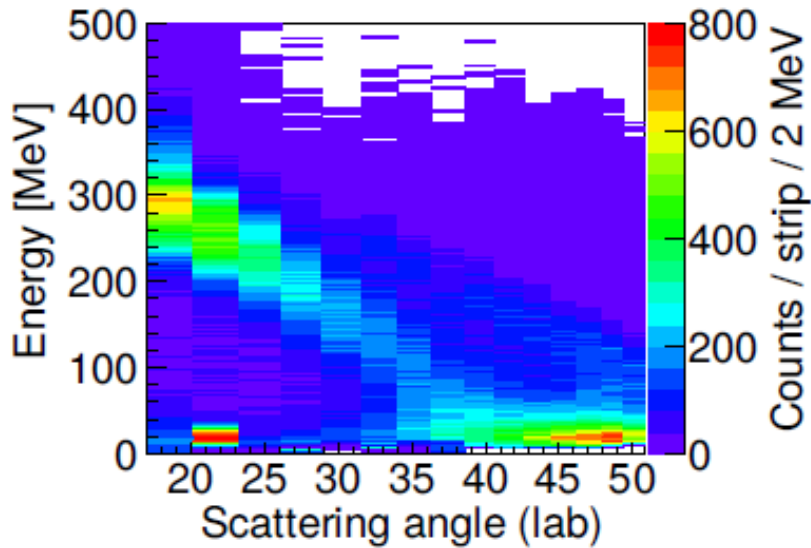
cząstka 1:  $\vartheta_{lab} = 32^\circ$ ,  $E \sim 268$  MeV  $\rightarrow$  Hg  
 cząstka 2:  $\vartheta_{lab} = 44^\circ$ ,  $E \sim 251$  MeV  $\rightarrow$  Cd }  $\vartheta_{CM} = 84^\circ$

lub:

cząstka 1:  $\vartheta_{lab} = 32^\circ$ ,  $E \sim 349$  MeV  $\rightarrow$  Cd  
 cząstka 2:  $\vartheta_{lab} = 37^\circ$ ,  $E \sim 170$  MeV  $\rightarrow$  Hg }  $\vartheta_{CM} = 115^\circ$

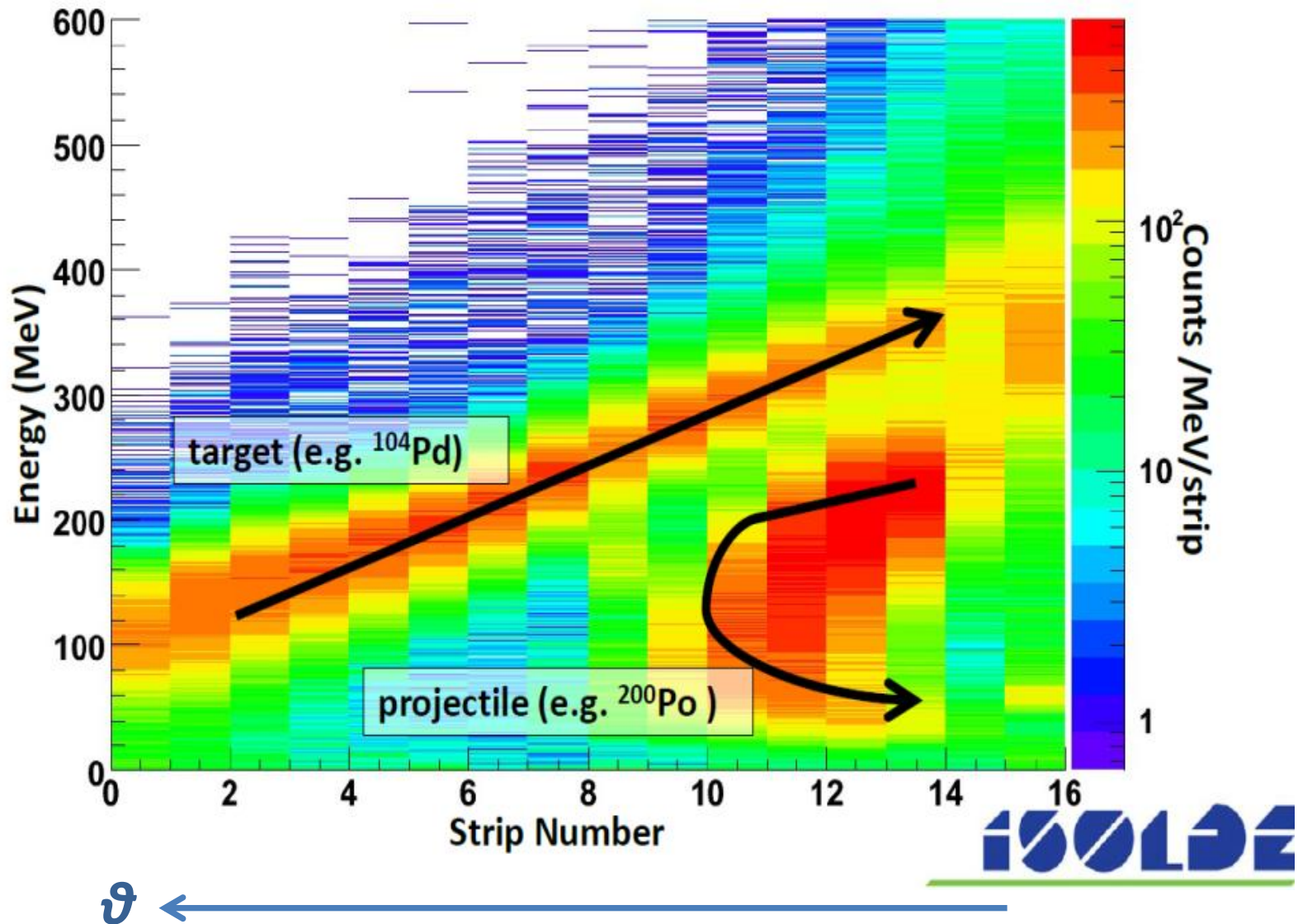


# Odwrotna kinematyka – wymóg rejestracji dwóch cząstek w DSSSD





# Identyfikacja jąder tarczy i jąder pocisku

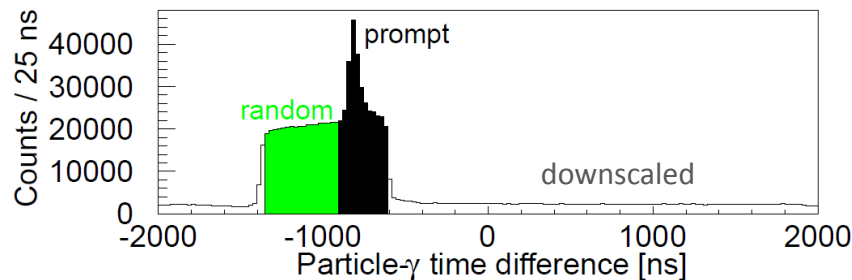


# Kryteria wyboru tarczy w eksperymentach wzbudzeń kulombowskich z wiązkami egzotycznymi

- Możliwie duże  $(A, Z) \rightarrow$  większa siła oddziaływania.
- Odpowiednia separacja energii kinematycznej jądra pocisku i jądra tarczy w eksperymentach z odwrotną kinematyką reakcji.
- Precyzyjna znajomość  $B(E2)$  i  $Q_{sp}$  stanów wzbudzonych w przypadku potrzeby normalizacji do wzbudzenia jądra tarczy.
- Odpowiednia separacja energetyczna kwantów  $\gamma$  emitowanych ze wzbudzonego kulombowsko jądra tarczy lub jądra pocisku.

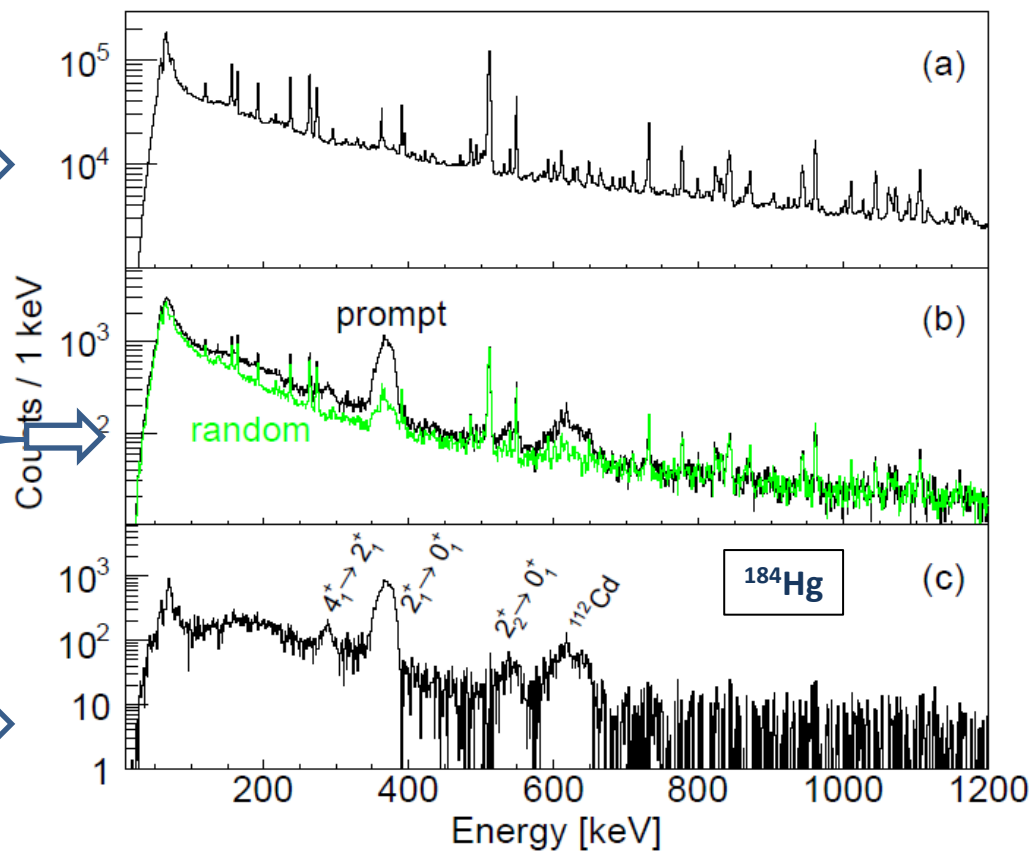
# Selekcja zdarzeń:

(a) widmo  $\gamma$  bez nałożonych dodatkowych warunków sortowania



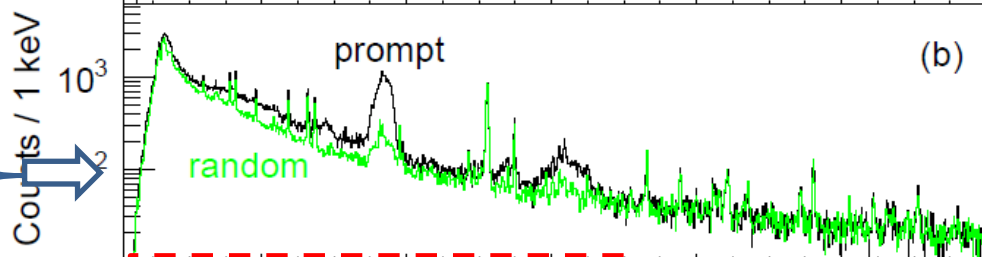
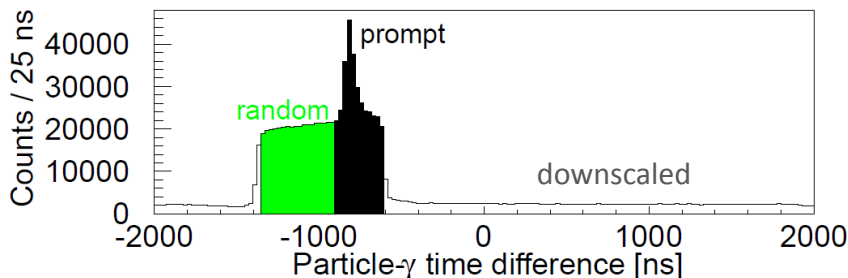
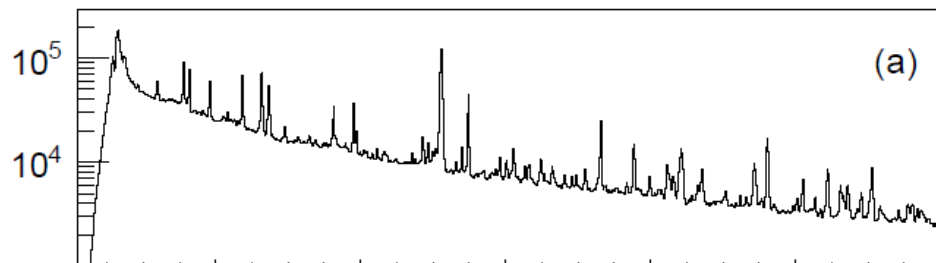
+ warunek na rejestrację jądra pocisku/tarczy

(c) widmo  $\gamma$  (PROMPT) z odjętymi zdarzeniami przypadkowymi (RANDOM)



# Selekcja zdarzeń:

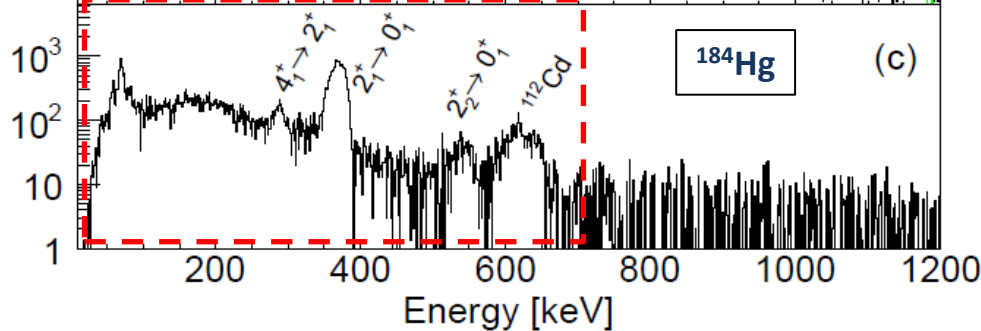
(a) widmo  $\gamma$  bez nałożonych dodatkowych warunków sortowania



+ warunek na rejestrację jądra pocisku/tarczy



(c) widmo  $\gamma$  (PROMPT) z odjętymi zdarzeniami przypadkowymi (RANDOM)



czasy życia stanów wzbudzonych w  $^{184}\text{Hg}$ :  $\tau \sim \text{ps}$

czas przelotu cząstki od tarczy do DSSSD:  $t \sim \text{ns}$

→ promieniowanie  $\gamma$  emitowane w locie

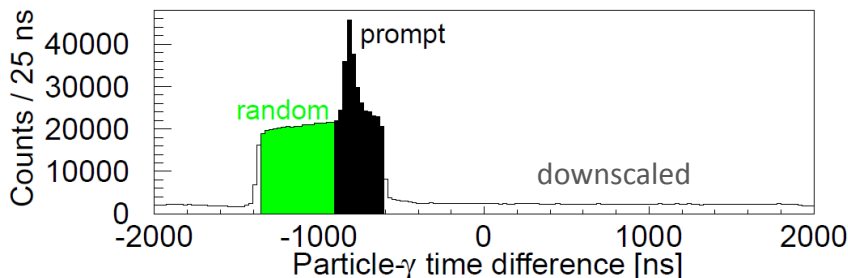
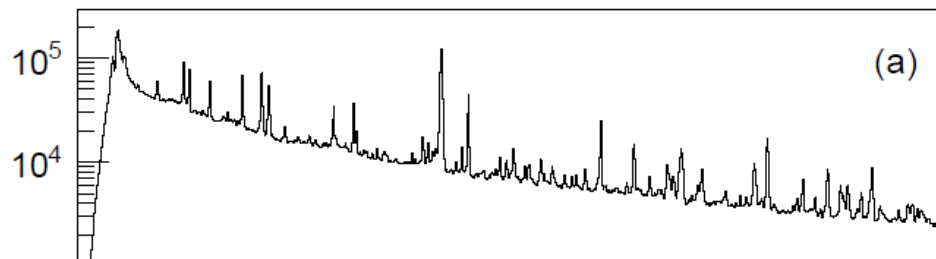
→ rejestrowane energie kwantów  $\gamma$  są przesunięte w wyniku efektu Dopplera:

$$E_{lab} = \frac{\gamma E_0}{1 - \beta \cos(\eta)} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \beta = \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{2E_p}{m_p c^2}}$$

$$\cos(\eta) = \sin(\theta_p) \sin(\theta_\gamma) \cos(\phi_p - \phi_\gamma) + \cos(\theta_p) \cos(\theta_\gamma)$$

# Selekcja zdarzeń:

(a) widmo  $\gamma$  bez nałożonych dodatkowych warunków sortowania

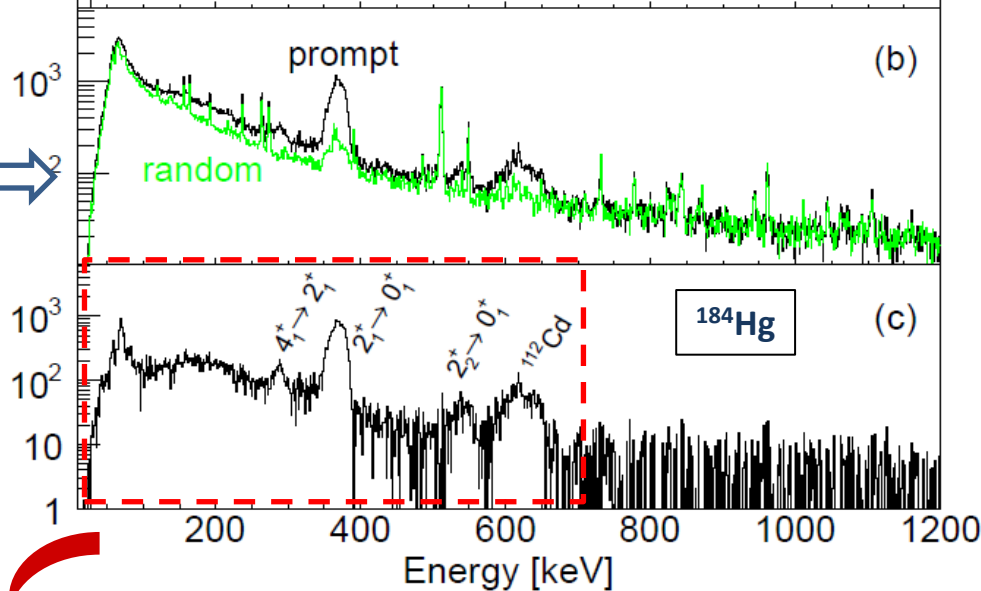


Counts / 1 keV

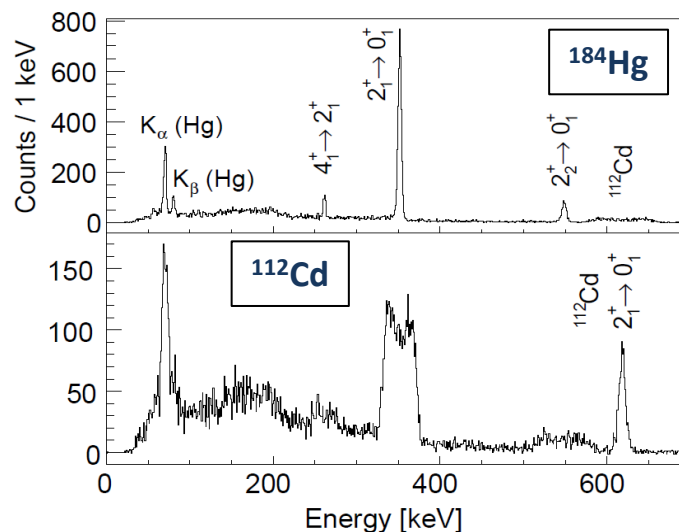


+ warunek na rejestrację jądra pocisku/tarczy

(c) widmo  $\gamma$  (PROMPT) z odjętymi zdarzeniami przypadkowymi (RANDOM)



widmo  $\gamma$  z odjętymi zdarzeniami przypadkowymi (RANDOM). Linie  $\gamma$  zostały skorygowane dopplerowsko ;



# Rozdział 5

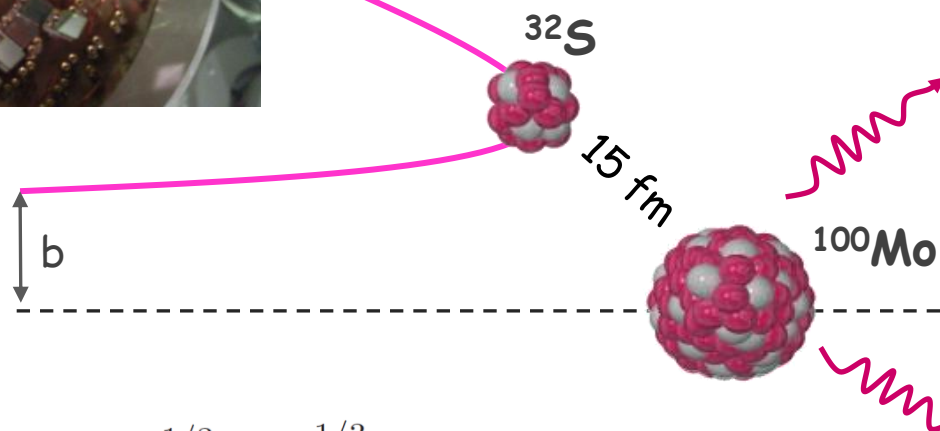
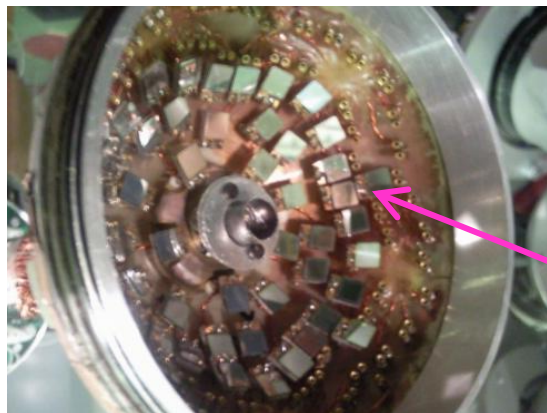
1. Co mierzymy ?
  - Eksperyment wzbudzenia kulombowskiego krok po kroku.
2. Eksperymenty wzbudzeń kulombowskich z wiązkami jąder stabilnych i jąder egzotycznych.
  - Kinematyka reakcji.
  - Geometria układów detekcyjnych.
3. Rodzaje detektorów cząstek w eksperymentach wzbudzeń kulombowskich.
4. Przykłady eksperymentalne.
5. Podsumowanie

# Eksperyment wzbudzenia kulombowskiego – podstawowe fakty

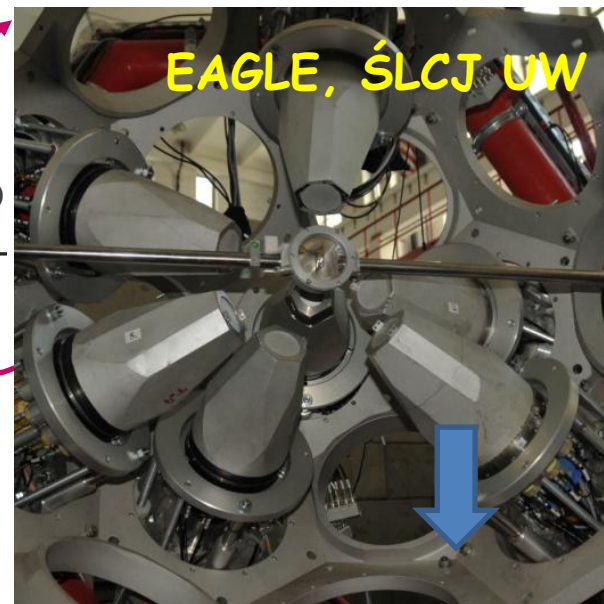
- ❑ W wyniku oddziaływania elektromagnetycznego jądro wzbudzone jest ze stanu  $|i\rangle$  do stanu  $|f\rangle$ .
  - Kryterium Cline'a o zachowaniu odpowiednio dużej odległości ( $> 5$  fm) pomiędzy zderzającymi się obiektami i związana z tym energia bezpieczna.
  - Prawidłowy opis procesu wzbudzenia i kinematyki rozproszenia → układ detektorów cząstek.
- ❑ Następnie obserwuje się rozpad na drodze emisji promieniowania  $\gamma$  lub elektronów konwersji.
  - Układ detektorów Ge (detektory elektronów: MINIBALL + SPEDE @ ISOLDE)
- ❑ Elementy macierzowe  $\langle f | |M(E2)| |i\rangle$  opisują zarówno proces wzbudzenia jak i rozpadu → są bezpośrednio związane z mierzonymi w eksperymencie intensywnościami przejść  $\gamma$ .
- ❑ Elementy macierzowe  $E2$  są związane z deformacją kwadrupolową jądra atomowego.

# Wzbudzenie kulombowskie

Energia wiązki tak dobrana, aby zachować odpowiednio dużą odległość między zderzającymi się jądrami → wyłącznie **oddziaływanie elektromagnetyczne**

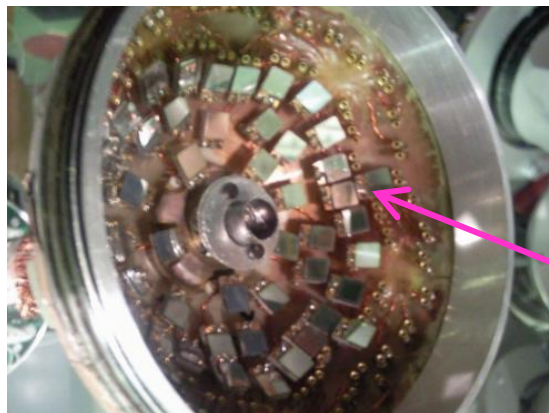


$$d_{min} = 1.25 \cdot (A_p^{1/3} + A_t^{1/3}) + 5.0 \quad [\text{fm}]$$

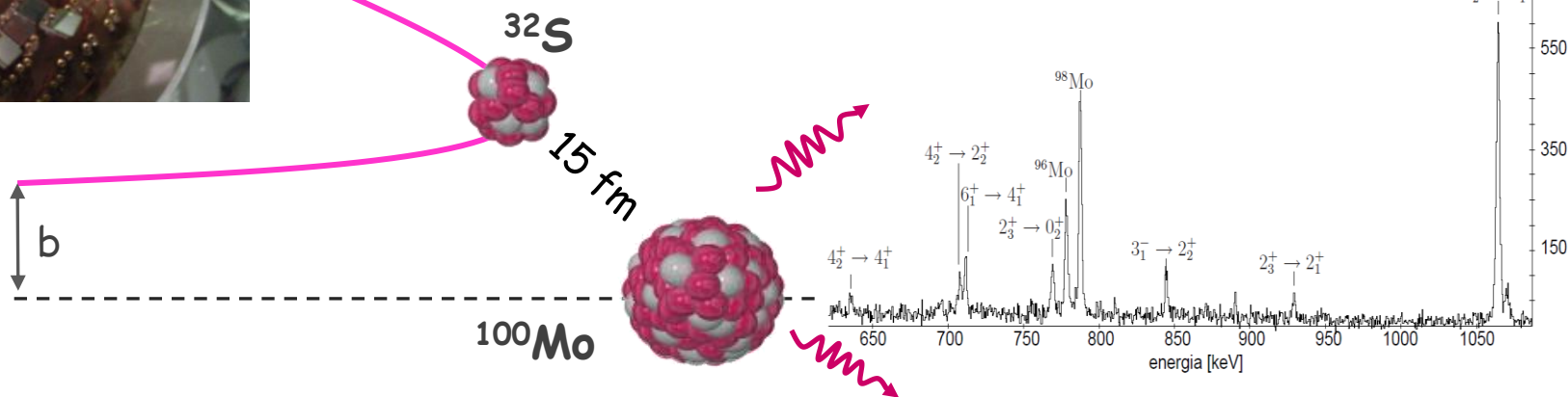




# Wzbudzenie kulombowskie



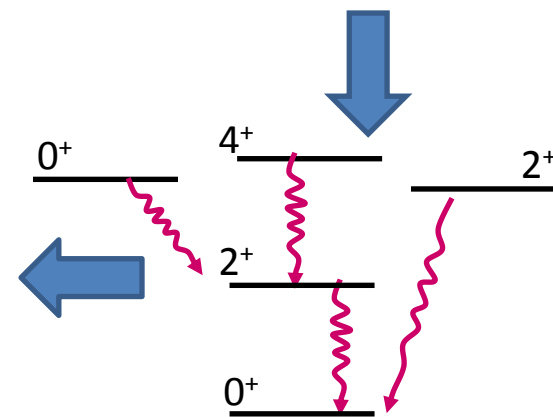
wyłącznie oddziaływanie elektromagnetyczne



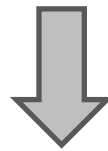
$$d_{min} = 1.25 \cdot (A_p^{1/3} + A_t^{1/3}) + 5.0 \quad [\text{fm}]$$

kształt jądra atomowego  
w każdym stanie **niezależnie**

elementy macierzowe  
przejść  
elektromagnetycznych



Bezpośrednią obserwacją w eksperymentach wzbudzeń kulombowskich jest promieniowanie  $\gamma$  odpowiadające rozpraszaniu jąder pocisku/tarczy pod zadany kąt.

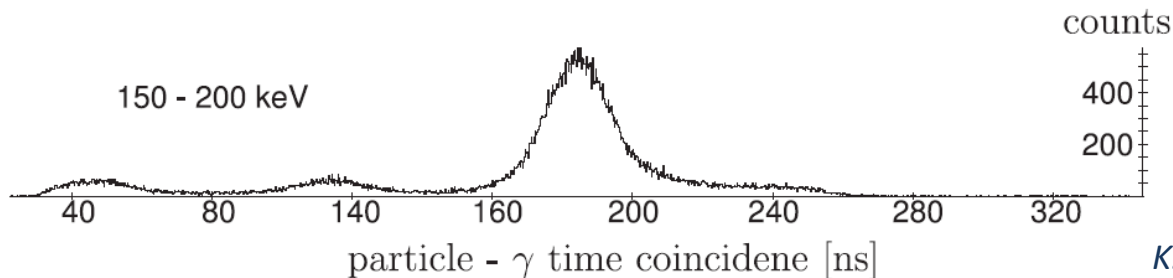
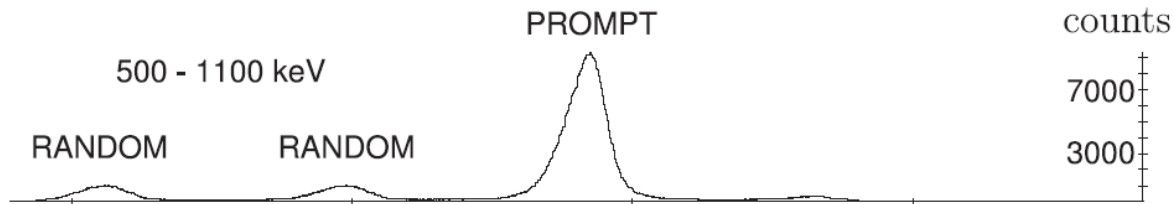
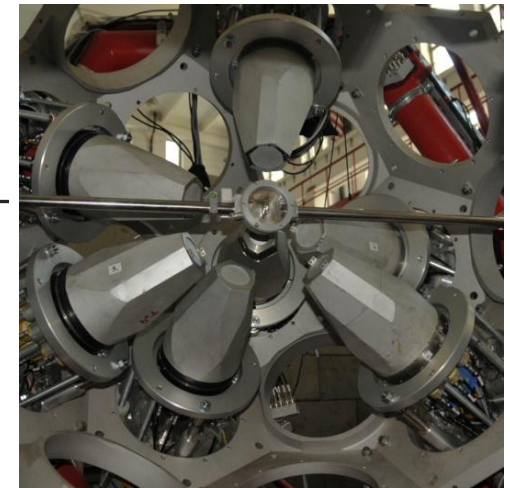
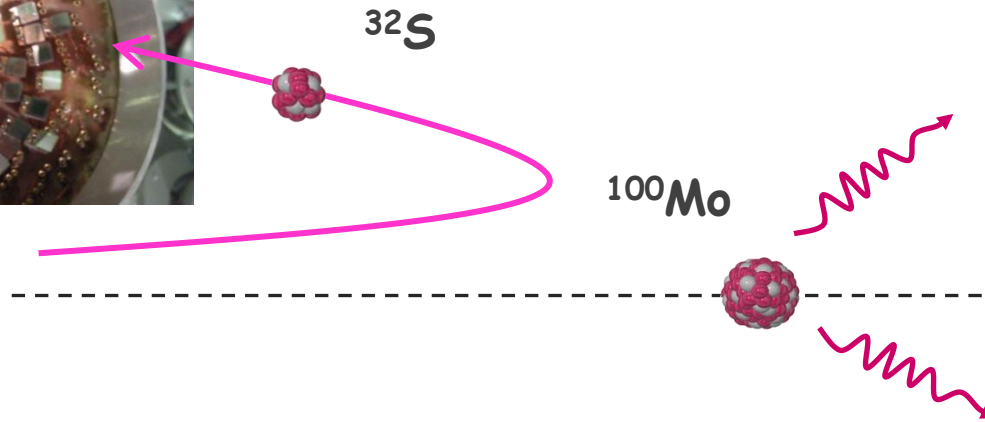
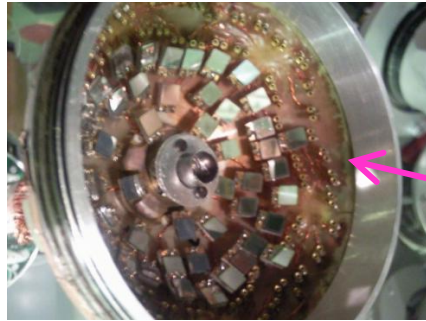


obserwacja przynajmniej jednego z partnerów reakcji rozproszonego nieelastycznie pod zadany kąt.

# Eksperyment krok po kroku

1. Wektory prędkości partnerów reakcji (znajomość kąta rozproszenia, energii, czasu przelotu mierzonych przez detektory cząstek)
  - Wyselekcjonowanie zdarzeń związanych z procesem wzbudzenia kulombowskiego (eksperymenty z wysoką energią wiązki, eksperymenty z wiązkami egzotycznymi, eksperymenty z utlenionymi tarczami) .
  - Identyfikacja jąder odrzutu i jąder pocisku.
  - Opis procesu wzbudzenia (zależność od  $\theta$ ).
  - Korekta dopplerowska rejestrowanych przejść  $\gamma$ .
  - Możliwość badania korelacji cząstka-gamma.

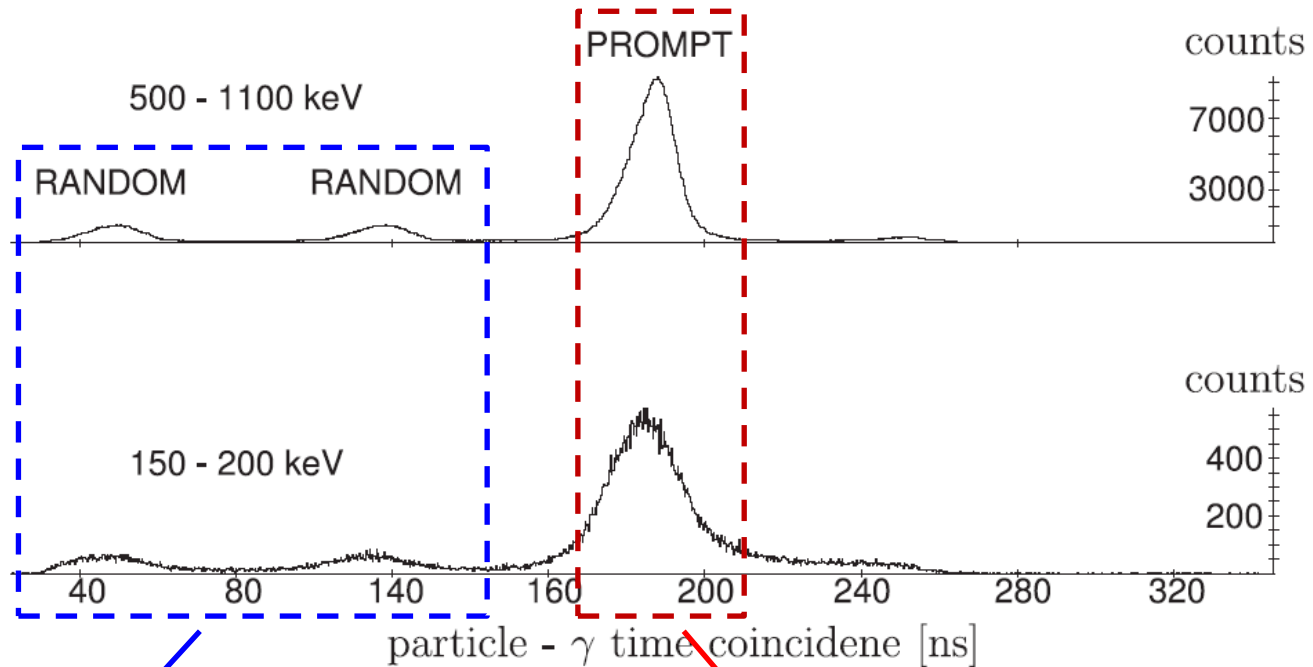
# Identyfikacja przypadków związanych ze wzbudzeniem kulombowskim



Promieniowanie  $\gamma$  mierzone  
w koincydencji czasowej  
z rozproszonymi cząstkami.

# Koincydencje czasowe cząstk- $\gamma$

Przykład:



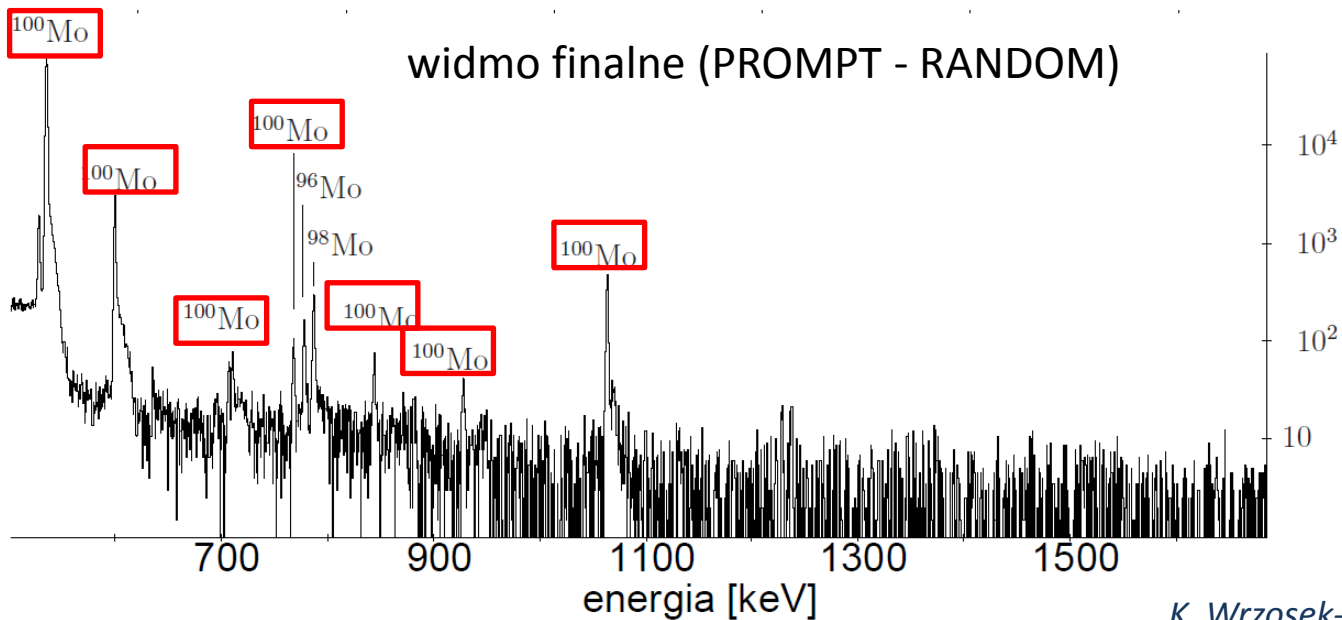
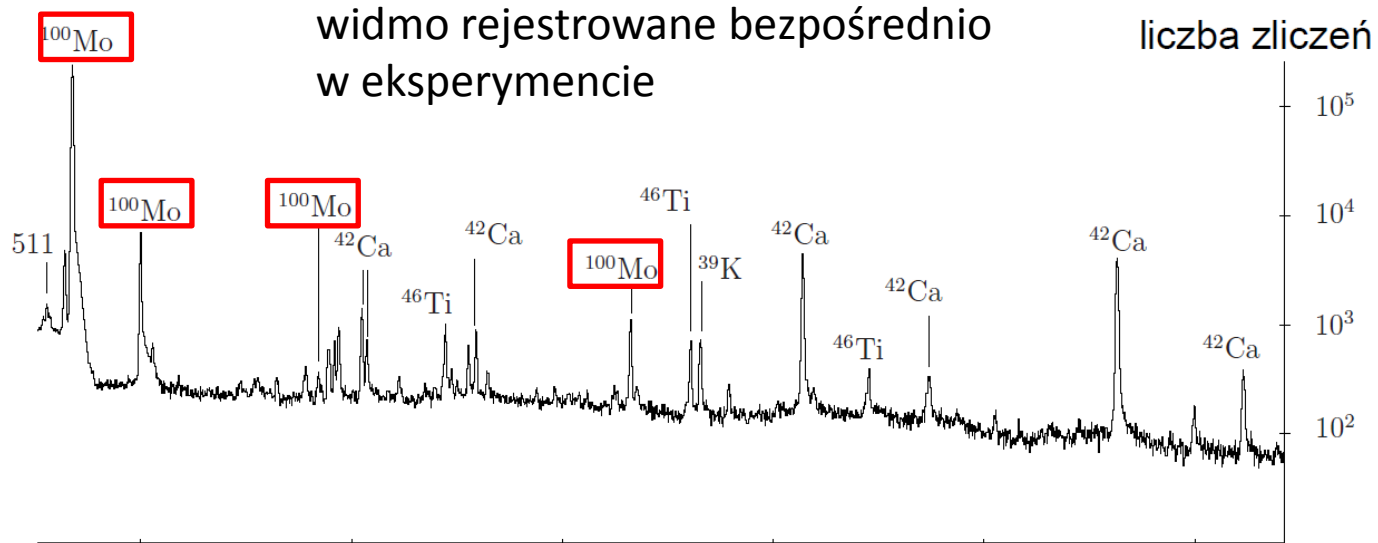
## przypadkowe koincydencje cząstka - $\gamma$ (RANDOM):

zdarzenia nieskorelowane ze sobą czasowo; np. w przypadku pomiarów w ŚLCJ UW związane z detekcją kwantu  $\gamma$  pochodzącego ze wzbudzenia jądra tarczy jonem z poprzedniego lub następnego pulsu wiązki, zdarzenia pochodzące z innej kinematyki rozproszenia.

## prawdziwe koincydencje cząstka - $\gamma$ (PROMPT):

w zadanym przedziale czasu zarejestrowany przez detektor rozproszony jon pocisku wzbudził uprzednio jądro tarczy powodując tym samym emisję kwantu  $\gamma$  zarejestrowanego przez detektor Ge.

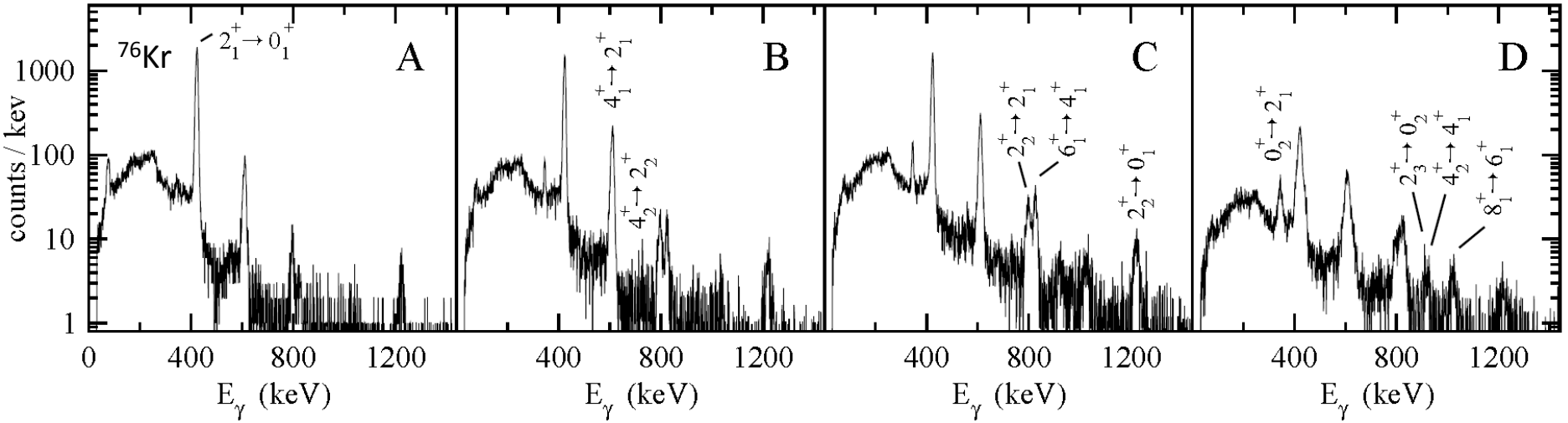
# Selekcja zdarzeń



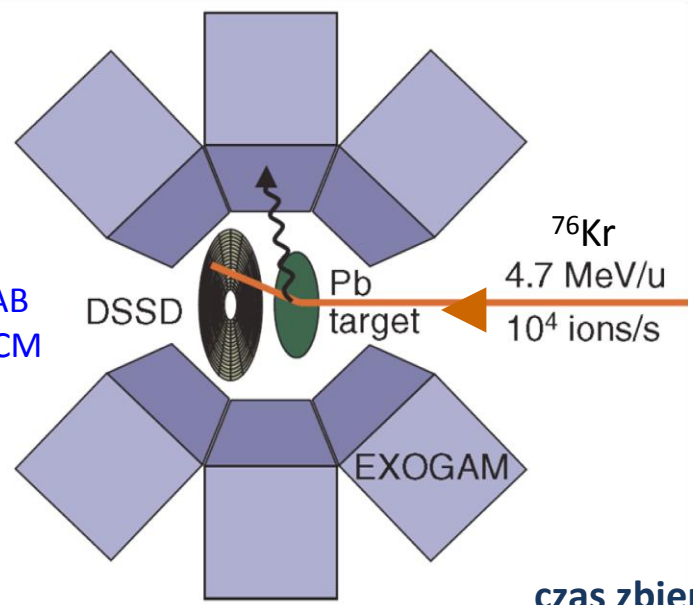
# Eksperyment krok po kroku

1. Wektory prędkości partnerów reakcji (znajomość kąta rozproszenia, energii, czasu przelotu mierzonych przez detektory cząstek)
  - Wyselekcjonowanie zdarzeń związanych z procesem wzbudzenia kulombowskiego (eksperymenty z wysoką energią wiązki, eksperymenty z wiązkami egzotycznymi, eksperymenty z utlenionymi tarczami) .
  - Identyfikacja jąder odrzutu i jąder pocisku.
  - Opis procesu wzbudzenia (zależność od  $\theta$ ).
  - Korekta dopplerowska rejestrowanych przejść  $\gamma$ .
  - Możliwość badania korelacji cząstka-gamma.
2. Proces wzbudzenia kulombowskiego zależy od kąta rozproszenia  
→ **pomiar promieniowania  $\gamma$  w funkcji kąta rozproszenia cząstki.**

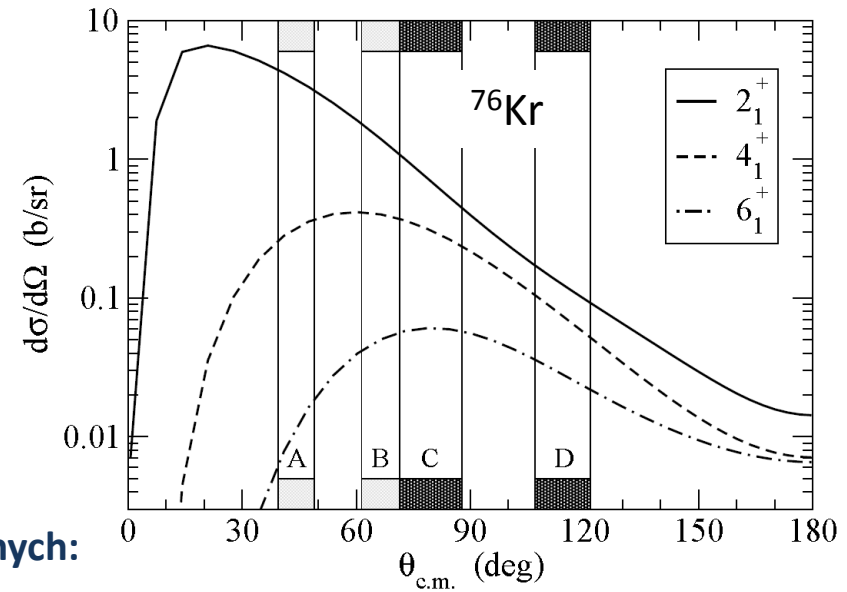
# Promieniowania $\gamma$ w funkcji kąta rozproszenia cząstki



**DSSD:**  
 24° - 54° LAB  
 24° - 145° CM



**czas zbierania danych:**  
**50 godzin**





# Gdy już zmierzymy intensywności przejść promieniowania $\gamma$ ...

- ... należy je przeliczyć na bezwzględne przekroje czynne:
  - normalizacja do przekroju czynnego na rozpraszanie Rutherforda (wymaga precyzyjnej znajomości intensywności wiązki, czasu martwego układu,...)
  - normalizacja do znanego  $B(E2)$  w jądrze pocisku,
  - normalizacja do znanego  $B(E2)$  w jądrze tarczy.

*M. Zielińska, L. P. Gaffney, K. Wrzosek-Lipska et al., Eur.Phys.J. A 52, 99 (2016)*

- Etap finalny: wyznaczenie zredukowanych elementów macierzowych przejść elektromagnetycznych na podstawie zmierzonych intensywności przejść  $\gamma$ .

# Badanie jąder stabilnych: eksperymenty wzbudzeń kulombowskich z wiązkami jąder stabilnych



IUAC, New Delhi

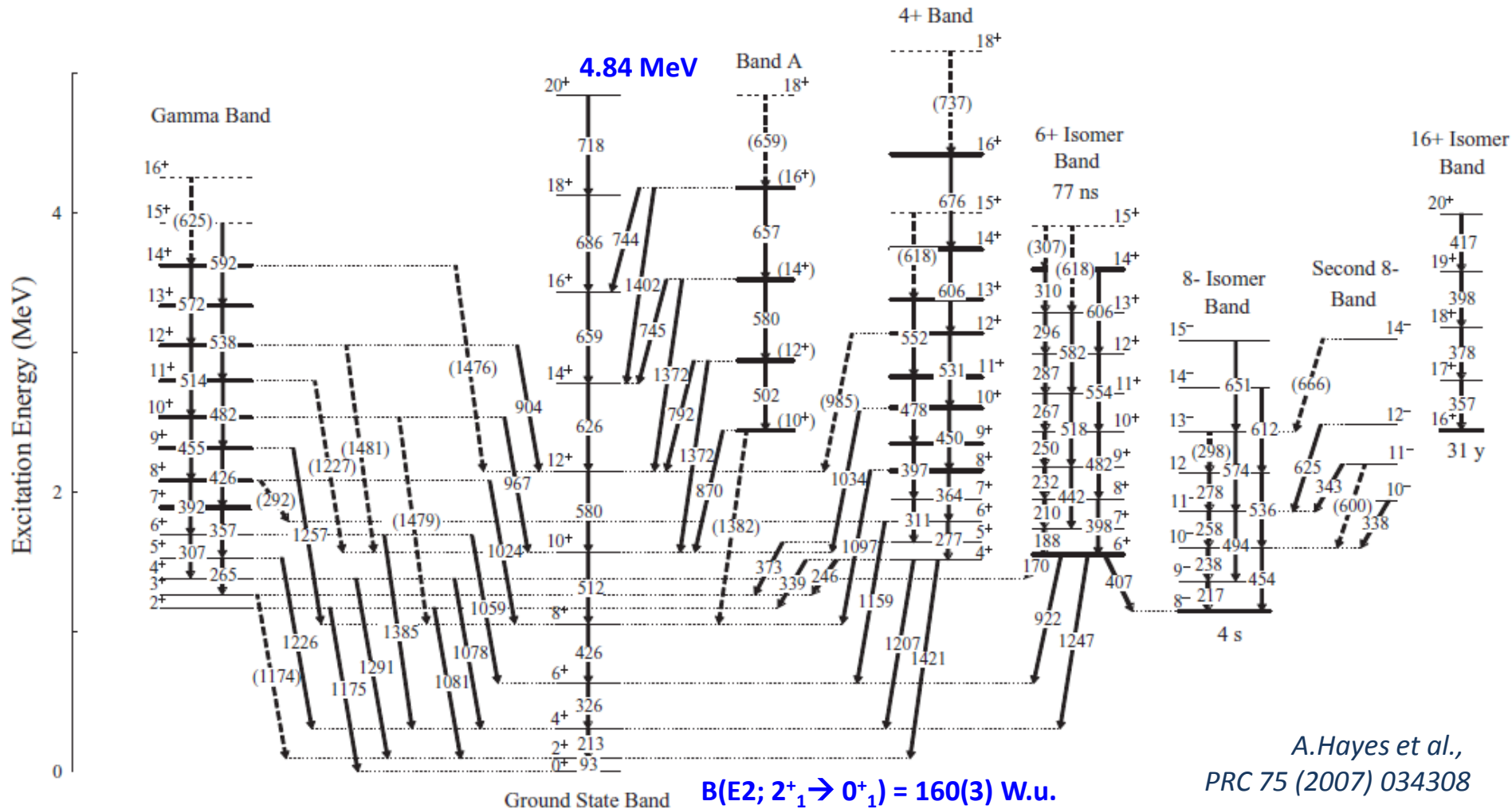
- Stany jądrowe populowane są na drodze **wzbudzeń wielostopniowych**.
- Intensywności wiązek  $\sim 10^{10}$  cząstek/s  $\rightarrow$  detektory cząstek ustawione w **kątach wstecznych** względem kierunku padania wiązki.
  - $\rightarrow$  możliwość badania efektów drugiego rzędu:
    - momenty kwadrupolowe stanów wzbudzonych, względne znaki elementów macierzowych
- Dla jąder stabilnych znane są komplementarne dane spektroskopowe, m.in. czasy życia stanów wzbudzonych  $\rightarrow$  nie ma potrzeby wprowadzania innych form normalizacji (związanych z przekrojem czynnym na rozpraszanie nieelastyczne lub znajomością  $B(E2)$  jądra partnera reakcji).
- Uzyskiwane w eksperymentach statystyki wystarczające do badania **korelacji cząstka- $\gamma$**  (możliwe do wykonania gdy liczba zliczeń dla danego przejścia gamma jest rzędu kilku tysięcy).

# Wzbudzenie kulombowskie $^{178}\text{Hf}$ :

$^{136}\text{Xe}$  (650 MeV) +  $^{178}\text{Hf}$ , GAMMASPHERE + PPAC (CHICO)

Gammasphere: całkowita wydajność 9% dla 1.3 MeV

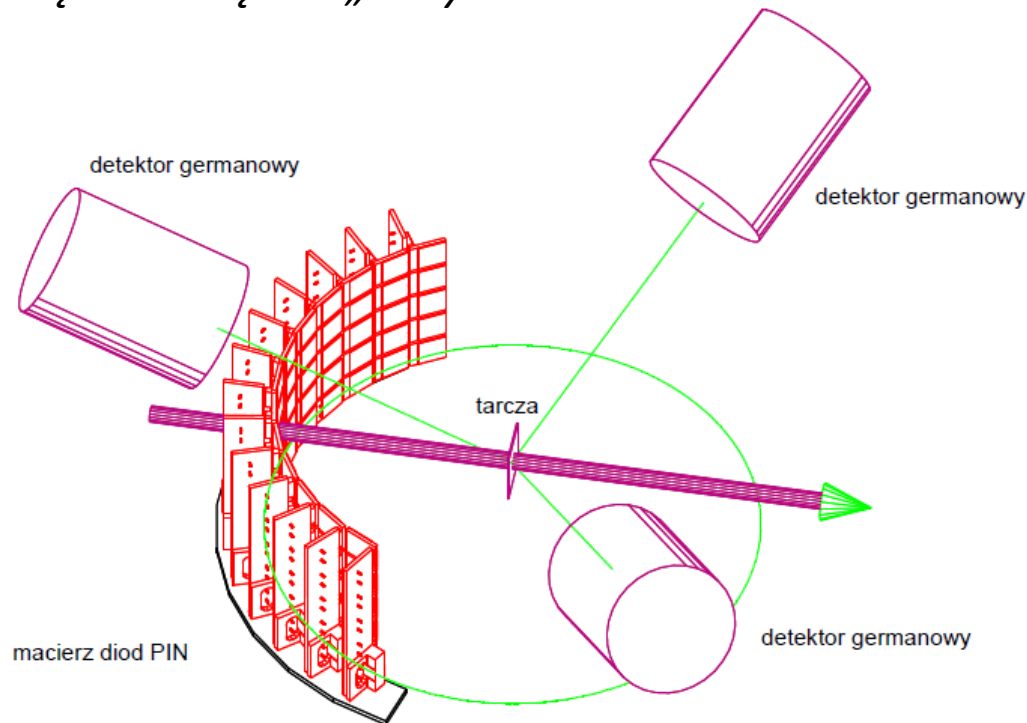
CHICO:  $12^\circ < \theta < 85^\circ$  i  $95^\circ < \theta < 168^\circ$



A.Hayes et al.,  
PRC 75 (2007) 034308

# „Klasyczny” eksperyment wzbudzenia kulombowskiego z wiązką jąder stabilnych:

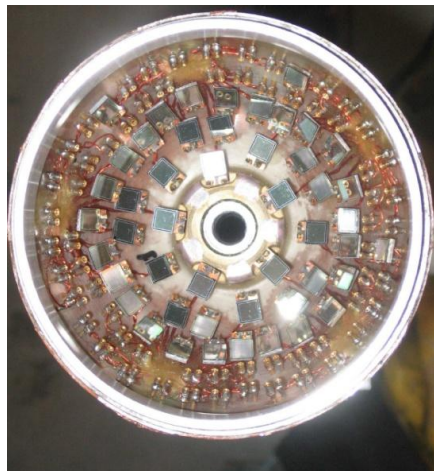
*detektor cząstek w kątach „do tyłu”*



- Rejestrowane są jedynie jony wiązki rozproszone pod zadaniem kątem (w ogólności pomiar ich energii nie jest wymagany).
- detektory cząstek: Si (poddzielone na segmenty lub Pin-diody), detektory plastikowe, MCP (*Micro-Channel Plate*).

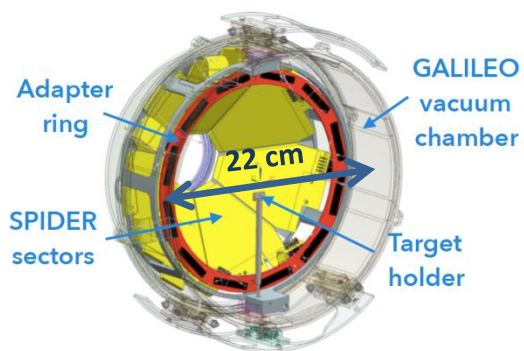
# Detektory cząstek w eksperymentach wzbudzeń kulombowskich:

## Komora rozprożeń ŚLCJ UW

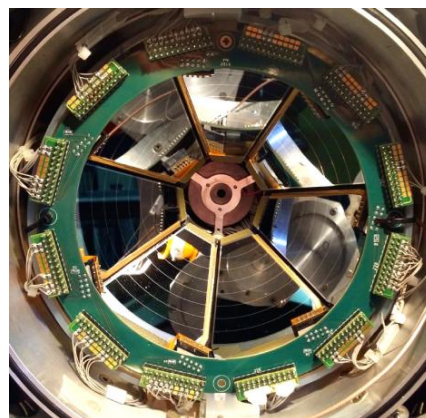


- promień: 5 cm
- do 110 PiN-diod:  $0.5 \times 0.5 \text{ mm}^2$
- zakres kątowy:  $110^\circ - 165^\circ$  w LAB

## Silicon Ple DEtectoR

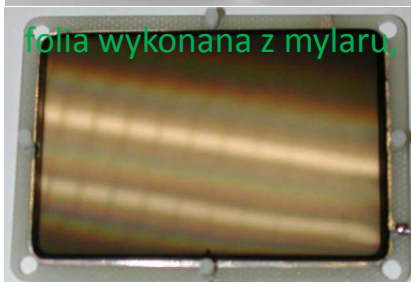
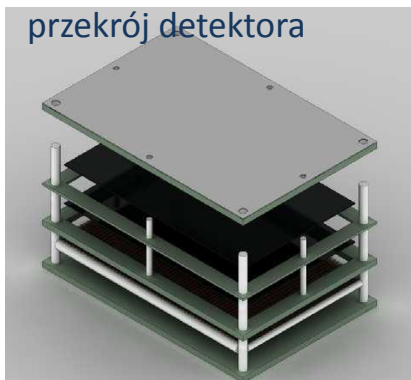


M. Rocchini, INFN



- 7 sectors, 8 strips
- detector thickness  $\sim 300 \text{ um}$

## Układ DANTE (LNL): MCP (Micro-Channel Plate)



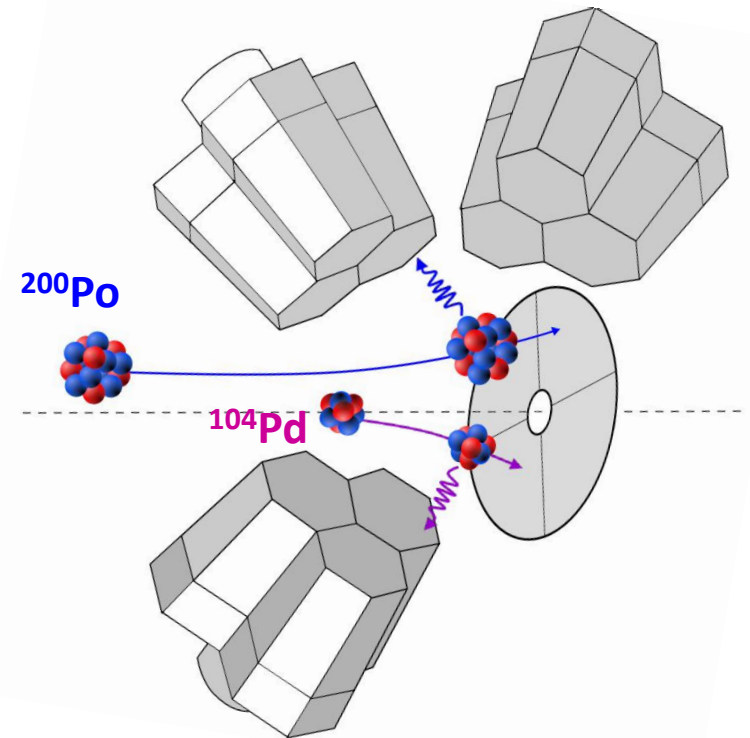
- rozmiar:  $40 \times 60 \text{ mm}^2$ , grubość: 13 mm;
- określenie położenia cząstki na podstawie różnicy czasu rejestracji sygnału;
- pozycyjna zdolność rozdzielcza  $\sim 1 \text{ mm}$ .

# Eksperymenty wzbudzeń kulombowskich z wiązkami jąder egzotycznych

- Stany jądrowe populowane są zazwyczaj na drodze **wzbudzeń 1- lub 2- stopniowych** → układy poziomów słabo znane, szczególnie w przypadku jąder bogatych w neutrony.
- Intensywności wiązek nieduże  $\sim 10^{5-6}$  cząstek/s → detektory cząstek ustawione w **kątach przednich** względem kierunku padania wiązki aby możliwie jak najbardziej zwiększyć statystykę.
- **Czasy życia** stanów wzbudzonych są zazwyczaj **nieznane** (m.in. w przypadku jąder egzotycznych bogatych w neutrony)
  - potrzebna jest normalizacja do przekroju czynnego na rozpraszanie nieelastyczne lub do wzbudzenia jądra tarczy
  - (wybór partnera reakcji o precyzyjnie znanym  $B(E2)$ ).
- Uzyskiwane w eksperymentach **statystyki są nieduże** → niekiedy analiza danych z podziałem na różne kąty rozproszenia na granicy wykonywalności.
- Duże tło pochodzące z **rozpadów  $\beta$**  jąder egzotycznych.

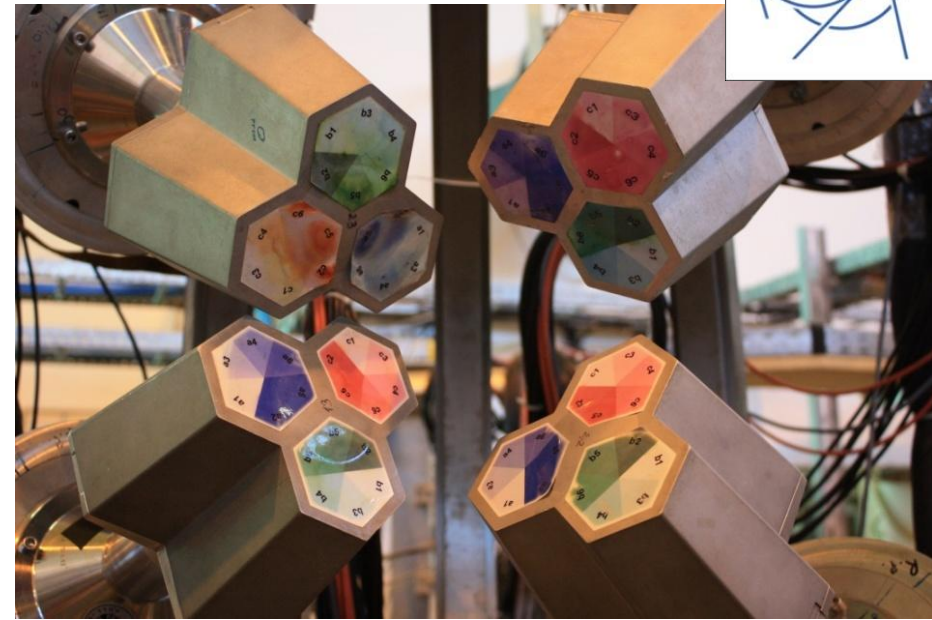
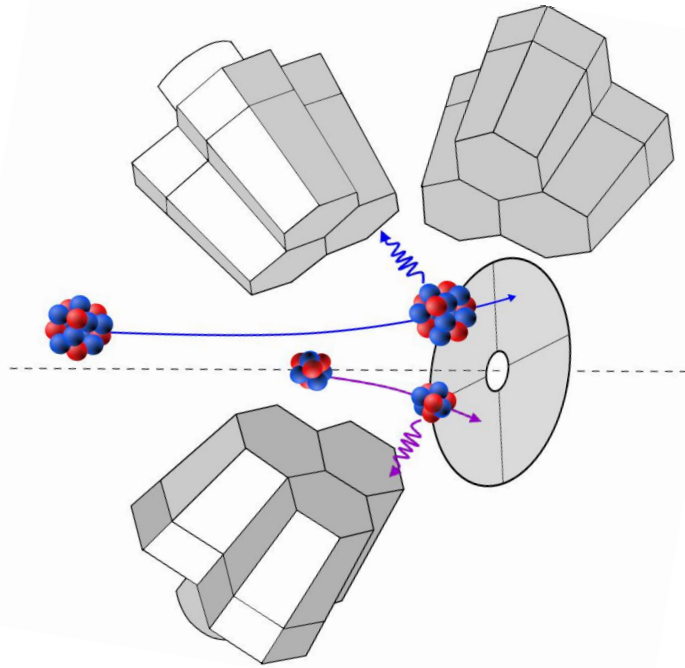
# Wzbudzenie kulombowskie z wiązkami jąder egzotycznych: detektor cząstek w kątach przednich

- Jednoczesna rejestracja jąder tarczy i jąder pocisku.
- Jednoznaczna identyfikacja cząstki potrzebna do prawidłowego opisu procesu wzbudzenia kulombowskiego i wykonania korekty dopplerowskiej.
- Detektory:  
PPAC (*Parallel-Plate Avalanche Counter*  
– lawinowe detektory gazowe),  
DSSSD (*Double-Sided Silicon Strip Detector*).





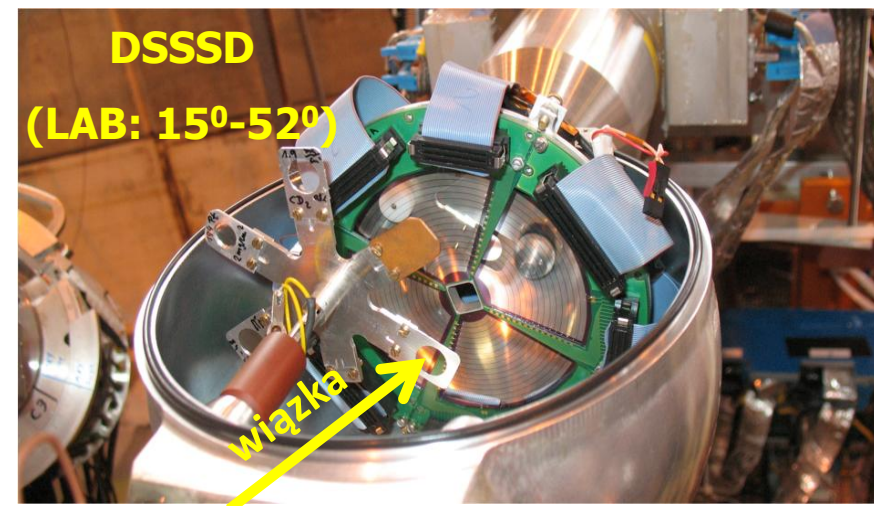
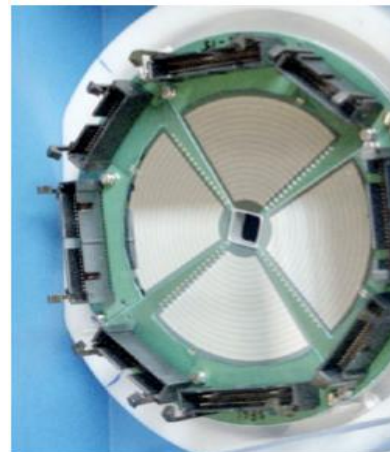
# Przykład układu detekcyjnego: MINIBALL + DSSSD



DSSSD:  
4 kwadranty, każdy podzielony  
na 12 sektorów (radialnie)  
i 16 pierścieni



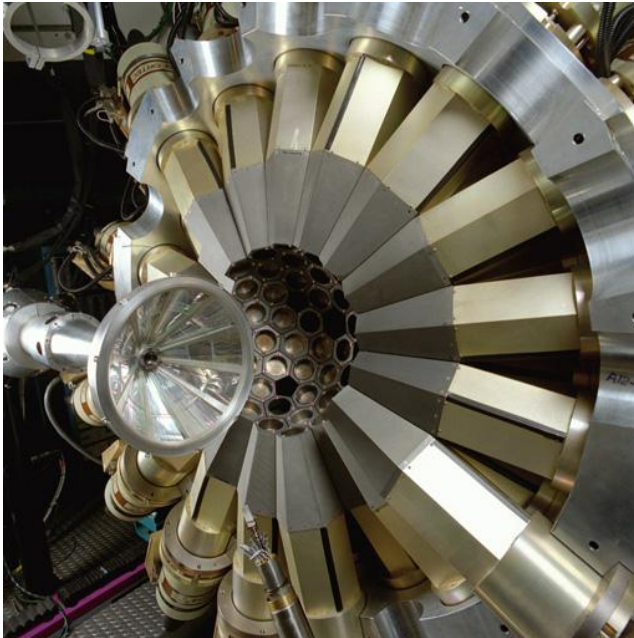
rozkład kątowy jąder pocisku  
i jąder tarczy





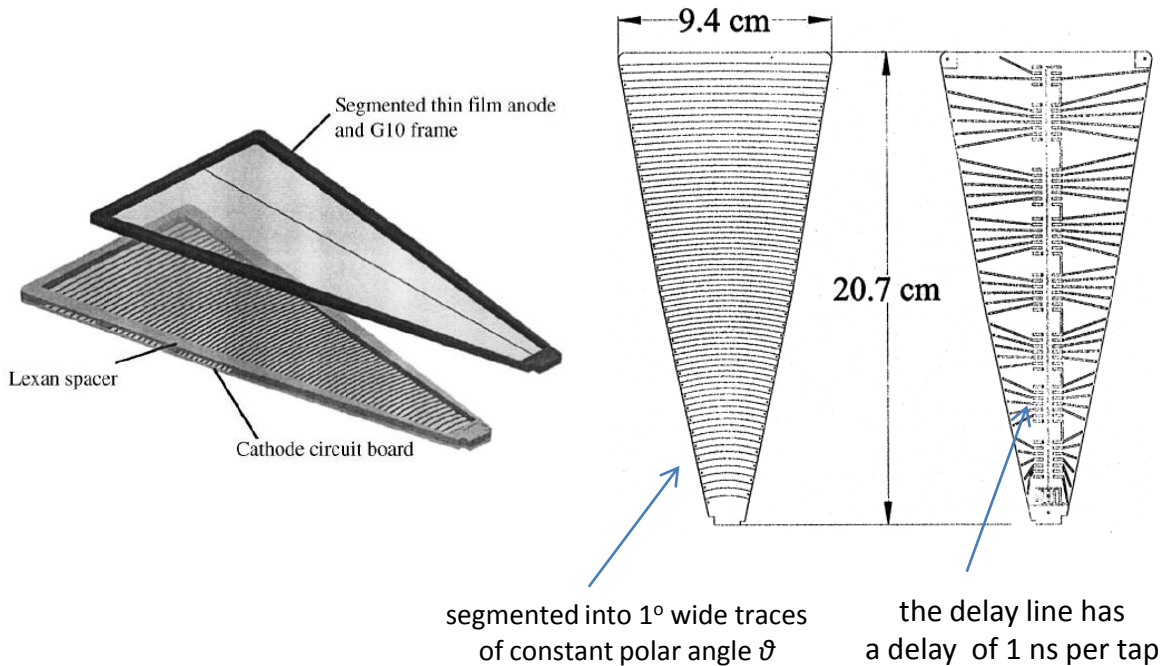
# Identyfikacja jądra pocisku/tarczy na podstawie różnicy czasu przelotu

- **CHICO:** układ 20 detektorów PPAC (*Parallel-Plate Avalanche Counter – lawinowe detektory gazowe*):  $12^\circ < \theta < 85^\circ$  i  $95^\circ < \theta < 168^\circ$ ;  $280^\circ$  w kącie  $\varphi$ ;  $\Delta\theta = 1^\circ$ ,  $\Delta\varphi = 9^\circ$
- Zaprojektowany dla układu Gammasphere @ ANL.
- Średnica komory: 36 cm; odległość tarcza-detektor: 15 cm.
- Czasowa zdolność rozdzielcza: 500 ps.



M. W. Simon et al., NIM A 452 (2000) 205

PPAC: anoda (folia polipropylenowa+Al) + katoda (zestaw elektrod)



# Wzbudzenie kulombowskie $^{178}\text{Hf}$ jonami wiązki $^{136}\text{Xe}$ o energii 650 MeV

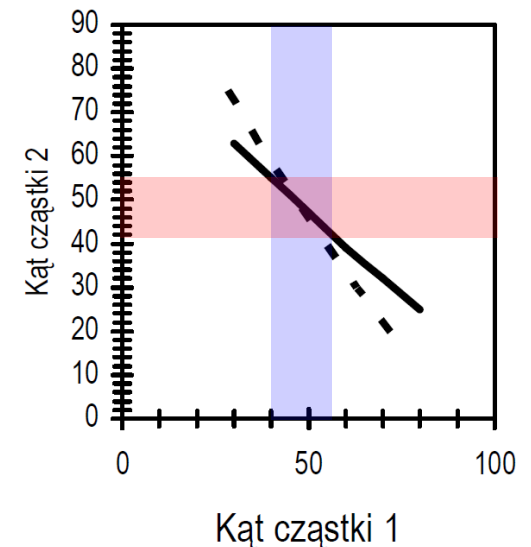
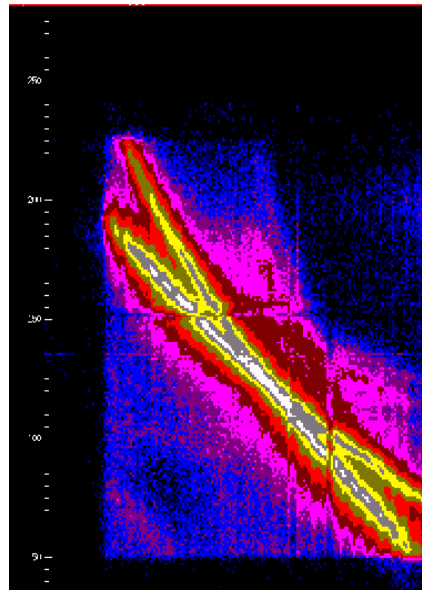
- Energia **650 MeV** jest **energiją bezpieczną** (spełniającą kryterium Cline'a) gdy kąt rozproszenia jąder pocisków jest **mniejszy niż  $53^\circ$** .
- Rejestracji obu partnerów reakcji pod kątami „do przodu”.
- **Interpretacja kinematyki** rozproszenia oparta tylko na informacji geometrycznej **nie jest jednoznaczna** (nie jest możliwa poprawna rekonstrukcja prędkości obu partnerów reakcji).

Wykres kąta rejestracji cząstki  
w funkcji kąta detekcji drugiego  
partnera reakcji.



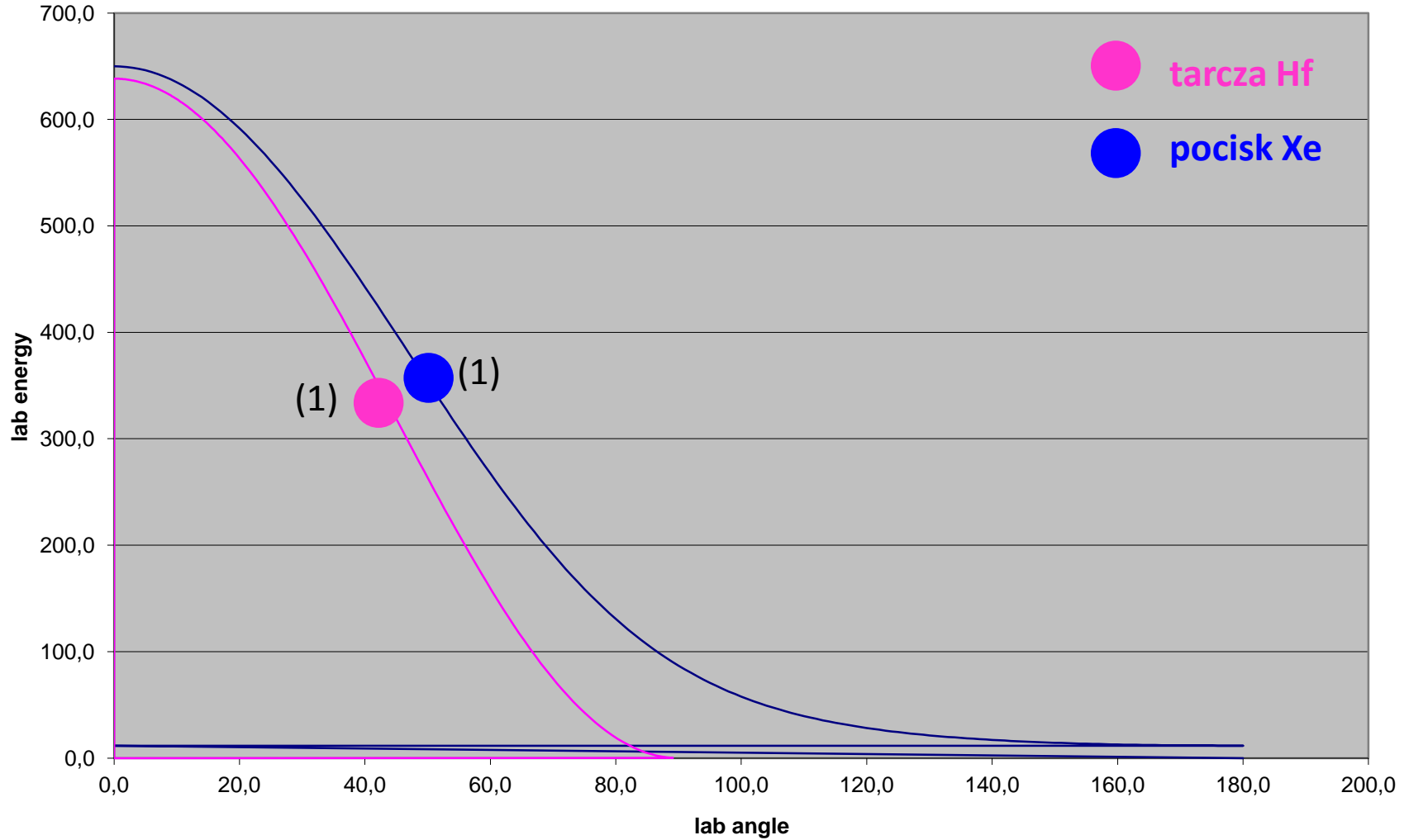
**Z lewej:** zmierzone dwuwymiarowe widmo.

**Z prawej:** interpretacja danych  
doświadczalnych.



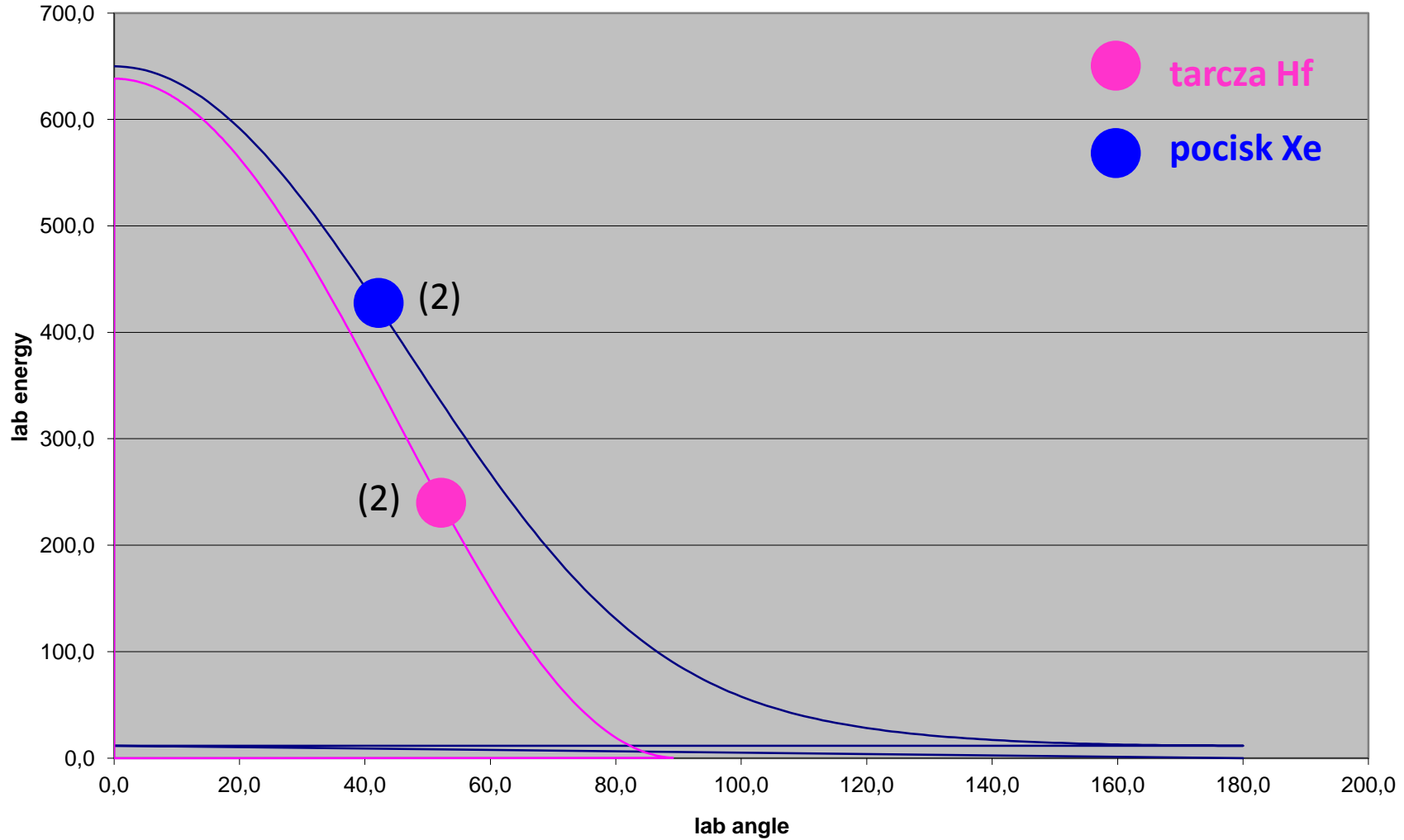
# Kinematyka reakcji: $^{136}\text{Xe} + ^{178}\text{Hf}$

(1) :  $\theta^{\text{Xe}} = 53^\circ$     $\theta^{\text{Hf}} = 45^\circ$



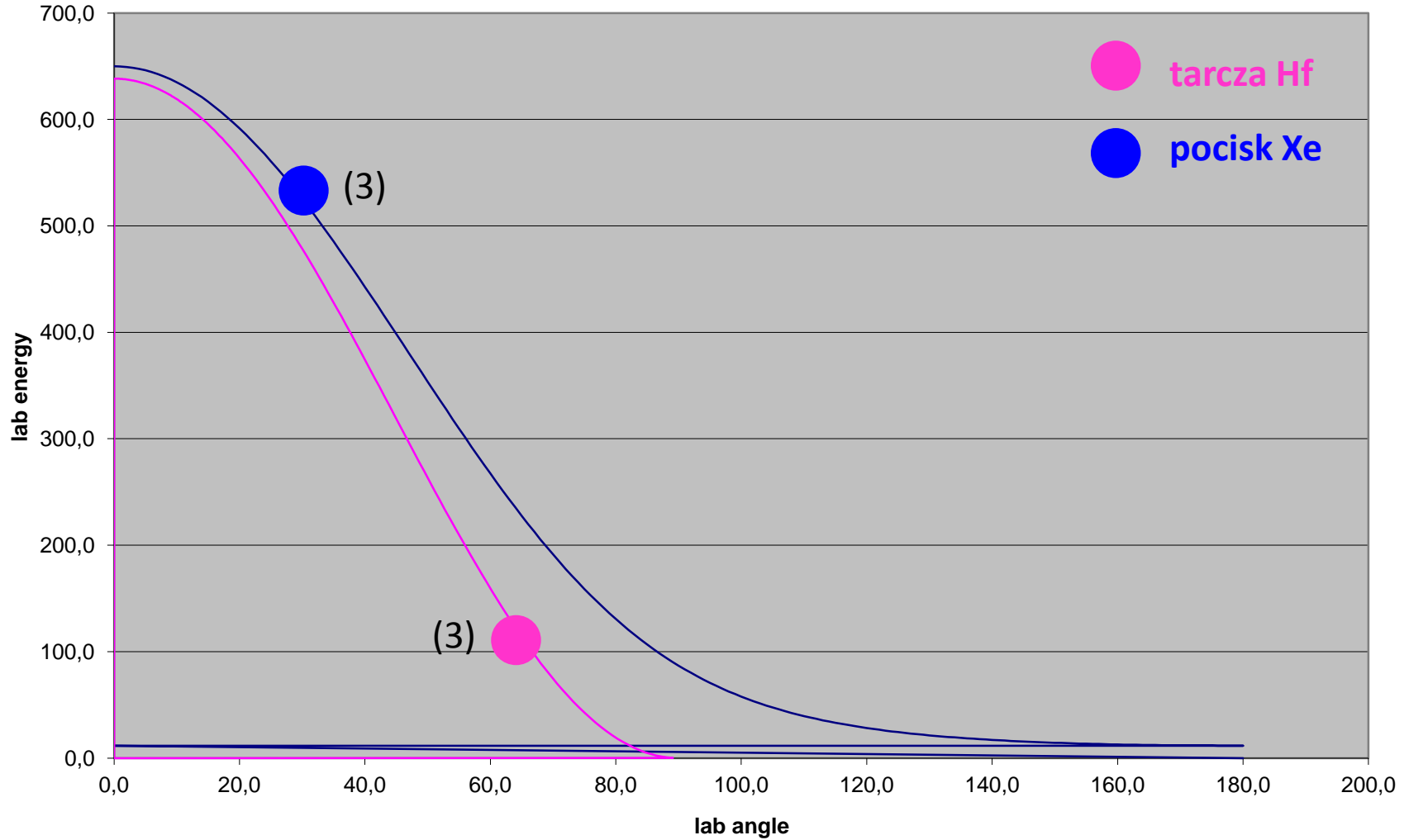
# Kinematyka reakcji: $^{136}\text{Xe} + ^{178}\text{Hf}$

(1) :  $\theta^{\text{Xe}} = 53^\circ$     $\theta^{\text{Hf}} = 45^\circ$    (2) :  $\theta^{\text{Xe}} = 43^\circ$     $\theta^{\text{Hf}} = 53^\circ$



# Kinematyka reakcji: $^{136}\text{Xe} + ^{178}\text{Hf}$

(1) :  $\theta^{\text{Xe}} = 53^\circ$     $\theta^{\text{Hf}} = 45^\circ$    (2) :  $\theta^{\text{Xe}} = 43^\circ$     $\theta^{\text{Hf}} = 53^\circ$    (3) :  $\theta^{\text{Xe}} = 30^\circ$     $\theta^{\text{Hf}} = 64^\circ$



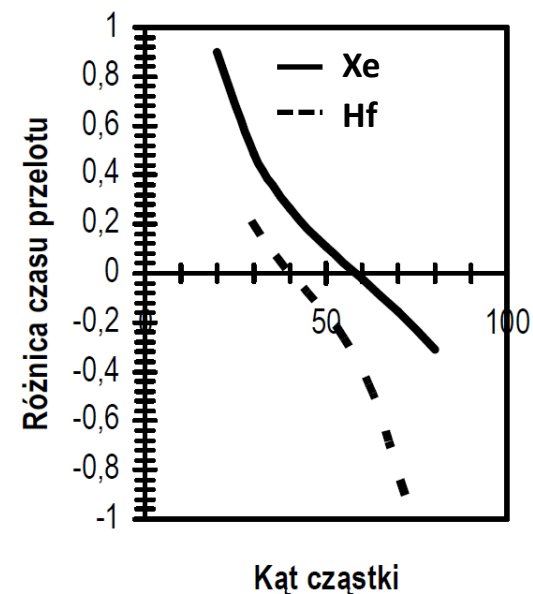
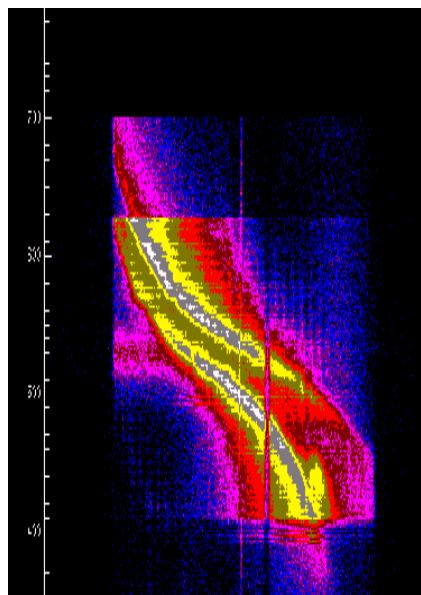
# Wzbudzenie kulombowskie $^{178}\text{Hf}$ jonami wiązki $^{136}\text{Xe}$ o energii 650 MeV

- Do identyfikacji partnerów reakcji wykorzystano dobrą czasową zdolność rozdzielczą detektorów PPAC.
- Mierzono **czas między sygnałami z anod naprzeciwległych detektorów** cząstek w CHICO, czyli **różnicę czasu przelotu** obu partnerów reakcji po rozproszeniu.
- Informacja ta w połączeniu z **pomiarem kąta** rozproszenia jednej z cząstek pozwala na **jednoznaczną identyfikację** jąder pocisku/tarczy i tym samym prawidłową rekonstrukcję zdarzenia.

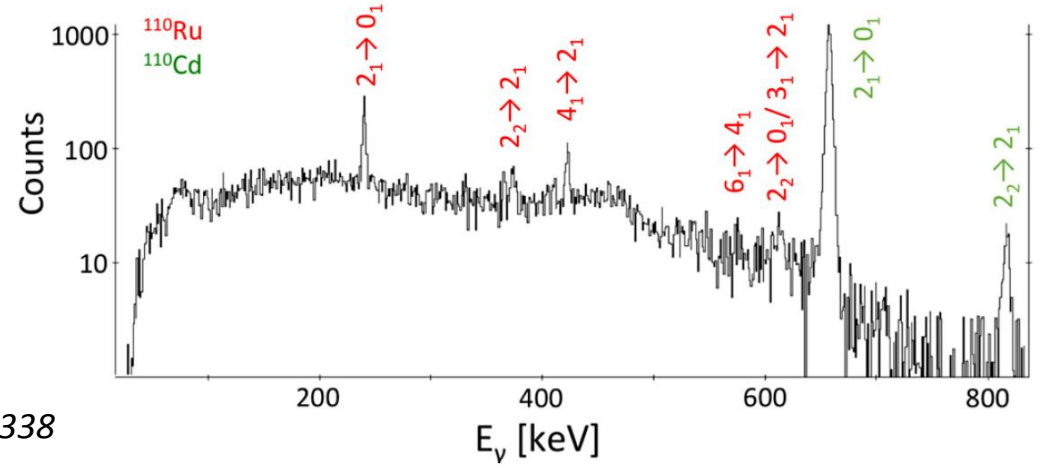
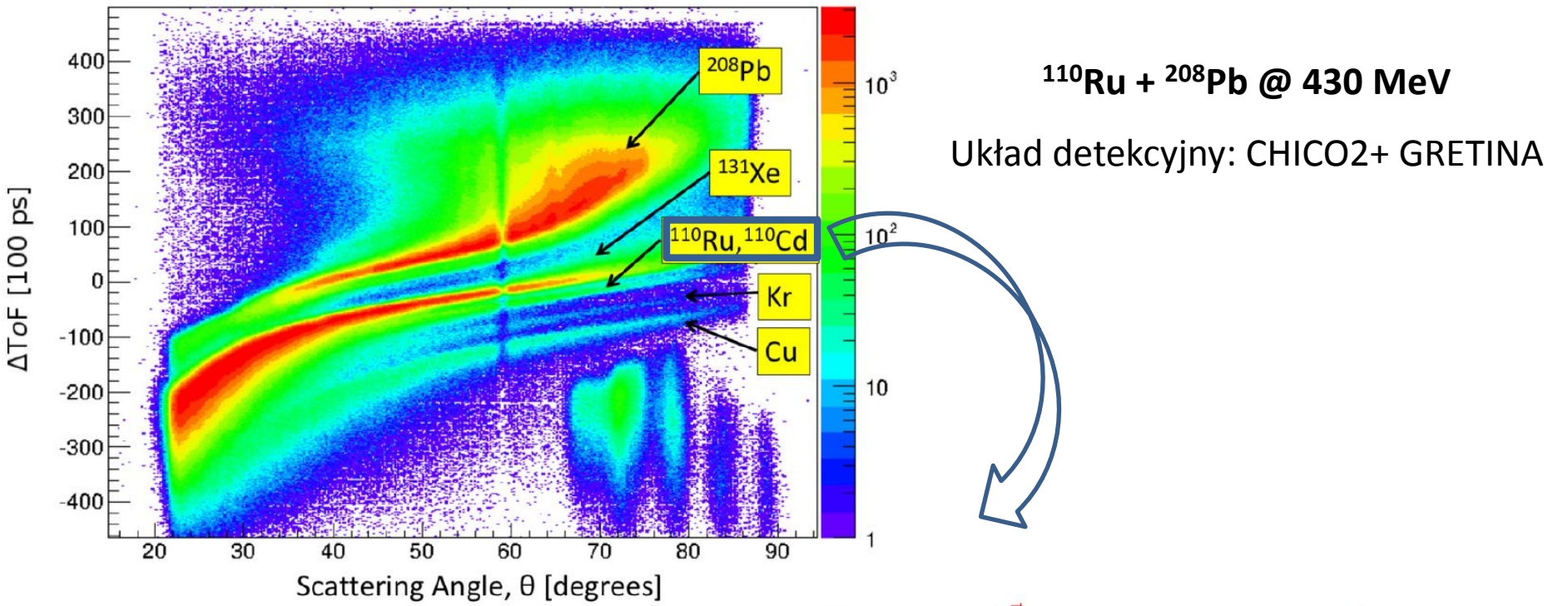
Wykres czasu detekcji cząstek w naprzeciwległych detektorach w funkcji kąta rejestracji jednej z cząstek.

**Z lewej:** zmierzone dwuwymiarowe widmo.

**Z prawej:** interpretacja danych doświadczalnych.



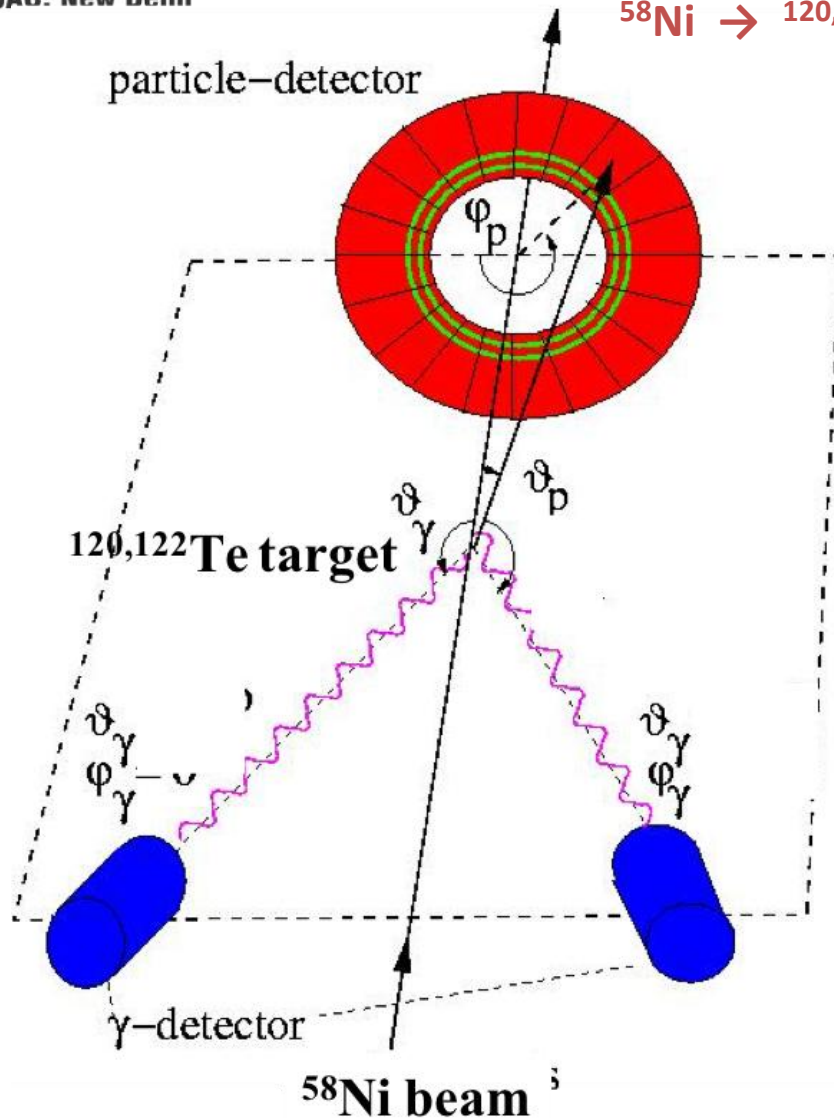
# CHICO2 @ CARIBU (CALifornium Rare Isotope Breeder Upgrade): wzbudzenia kulombowskie jader egzotycznych w ANL





# Wzbudzenia kulombowskie: IUAC New Delhi

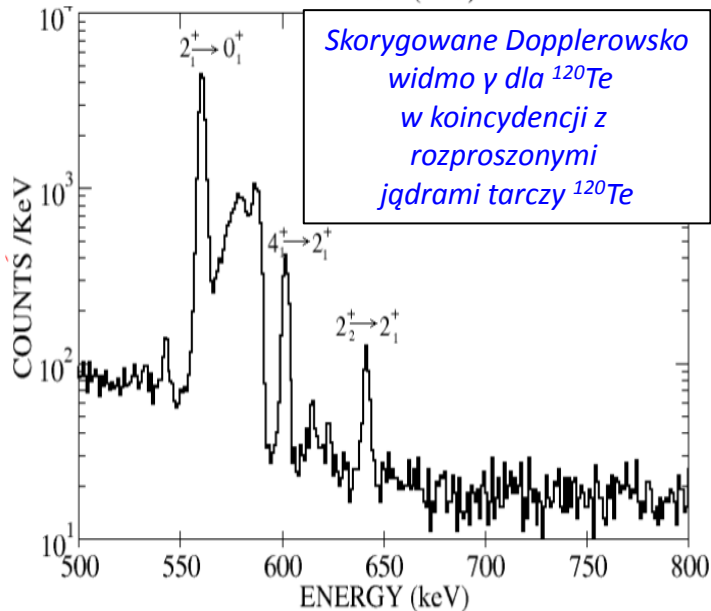
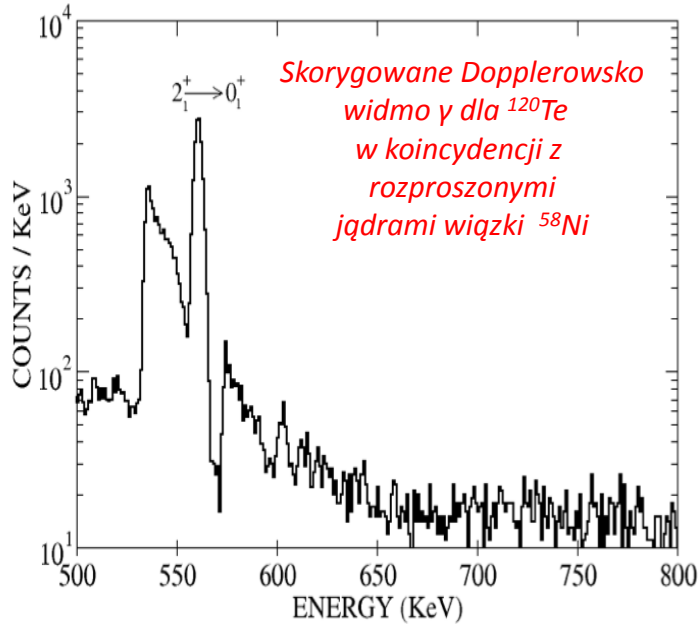
$^{58}\text{Ni} \rightarrow ^{120,122,124}\text{Te}$  (  $\sim 0.15 \text{ mg/cm}^2$  thickness ) @ 175MeV



- Rozproszone jądra pocisku i tarczy rejestrowane w detektorach **PPAC** .
- Zakres kątowy:  $\vartheta_{\text{lab}} = 15^\circ - 45^\circ$
- PPAC: 20 segmentów,  $\Delta\Phi=18^\circ$ .
- Promieniowanie  $\gamma$  rejestrowane przez **4 detektory Ge typu clover** zamontowanymi pod kątami  $\vartheta_\gamma \sim 135^\circ$  względem kierunku padania wiązki.
- Promieniowanie  $\gamma$  rejestrowane w **koincydencji czasowej** z rozproszonymi jądrami pocisku/tarczy.



➤ W detektorach PPAC ustawionych w kątach przednich względem kierunku wiązki rejestrowane są zarówno rozproszone jądra pocisku (Ni) jak i tarczy (Te).

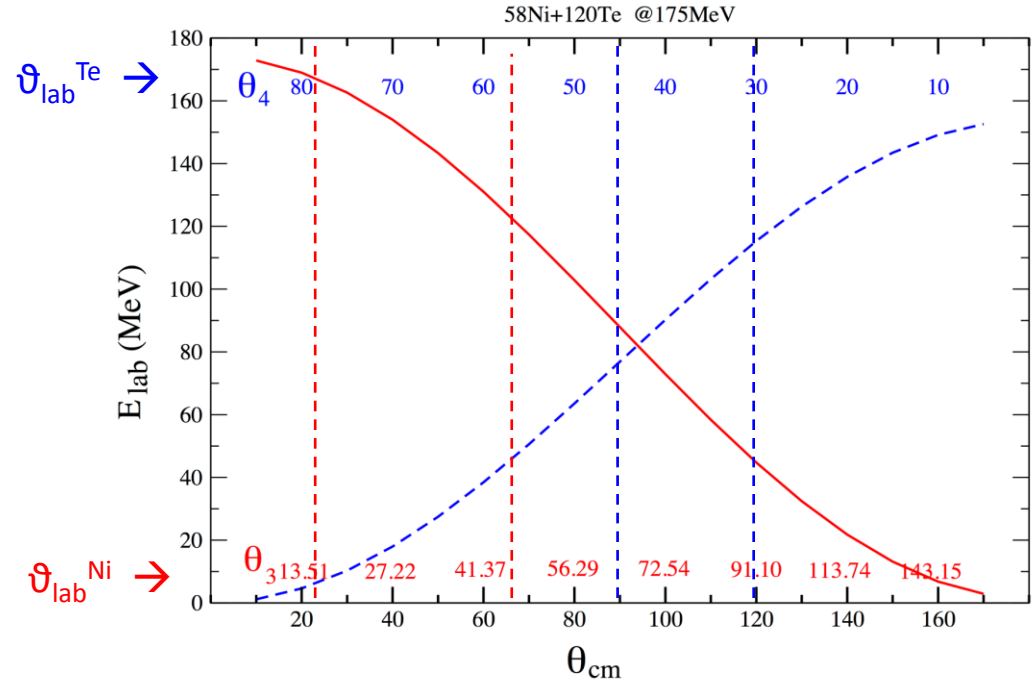


distant collisions (considering  $^{58}\text{Ni}$  in PPAC)

$$\Theta_{\text{cm}} = 22^\circ - 65^\circ$$

$$\vartheta_{\text{lab}}^{\text{Ni}} = 15^\circ - 45^\circ$$

Kinematics of  $^{58}\text{Ni}$  on  $^{120}\text{Te}$  @ 175 MeV

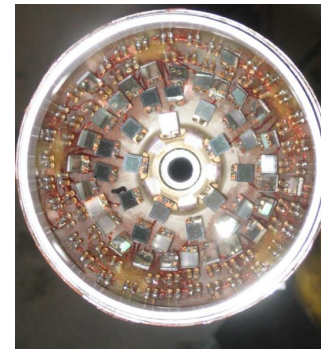
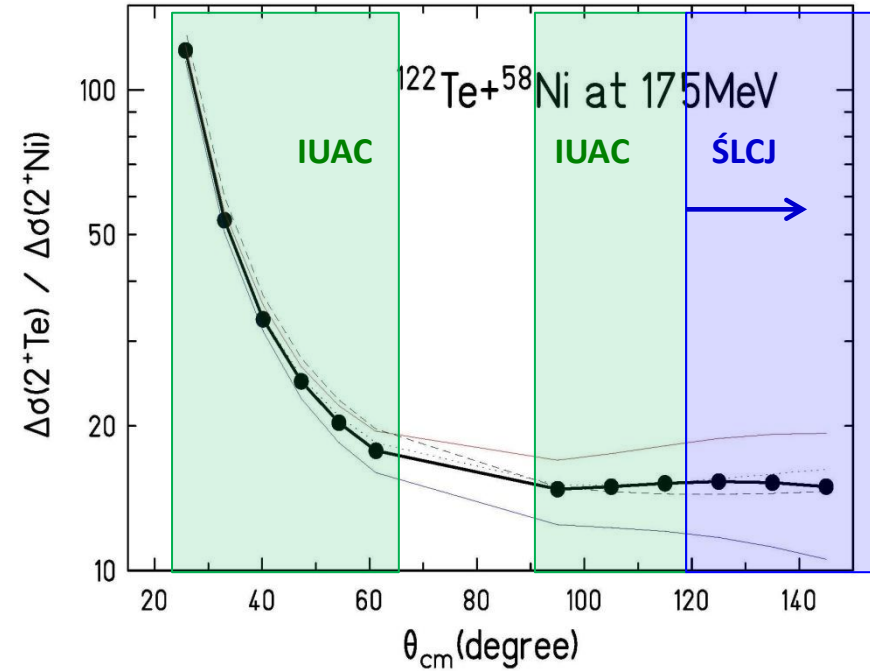
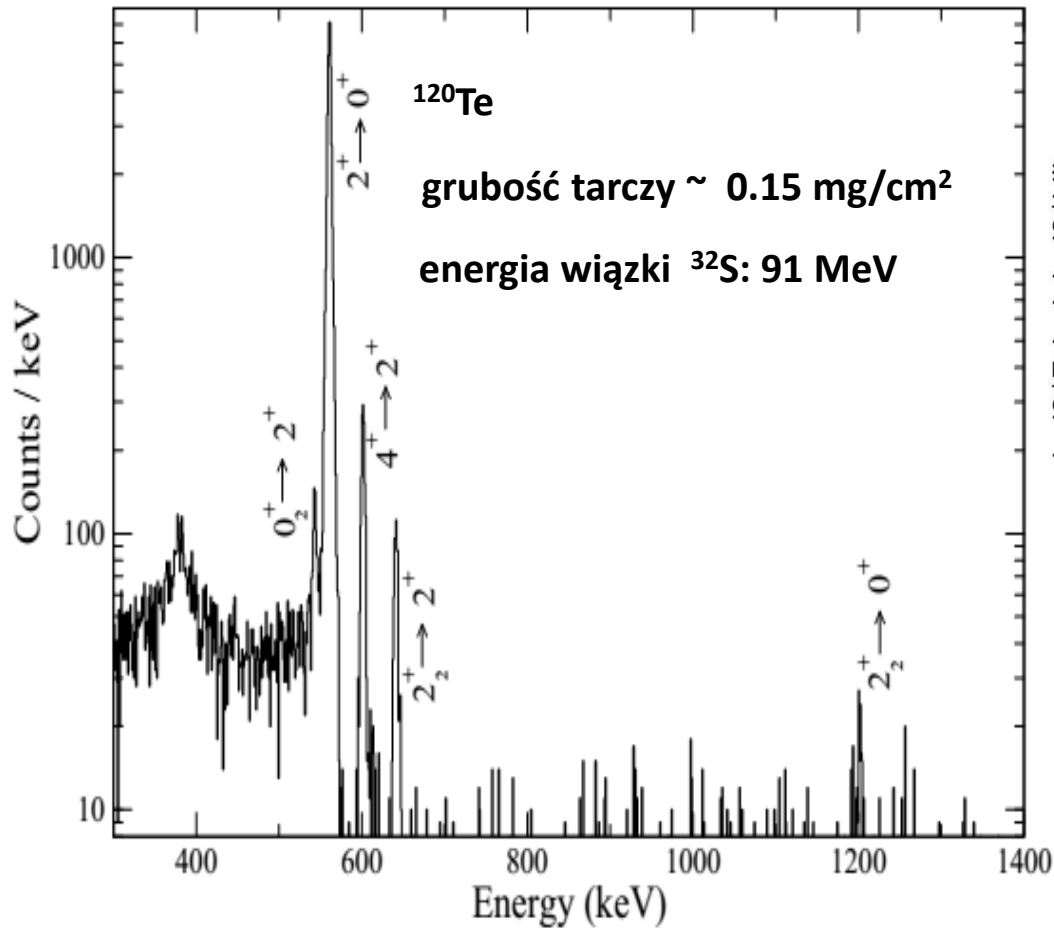


close collisions (considering  $^{120}\text{Te}$  in PPAC)

$$\Theta_{\text{cm}} = 90^\circ - 120^\circ$$

$$\vartheta_{\text{lab}}^{\text{Te}} = 30^\circ - 45^\circ$$

# Wzbudzenie kulombowskie jądra $^{120}\text{Te}$ w ŚLCJ UW



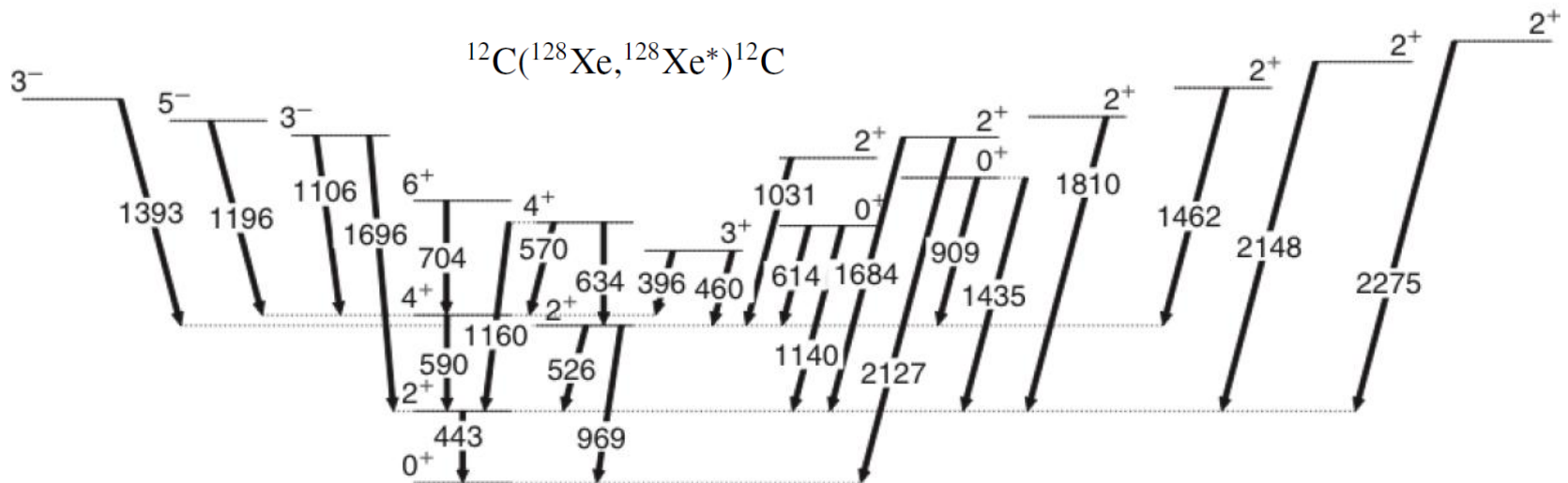
**ŚLCJ UW:**  
 $\theta_{\text{cm}}: 130^\circ \div 170^\circ$



**wyznaczono**  
 $Q_s(2^+_1)$  w  $^{120}\text{Te}$

# Eksperyment wzbudzenia kulombowskiego bez detektora cząstek...

- Brak możliwości wykonania korekty Dopplerowskiej energii kwantów gamma emitowanych w locie.
- Pomiar przy użyciu „grubej tarczy” → czasy życia stanów wzbudzonych długie w porównaniu z czasem hamowania.
- Silnie asymetryczna, odwrotna kinematyka reakcji → wzbudzenia głównie na drodze jednostopniowej.

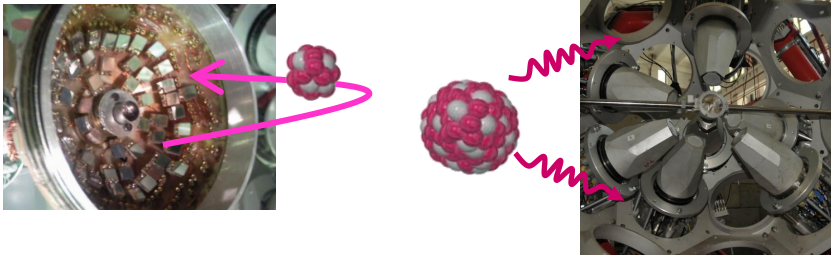


# Układy pomiarowe w eksperymentach wzbudzeń kulombowskich

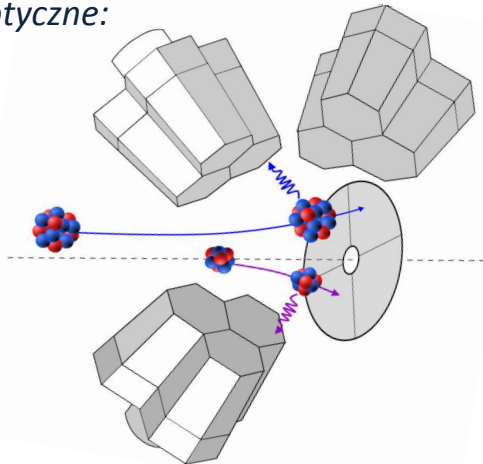
## ➤ Identyfikacja partnerów reakcji

- pomiar kąta rozproszenia i energii w detektorach Si
- pomiar różnicy czasu przelotu (PPAC)

wiązki stabilne:



wiązki egzotyczne:



## ➤ Różniczkowy przekrój czynny

- segmentowane detektory cząstek
- detekcja jąder pocisku i/lub tarczy

## ➤ Identyfikacja stanów wzbudzonych

- Detektory Ge (HPGe)
- ➔ duża energetyczna zdolność rozdzielcza (few keV)

## ➤ korekta Dopplerowska

- segmentowane detektory cząstek
- segmentowane detektory Ge

## ➤ warunek *trigera*

- koincydencje cząstka- $\gamma$ :  
prawidłowy opis wzbudzenia,  
różniczkowy przekrój czynny,  
redukcja tła zdarzeń przypadkowych.

# Rozdział 6

1. Wyznaczanie zredukowanych elementów macierzowych przejść elektromagnetycznych z eksperymentów wzbudzeń kulombowskich.
2. GOSIA: Program Kanałów Sprzężonych z Minimalizacją Najmniejszych Kwadratów
  - proces wzbudzenia
  - proces rozpadu
3. Podsumowanie

# Wyniki eksperymentalne

## Do wyznaczenia z pomiaru:

- **Wektory prędkości partnerów reakcji.**
- **Korekta przesuniętych Dopplerowsko energii emitowanych kwantów  $\gamma$ .**
- **Identyfikacja rejestrowanych przejść  $\gamma$  w jądrze tarczy/pocisku.**
- **Pomiar promieniowania  $\gamma$  w funkcji kąta rozproszenia cząstki (parametru zderzenia).**
- **Wyznaczenie bezwzględnych przekrojów czynnych na wzbudzenie danego stanu jądrowego na podstawie zmierzonych intensywności przejść  $\gamma$  ( $\rightarrow$  normalizacja do znanego  $B(E2)$  jądra tarczy / pocisku).**
- **Wyznaczenie poszczególnych zredukowanych elementów macierzowych przejść elektromagnetycznych ze zmierzonych intensywności przejść  $\gamma$   $\rightarrow$  GOSIA**

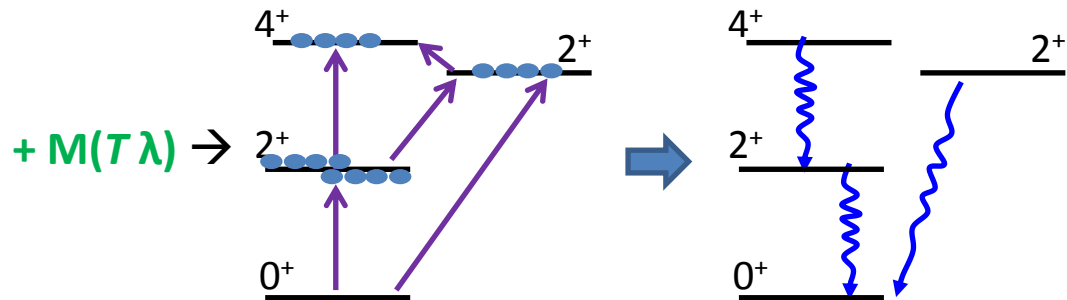
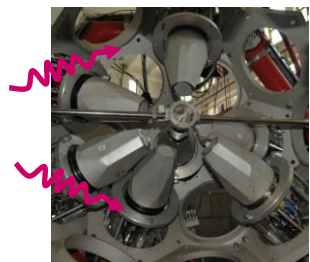
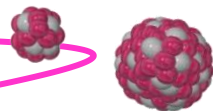
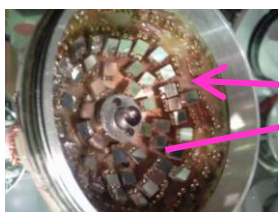
## Spodziewane / możliwe wyniki:

- **Obserwacja (nowych) stanów wzbudzonych.**
- **$B(E2)$  i  $B(M1)$  pomiędzy stanami wzbudzonymi, również  $B(E\lambda)$  dla  $\lambda > 2$ .**
- **Znaki i wartości momentów kwadrupolowych stanów wzbudzonych.**
- **Znaki i wartości członów interferencyjnych (względne znaki elementów macierzowych).**



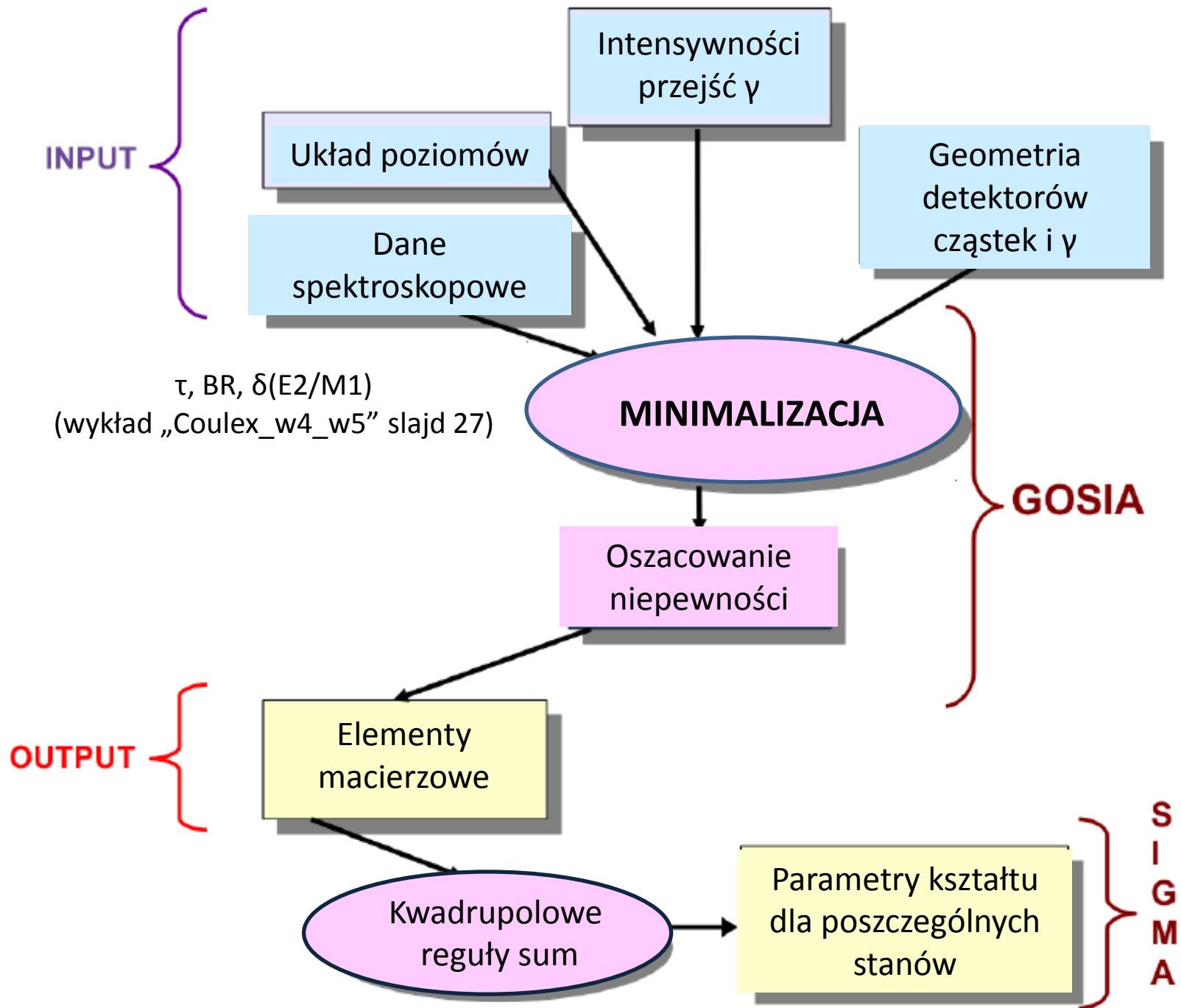
## Program Kanałów Sprzężonych z Minimalizacją Najmniejszych Kwadratów

- Dla zadanego schematu poziomów jądrowych program GOSIA pozwala na **dopasowanie zestawu elementów macierzowych do zmierzonych intensywności przejść  $\gamma$** , uwzględniając także inne dostępne **dane spektroskopowe** charakteryzujące badane jądro.
- Dla określonej **kinematyki rozproszenia** (zdefiniowanej poprzez geometrię detektorów)



i dla danego zestawu **elementów macierzowych** rozwiązywany jest metodami numerycznymi układ sprzężonych równań różniczkowych na **amplitudy wzbudzeń**, wyliczana jest **populacja stanów** oraz **intensywności przejść promieniowania  $\gamma$** .

- Wyliczone intensywności porównuje się ze **zmierzonymi w eksperymencie**.
- Dodatkowo bada się zgodność innych eksperymentalnych danych spektroskopowych.





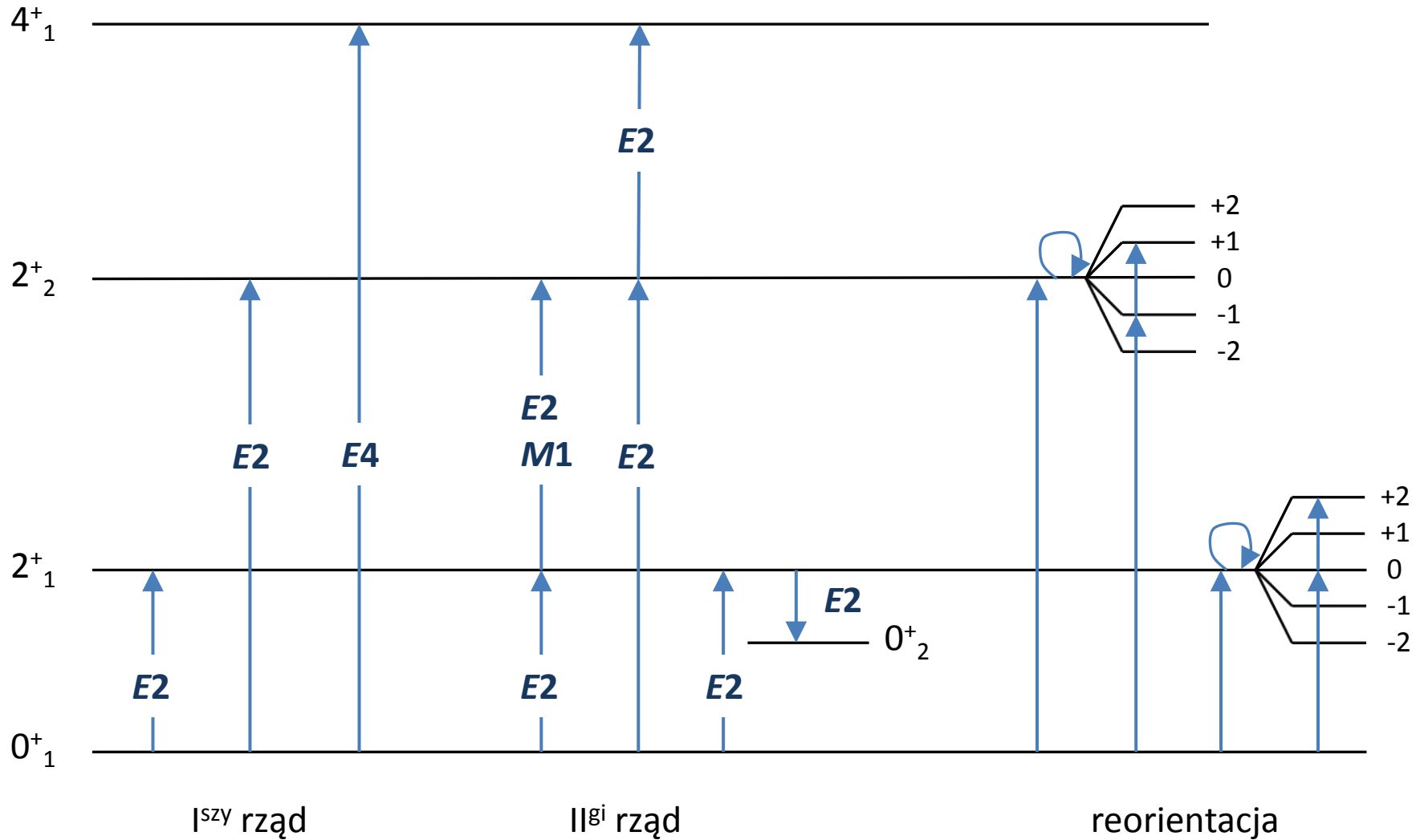
# Proces wzbudzenie jądra atomowego:



- 1) **Przybliżenie półklasyczne** i oddziaływanie **czysto elektromagnetyczne**
  - rozbieżność pomiędzy przybliżeniem półklasycznym a ściśle kwantowymi rachunkami rozpraszania  $\sim 1/\eta$  (max. 5% gdy  $\eta \sim 30$ ).
- 2) **Ruch po klasycznych trajektoriach hiperbolicznych**
  - symetryzacja trajektorii w celu uwzględnienia wpływu przekazu energii rozpraszanej cząstki na jej tor.
- 3) **Wirtualne wzbudzenia nieobserwowanych stanów jądrowych**
  - Wzbudzenia E1 poprzez gigantyczny rezonans dipolowy GDR wysoko leżących stanów jądrowych
    - korekta kwadrupolowej części oddziaływania (wykład 4 i 5, slajd 24)
- 4) **Wzbudzenie oddziaływujących jąder tarczy/pocisku**
  - Oddziaływanie monopol-multipol w rozwinięciu potencjału oddziaływania w szereg multipolowy dla jądra tarczy lub pocisku.
    - (oddziaływanie kulombowskie **monopolu** jądra powodującego wzbudzenie z **multipolem** badanego jądra → wykład 3)
    - ➔ wpływ związany z oddziaływaniem multipol-multipol zaniechany mały ( $\sim 0.5\%$ )
- 5) **Uwzględnienie rozmiarów detektorów cząstek i wpływu hamowania wiązki w tarczy:**
  - Całkowanie numeryczne po energiach pocisku i kącie bryłowym pokrywanych przez detektor cząstek

# Proces wzbudzenia w GOSI

Przykład:



$2^+_2 \rightarrow 2^+_1$ : przejście mieszane E2/M1, przejścia E2 dominują w procesie wzbudzenia, M1 istotne w procesie rozpadu.

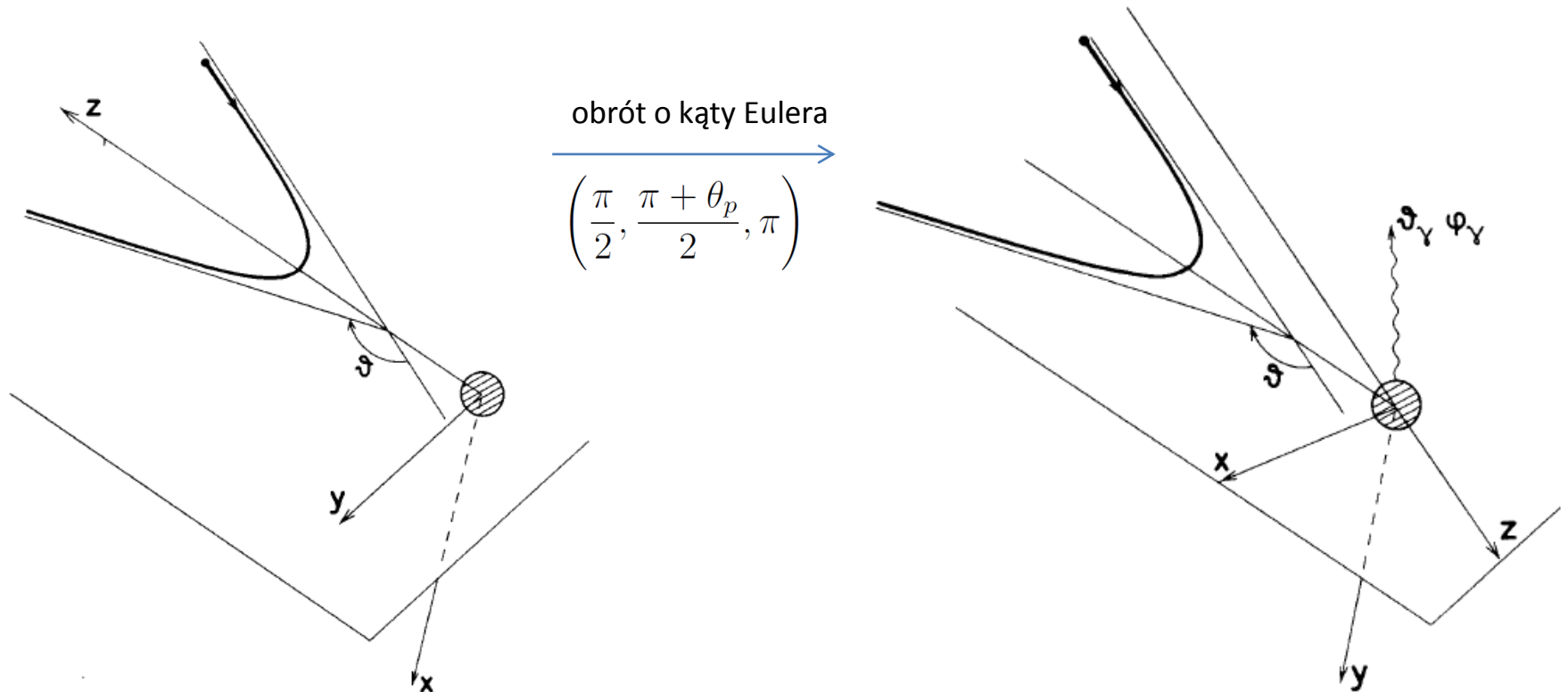
# Proces rozpadu

- 1) Promieniowanie  $\gamma$  nie jest emitowane w sposób izotropowy ze wzbudzonego jądra atomowego.
- 2) Do opisanego rozkładów kątowych promieniowania  $\gamma$  istotna jest znajomość multipolowości przejścia  $\gamma$  oraz polaryzacji jądra po procesie wzbudzenia.
- 3) Polaryzację jądra atomowego opisuje tzw. **tensor statystyczny  $\rho_{kk}$**  (tensor polaryzacji), wyznaczany na etapie liczenia procesu wzbudzenia jądra atomowego  $\rightarrow$  informacja o prawdopodobieństwach wzbudzenia i populacji podstanów magnetycznych.

# Proces rozpadu – układ odniesienia

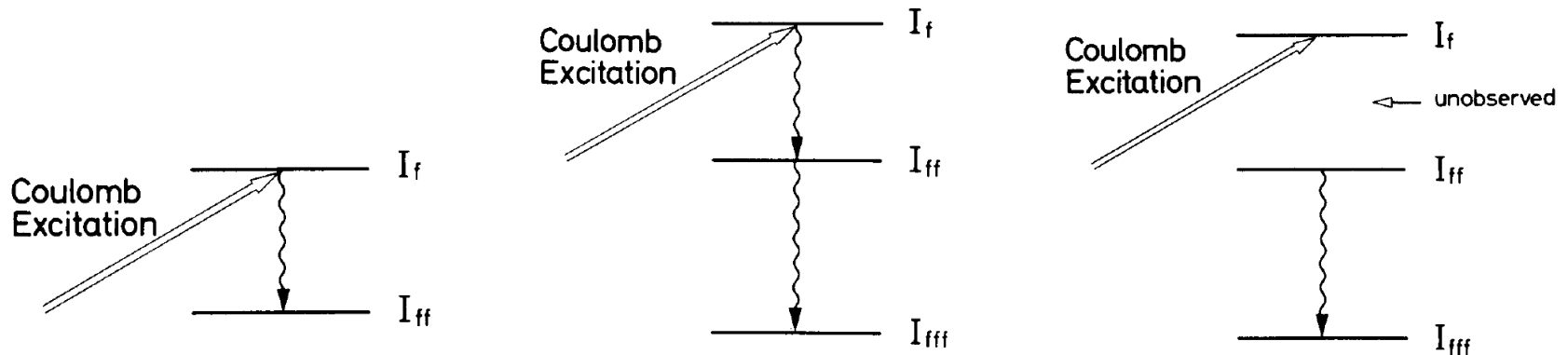
Osie układu, w którym liczymy amplitudy wzbudzeń,  
(tensor statystyczny) zależne od trajektorii:

rozkłady kątowe promieniowania  $\gamma$  muszą być  
wyznaczone w niezależnym od kąta rozproszenia  
układzie laboratoryjnym:



# Proces rozpadu

- 4) W wyliczanym rozkładzie kątowym promieniowania  $\gamma$  uwzględnia się również:
- wpływ związany z **rozpadem wyżej położonych stanów jądrowych** wzbudzonych w procesie rozpraszania kulombowskiego **na populację stanu końcowego** (*cascade deexcitation feeding*)  
 → szczególnie istotne w przypadku wzbudzeń wielostopniowych



# Proces rozpadu



## 5) Inne zjawiska wpływające na rozkład kątowy promieniowania $\gamma$ :

### ➤ efekt jądrowej deorientacji\*

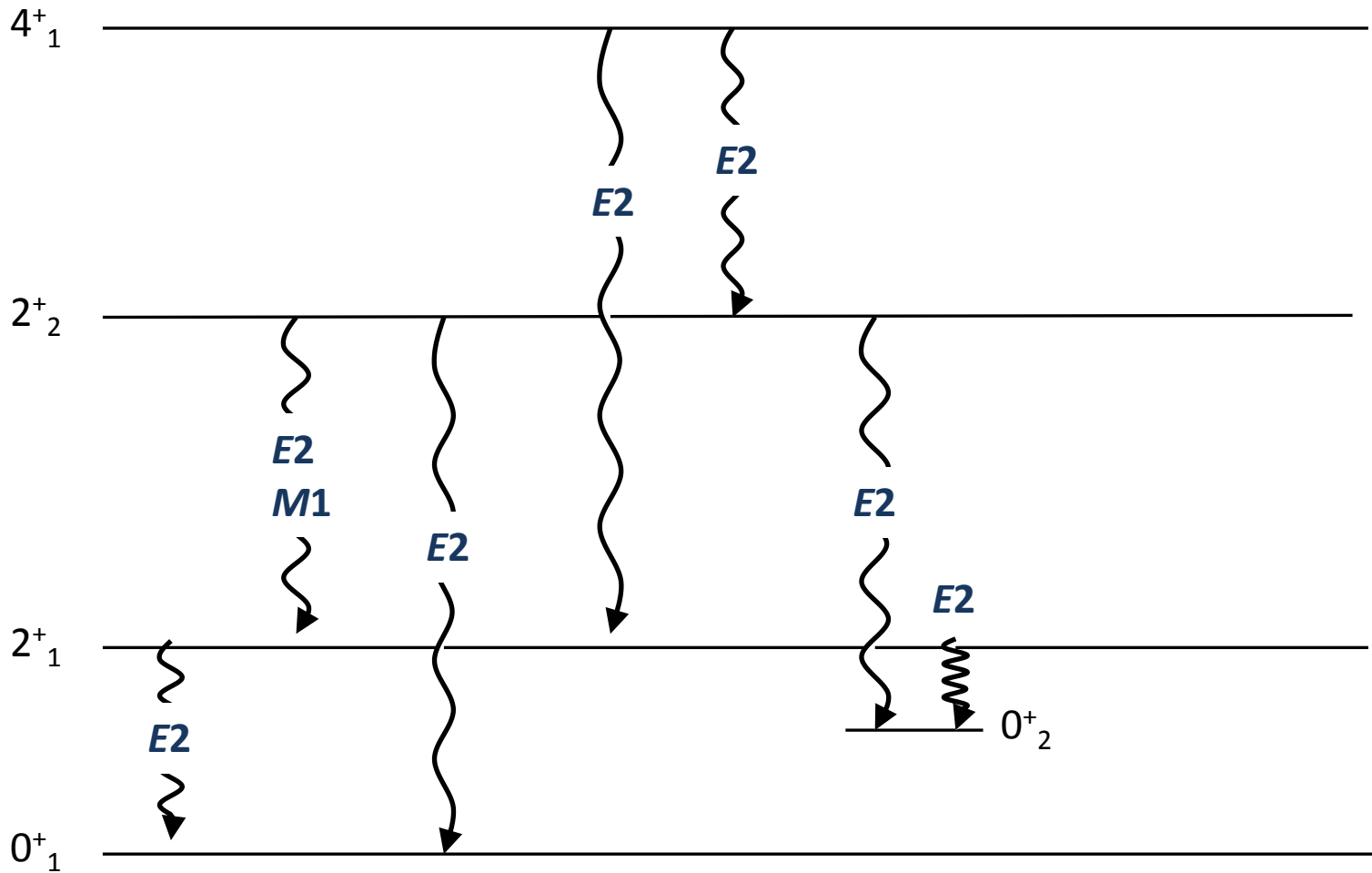
związany z oddziaływaniem momentu magnetycznego jądra z elektronami przechodzącymi na niższe dostępne powłoki w wybitym z tarczy, silnie zjonizowanym atomie → czas, w którym zachodzą przejścia między powłokami elektronowymi  $\sim$  ps podobnie jak czasy życia stanów jądrowych → depolaryzacje jądrowych stanów wzbudzonych przed emisją kwantu  $\gamma$  → rozmycie rozkładów kątowych promieniowania  $\gamma$ .

➤ Korekta rozkładu kątowego związana z efektami relatywistycznymi: eksperymenty z wiązkami ciężkich jonów, przy użyciu cienkich tarcz → prędkości jąder odrzutu  $\sim 10\%$  c.

➤ Skończone rozmiary detektorów  $\gamma$  → współczynniki rozmycia rozkładu kątowego.

➤ Zjawisko konwersji wewnętrznej.

# Proces rozpadu w GOSI



Czasy życia, współczynniki rozgałęzień i współczynniki mieszania z niezależnych pomiarów bardzo pomocne w wielowymiarowej analizie.

# Podsumowanie

- GOSIA jest dedykowanym programem do analizy danych pochodzących z eksperymentów wzbudzeń kulombowskich.
- Program autorstwa dr hab. Tomasza Czosnyki, powstały we wczesnych latach 80-ych w Rochester we współpracy z D. Clinem i C. Y. Wu.
- Program pozwala na dopasowanie zestawu elementów macierzowych do zmierzonych intensywności przejść  $\gamma$ , uwzględniając także inne dostępne dane spektroskopowe.
- W programie uwzględnia się także szereg zjawisk wpływających na intensywności przejść  $\gamma$  (zjawisko konwersji wewnętrznej, skończone rozmiary detektorów germanowych, efekt jądrowej deorientacji).
- Jest to obecnie jedyne narzędzie służące do analizy danych pochodzących z eksperymentów wzbudzeń kulombowskich.



# Rozdział 7

Rola komplementarnych danych spektroskopowych  
w analizie danych z eksperymentów wzbudzeń  
kulombowskich:

*Przykłady:*

a)  $^{70}\text{Se}$

b)  $^{74,76}\text{Kr}$

c)  $^{140}\text{Sm}$

# Rola danych spektroskopowych w eksperymentach wzbudzeń kulombowskich

1. Weryfikacja zgodności różnych danych eksperymentalnych.
2. Najprostsza metoda normalizacji danych wzbudzeń kulombowskich  
→ wyznaczenie bezwzględnych przekrojów czynnych ze zmierzonych intensywności przejść  $\gamma$ .
3. Stanowią istotne więzy dla wielowymiarowej minimalizacji danych wzbudzeń kulombowskich → umożliwia to zwiększenie czułości na wyznaczenie **momentów kwadrupolowych** (ich znaków i wielkości) oraz wyznaczenia względnych znaków **przejściowych elementów macierzowych** → kluczowa informacja dla określenia trójosiowości jądra atomowego.

*Przykłady:*

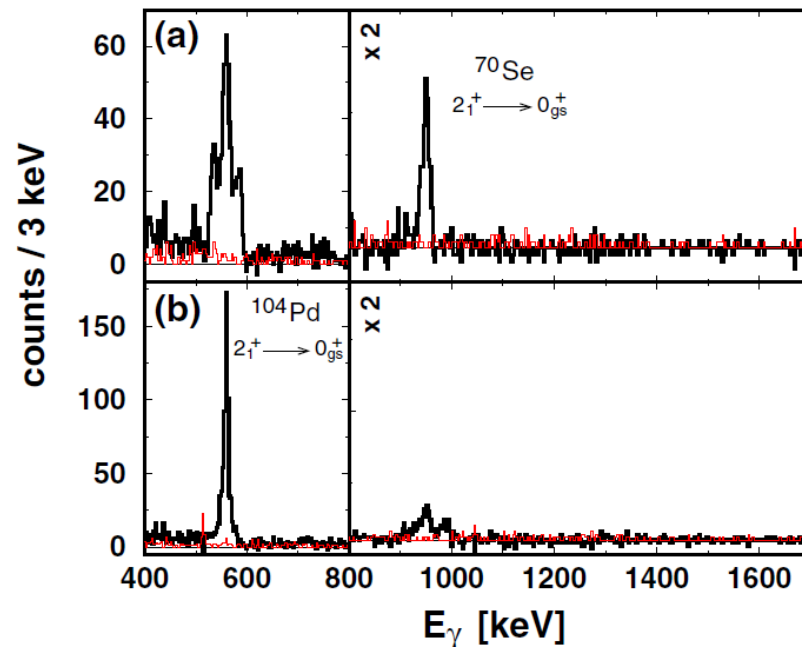
1. Wzbudzenie kulombowskie  $^{70}\text{Se}$  i znany  $\tau$  ( $2^+_{1}$ ).
2. Wzbudzenie kulombowskie  $^{74,76}\text{Kr}$  i znane czasy życia w paśmie stanu podstawowego.
3. Wzbudzenie kulombowskie  $^{140}\text{Sm}$  i nieznan spin stanu wzbudzonego o energii 990 keV.

# Przykład 1: wzbudzenie kulombowskie $^{70}\text{Se}$ , CERN / ISOLDE

$^{104}\text{Pd}$  ( $^{70}\text{Se}$ ,  $^{70}\text{Se}^*$ ),  $E_{\text{wiązki}}=2.94$  MeV/u

→ promieniowanie  $\gamma$  emitowane w locie

→ rejestrowane energie kwantów  $\gamma$  są przesunięte w wyniku efektu Dopplera:



$$E_{lab} = \frac{\gamma E_0}{1 - \beta \cos(\eta)}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

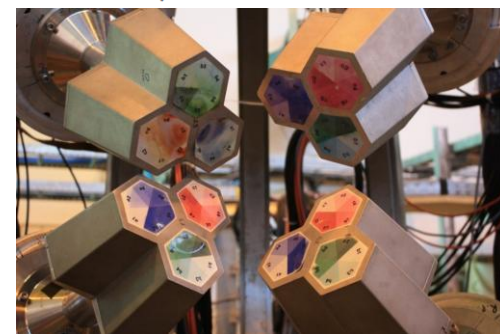
energia kwantu  $\gamma$   
(nieprzesunięta Dopplerowsko)

rejestrowana energia kwantu  $\gamma$  w detektorze Ge

prędkość wzbudzonego jądra

kąt między kierunkiem emisji kwantu  $\gamma$  a kierunkiem rozproszenia wzbudzonego jądra emitującego kwant  $\gamma$

$$\cos(\eta) = \sin(\theta_p) \sin(\theta_\gamma) \cos(\phi_p - \phi_\gamma) + \cos(\theta_p) \cos(\theta_\gamma)$$



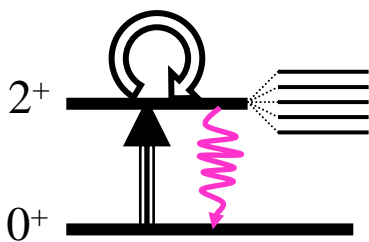
# Przykład 1: wzbudzenie kulombowskie $^{70}\text{Se}$ , CERN / ISOLDE

$^{104}\text{Pd}$  ( $^{70}\text{Se}$ ,  $^{70}\text{Se}^*$ ),  $E_{\text{wiązki}} = 2.94 \text{ MeV/u}$ .

- Prawdopodobieństwo wzbudzenia  $P(2^+_{1})$  w  $^{70}\text{Se}$  wyznaczone poprzez normalizację do wzbudzenia jądra tarczy  $^{104}\text{Pd}$ .

Prawdopodobieństwo wzbudzenia  $P(2^+_{1})$  w  $^{70}\text{Se}$  zależy od:

- zredukowanego prawdopodobieństwa przejścia  $B(E2) \sim M(E2)^2$
- elementu diagonalnego stanu  $2^+_{1} \sim Q_{sp}$

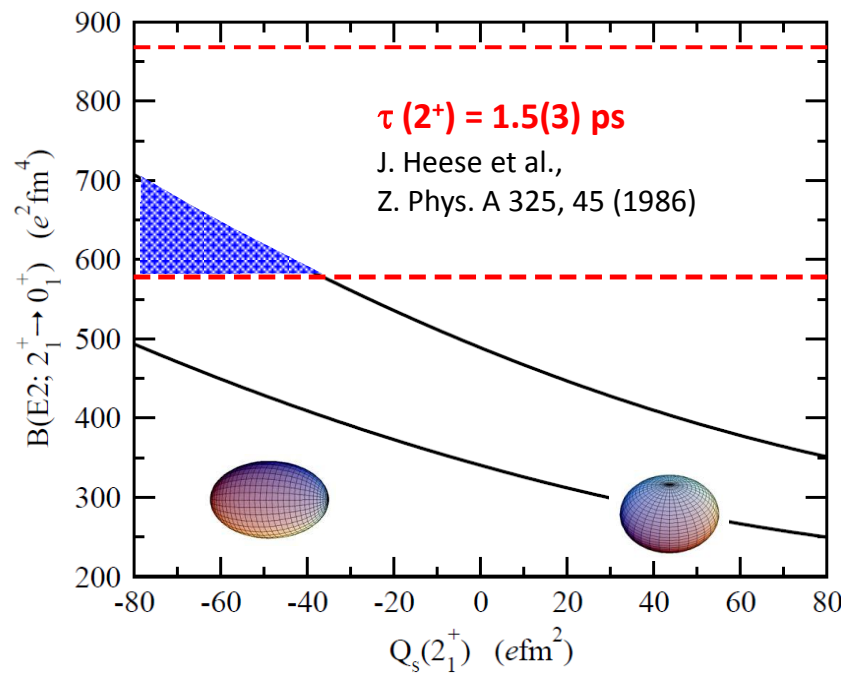
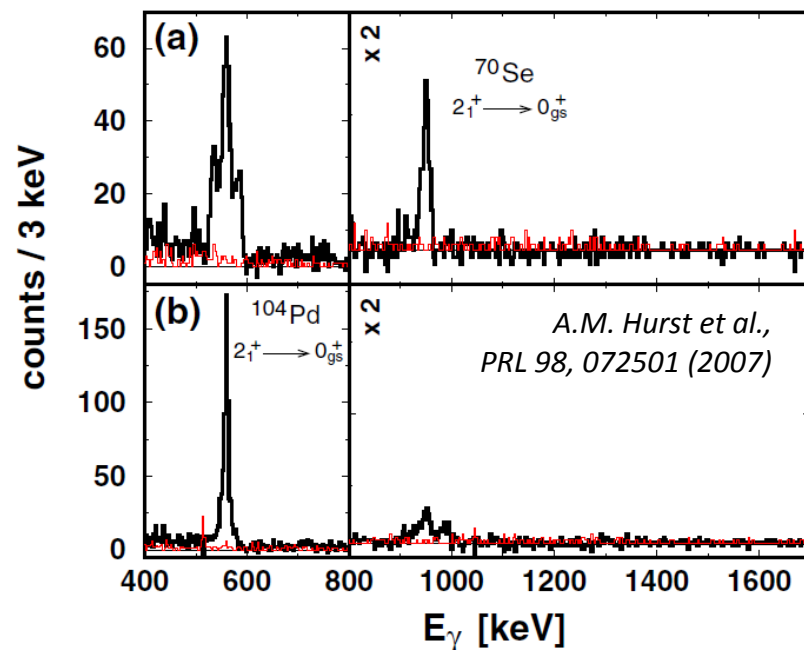


➤ jedna dana,  
dwie niewiadome!

Mierzona intensywność przejścia  $\gamma$   $2^+_{1} \rightarrow 0^+_{1}$  może być odtworzona dla różnych kombinacji

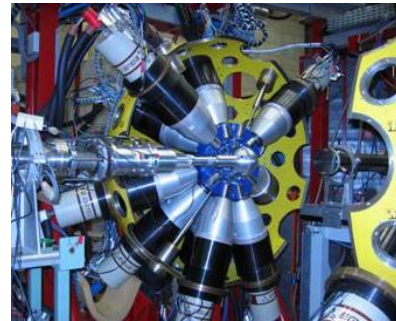
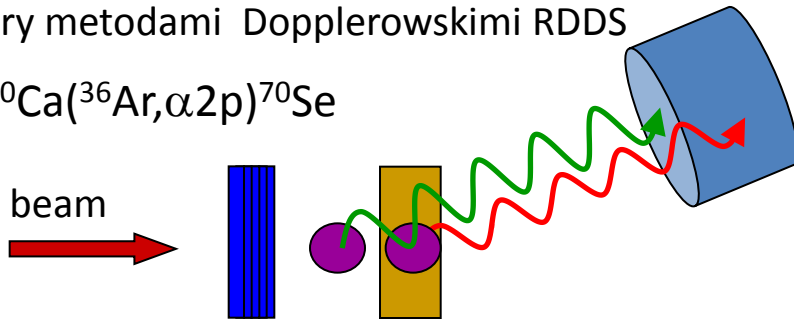
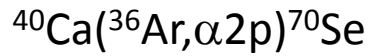
$$B(E2) \leftrightarrow Q_{sp}(2^+_{1})$$

$$P(2^+_{1}) \sim B(E2) \cdot [1 + Q_{sp} \cdot f(\vartheta; E)]$$

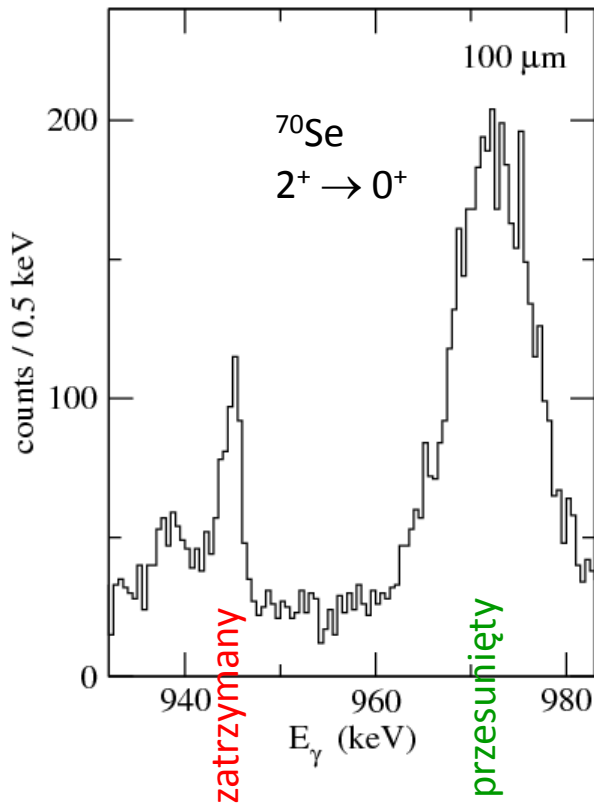


# Pomiar czasów życia w $^{70}\text{Se}$

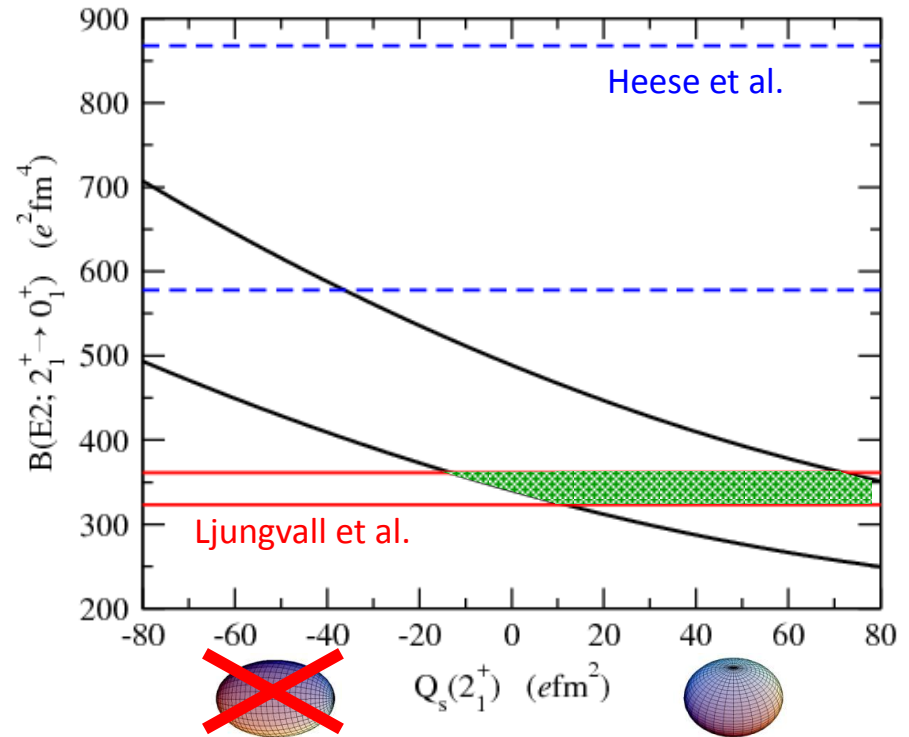
Pomiary metodami Dopplerowskimi RDDS

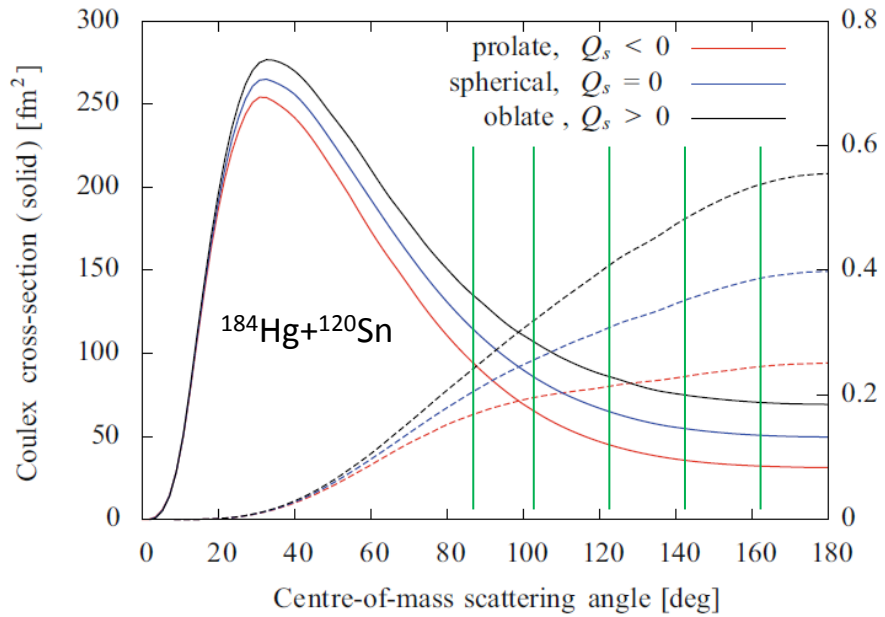


GASP and Köln Plunger at Legnaro

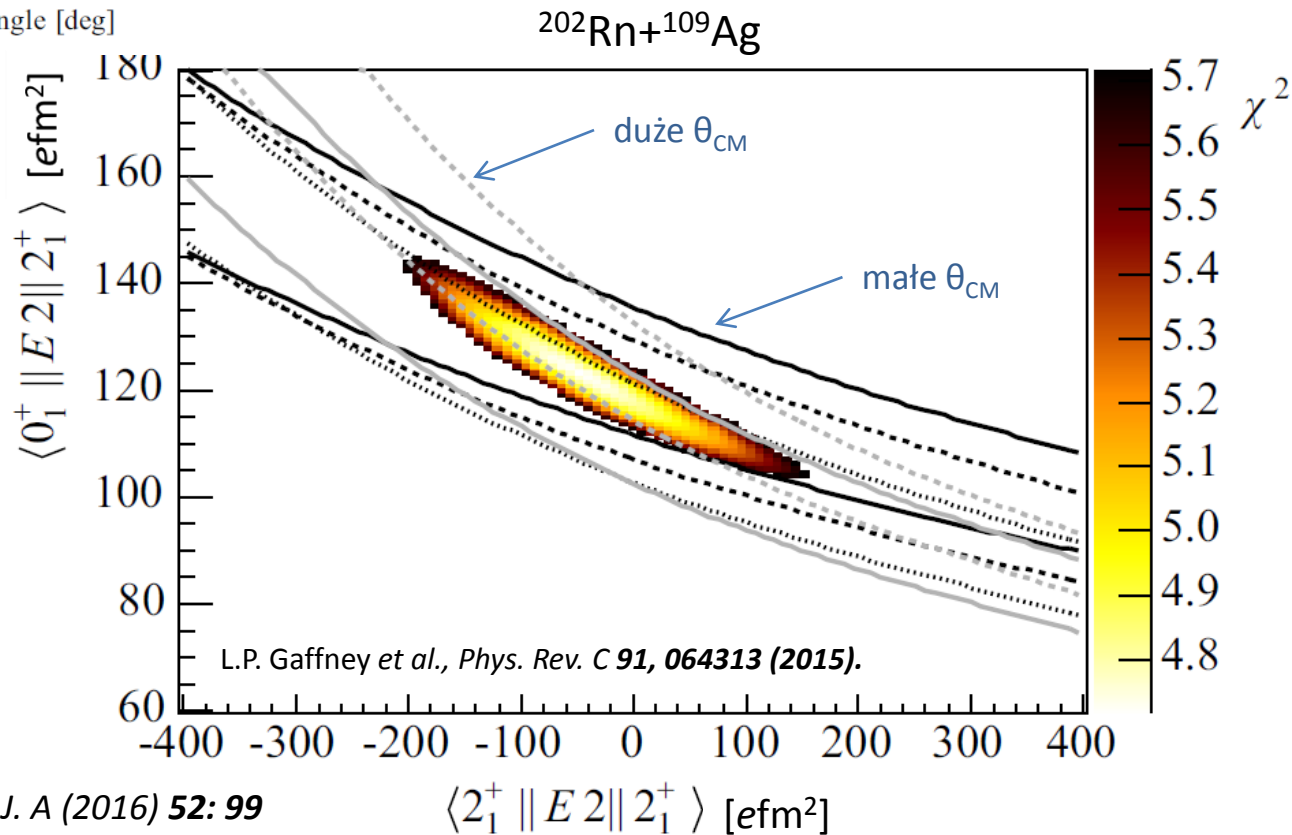
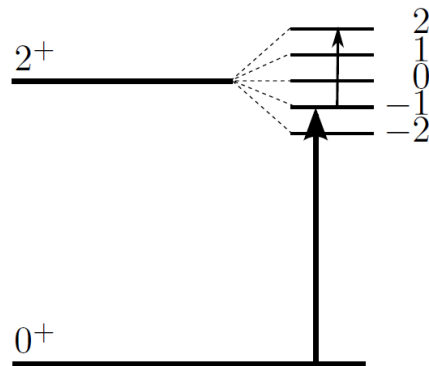


- **czas życia z 1986 roku:  $\tau = 1.5(3)$  ps**  
J. Heese et al., Z. Phys. A 325, 45 (1986)
- **nowy pomiar czasu życia stanu  $2^+$  w  $^{70}\text{Se}$ :  $\tau = 3.2(2)$  ps**  
J. Ljungvall et al., Phys. Rev. Lett. 100, 102502 (2008)

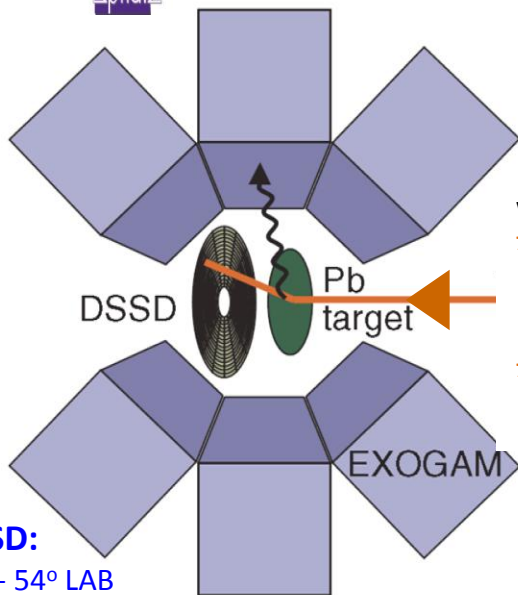




- Wyznaczanie momentu kwadrupolowego  $Q_{\text{sp}}(2^+_1)$  poprzez analizę widm promieniowania  $\gamma$  w funkcji kąta rozproszenia cząstki .
- Wzbudzenie egzotycznego jądra  $^{202}\text{Rn}$  normowane do wzbudzenia tarczy  $^{107}\text{Ag}$ .



# Przykład 2: wzbudzenie kulombowskie $^{74,76}\text{Kr}$ , GANIL



wiązki:

$^{76}\text{Kr}$   $5 \times 10^5$  pp,  
4.4 A MeV

$^{74}\text{Kr}$   $10^4$  pps,  
4.7 A MeV

DSSD:

24° - 54° LAB

24° - 145° CM

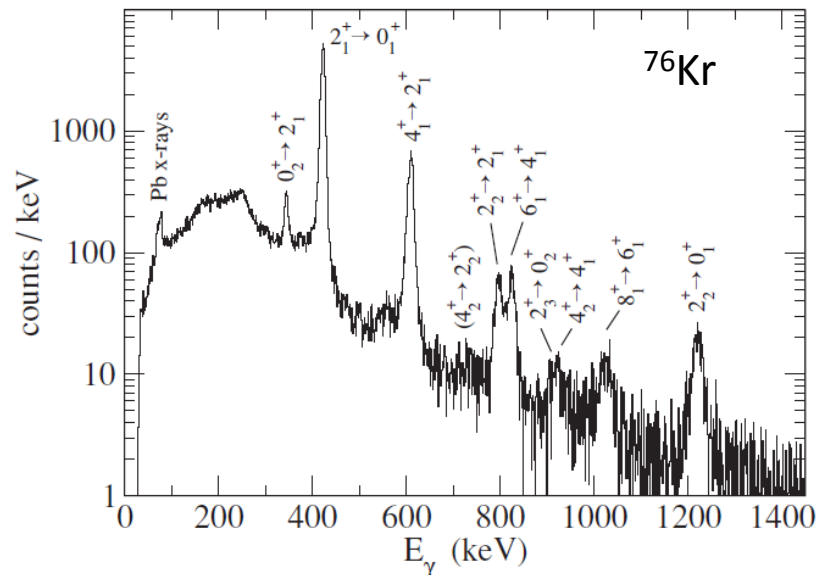
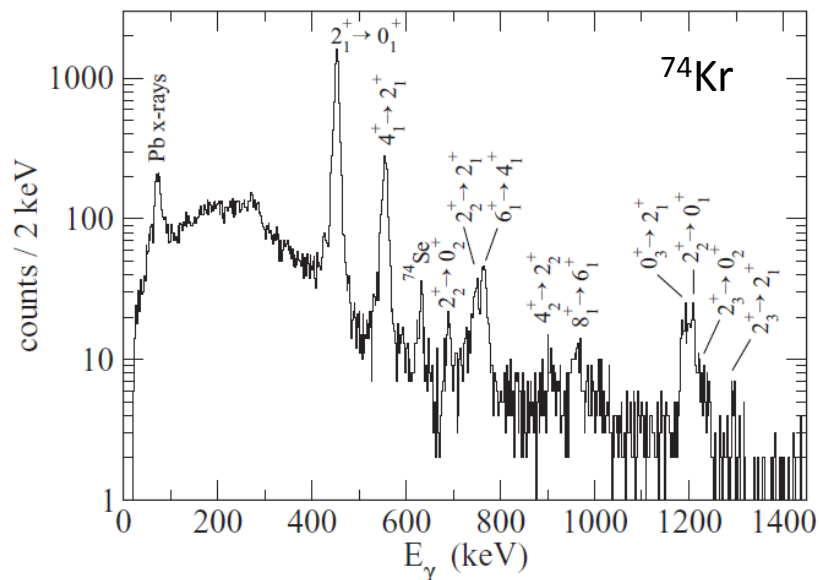
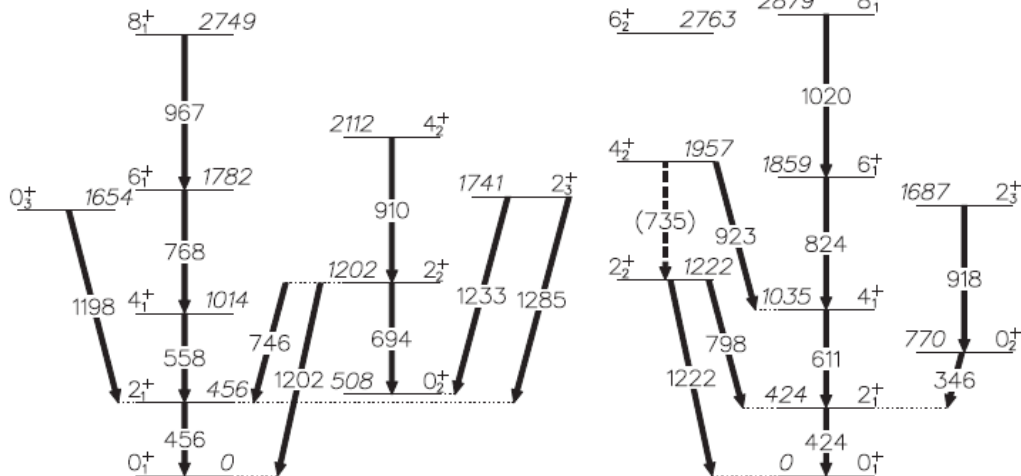
$10_1^+$  3894

E. Clément et al.,  
PRC 75, 054313 (2007)

$4068$   $10_1^+$

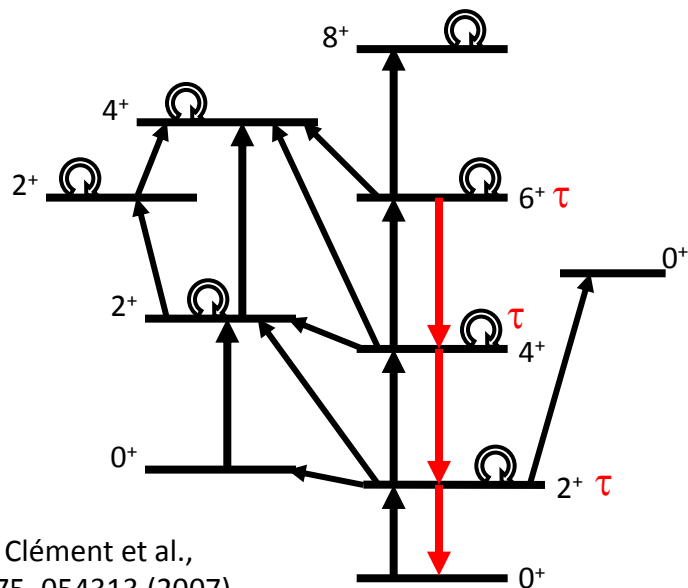
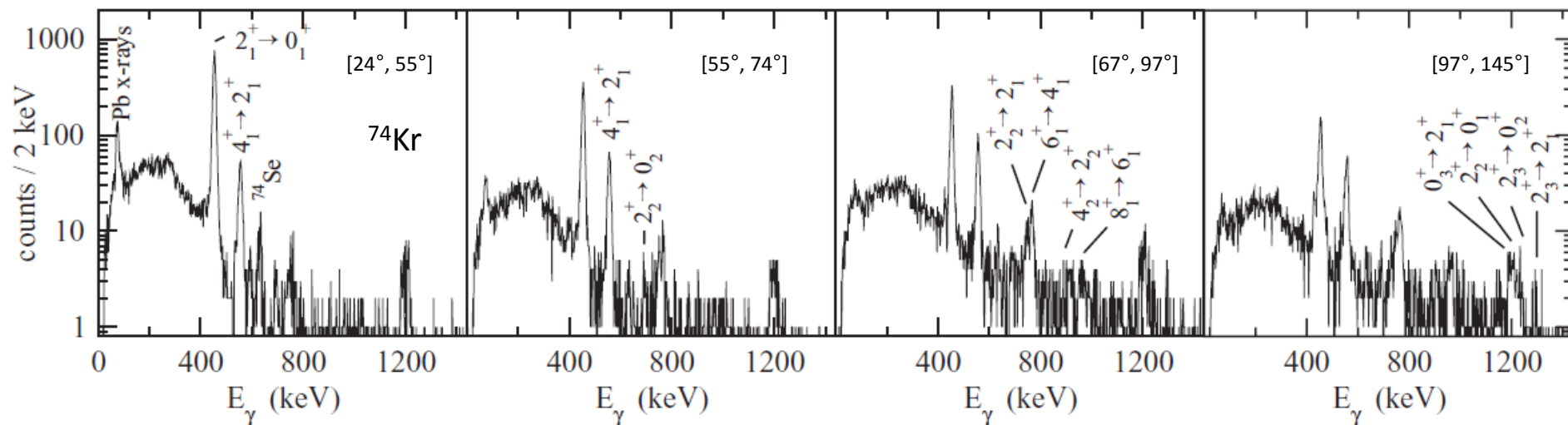
$^{74}\text{Kr}$

$^{76}\text{Kr}$





# Analiza promieniowania $\gamma$ w funkcji kąta rozproszenia cząstki



E. Clément et al.,  
PRC 75, 054313 (2007)

- $^{74}\text{Kr} + ^{208}\text{Pb}$  energia wiązki 4.7 MeV/u (SPIRAL)
  - ➔ wielostopniowe wzbudzenie kulombowskie
- Promienowanie  $\gamma$  w funkcji kąta rozproszenia (➔ wyznaczanie różniczkowego przekroju czynnego na wzbudzenie danego stanu)
- użyto znanych danych spektroskopowych (czasy życia, współczynniki rozgałęzień, współczynniki mieszania E2/M1)
- dopasowywano metodą minimalizacji funkcji  $\chi^2$ 
  - ~36 elementów macierzowych



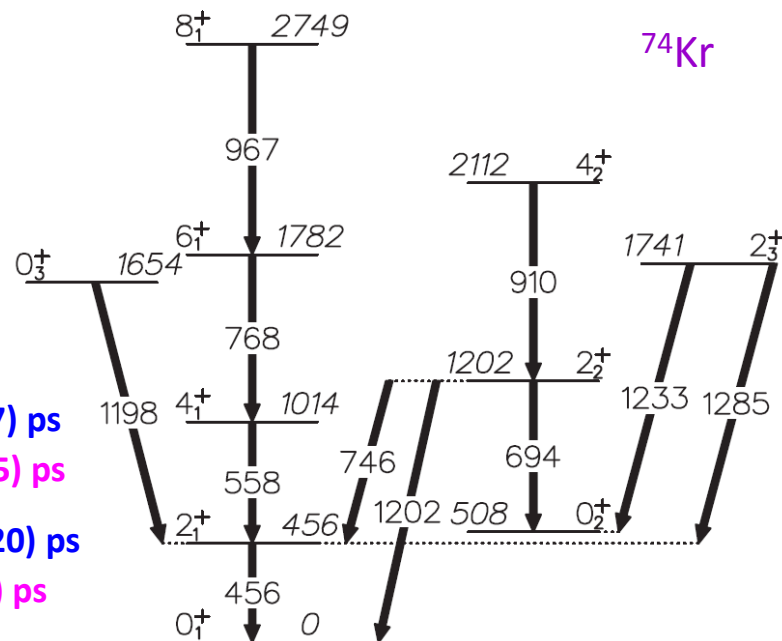
# Analiza danych (1/3)

Wyniki z eksperymentów wzbudzeń kulombowskich niezgodne z pomiarami czasów życia

[26] S. L. Tabor et al., *PRC* **41**, 2658 (1990)

[27] J. Roth et al., *J. Phys. G: Nucl. Phys.* **10**, L25 (1984)

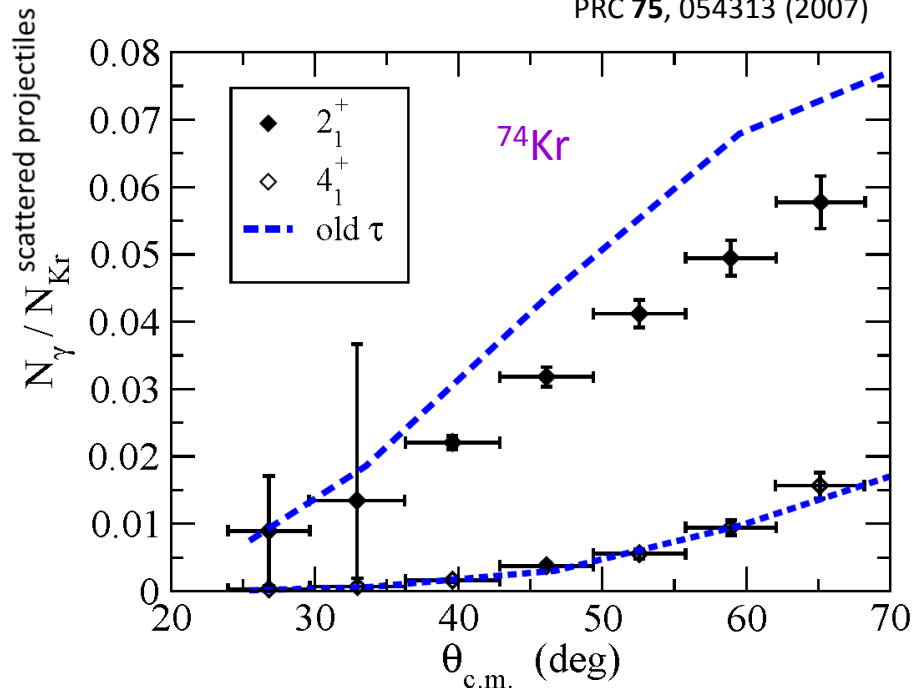
$4_1^+$ : 13.2(7) ps  
 CLX: 5.9 (5) ps  
 $2_1^+$ : 23.5(20) ps  
 CLX: 30(2) ps



E. Clément et al.,  
*PRC* **75**, 054313 (2007)

$I^\pi$	$\tau$ (ps)	Ref.	$\tau$ (ps) (GOSIA)
			Free
$2_1^+$	23.5(20)	[26]	29.6(2.1)
$4_1^+$	13.2(7)	[27]	5.9(5)

$$\tau \approx \frac{1}{P(T\lambda; I_i \rightarrow I_f)} \approx f(\lambda) \cdot \left( \frac{\hbar c}{E_\gamma} \right)^{2\lambda+1} \cdot \frac{1}{B(T\lambda; I_i \rightarrow I_f)}$$



# Analiza danych (2/3)

Wyniki z eksperymentów wzbudzeń kulombowskich niezgodne z pomiarami czasów życia

[26] S. L. Tabor et al., *PRC* **41**, 2658 (1990)

[27] J. Roth et al., *J. Phys. G: Nucl. Phys.* **10**, L25 (1984)

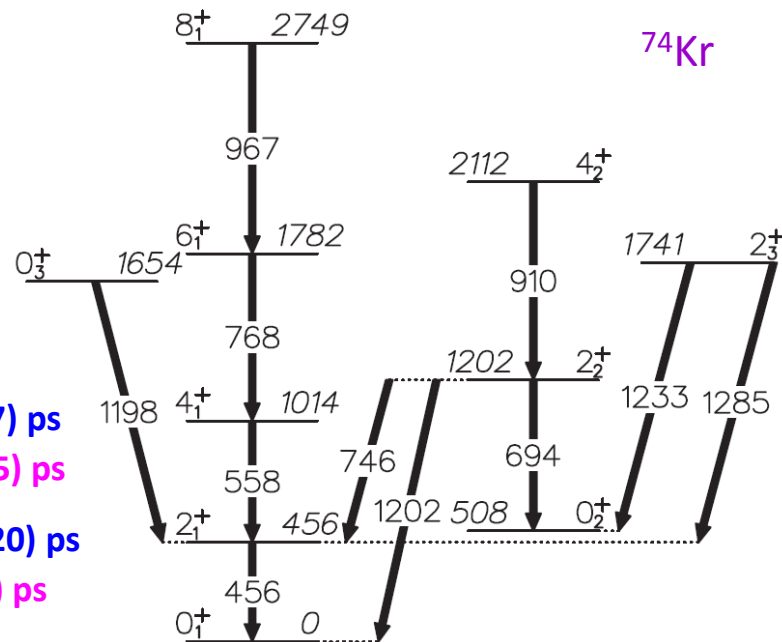
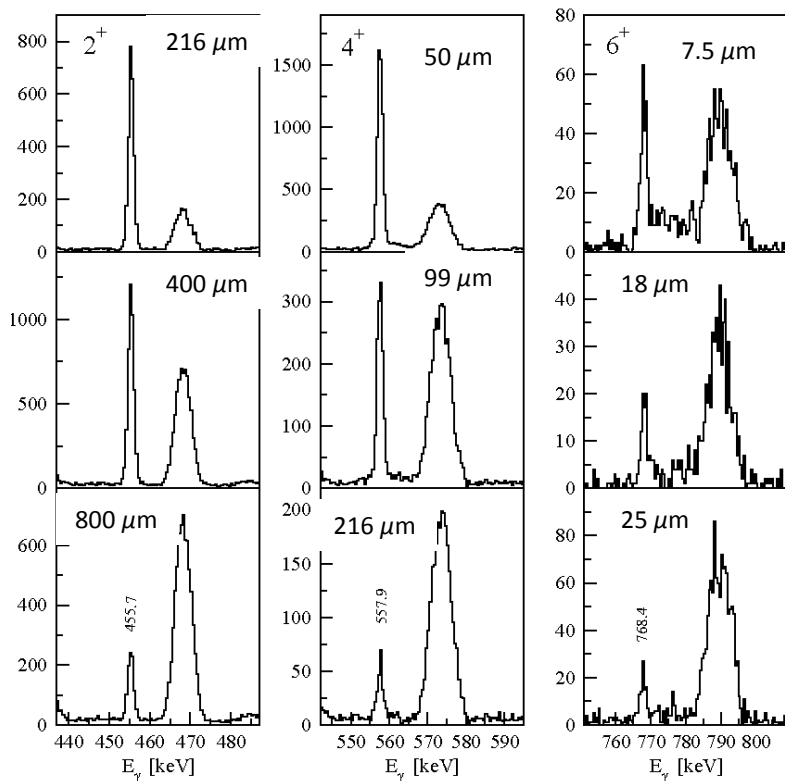
Nowy pomiar czasów życia (RDM):

Köln Plunger & GASP

$^{40}\text{Ca}$  ( $^{40}\text{Ca}, \alpha 2p$ )  $^{74}\text{Kr}$

$^{40}\text{Ca}$  ( $^{40}\text{Ca}, 4p$ )  $^{76}\text{Kr}$

A. Goergen et al., *EPJ A* **26**, 153 (2005)



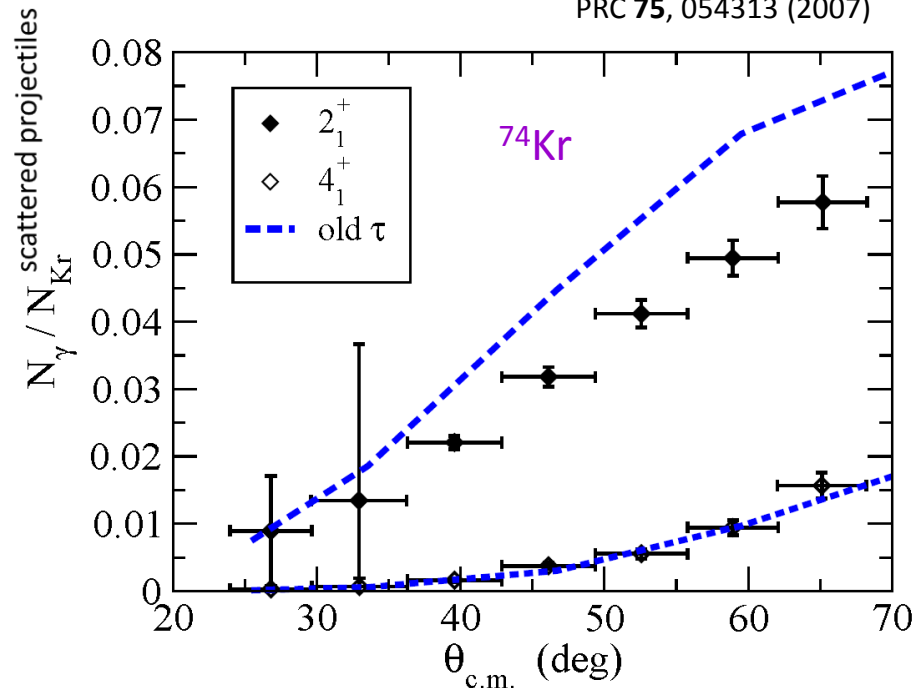
$4^+_1$ : 13.2(7) ps

CLX: 5.9 (5) ps

$2^+_1$ : 23.5(20) ps

CLX: 30(2) ps

E. Clément et al., *PRC* **75**, 054313 (2007)



# Analiza danych (3/3)

Wyniki z eksperymentów wzbudzeń kulombowskich niezgodne z pomiarami czasów życia

[26] S. L. Tabor et al., *PRC* **41**, 2658 (1990)

[27] J. Roth et al., *J. Phys. G: Nucl. Phys.* **10**, L25 (1984)

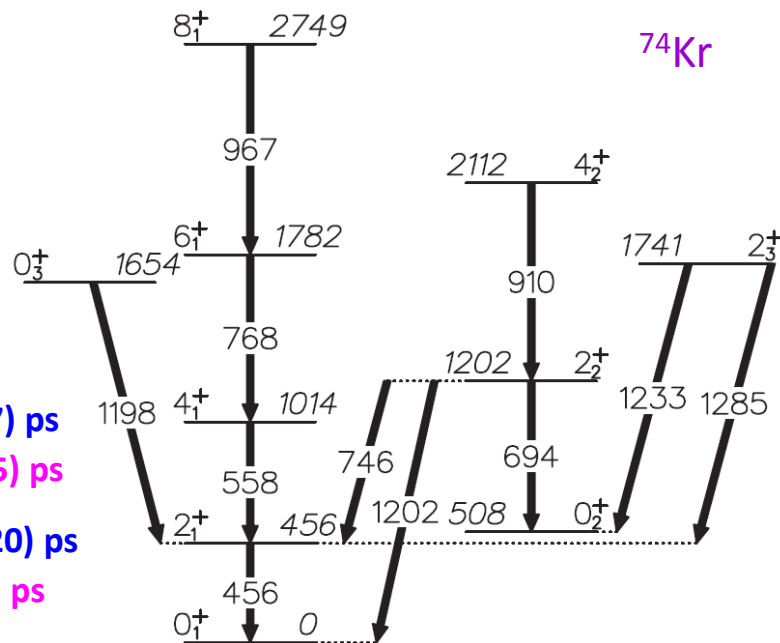
Nowy pomiar czasów życia (RDM):

Köln Plunger & GASP

$^{40}\text{Ca}$  ( $^{40}\text{Ca}, \alpha 2p$ )  $^{74}\text{Kr}$

$^{40}\text{Ca}$  ( $^{40}\text{Ca}, 4p$ )  $^{76}\text{Kr}$

A. Goergen et al., *EPJ A* **26**, 153 (2005)



$4_1^+$ : 13.2(7) ps

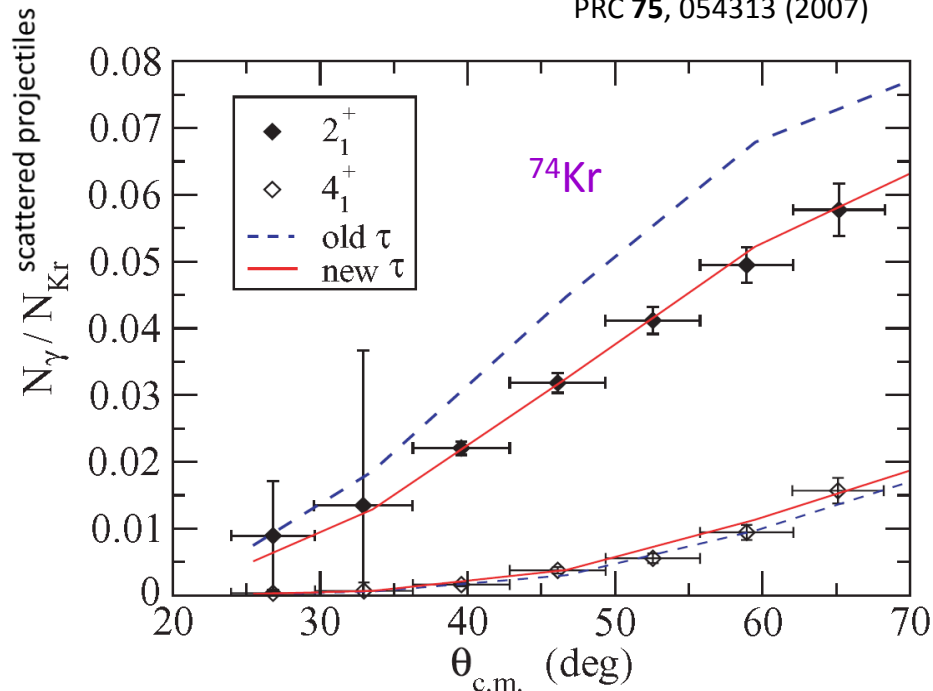
CLX: 5.9 (5) ps

$2_1^+$ : 23.5(20) ps

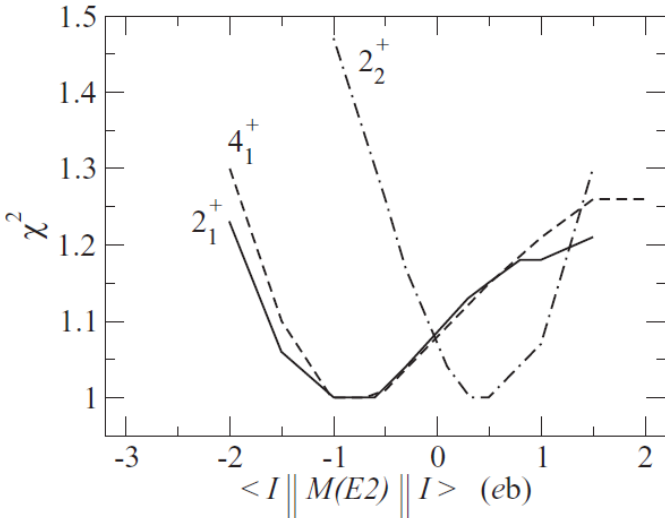
CLX: 30(2) ps

E. Clément et al.,  
*PRC* **75**, 054313 (2007)

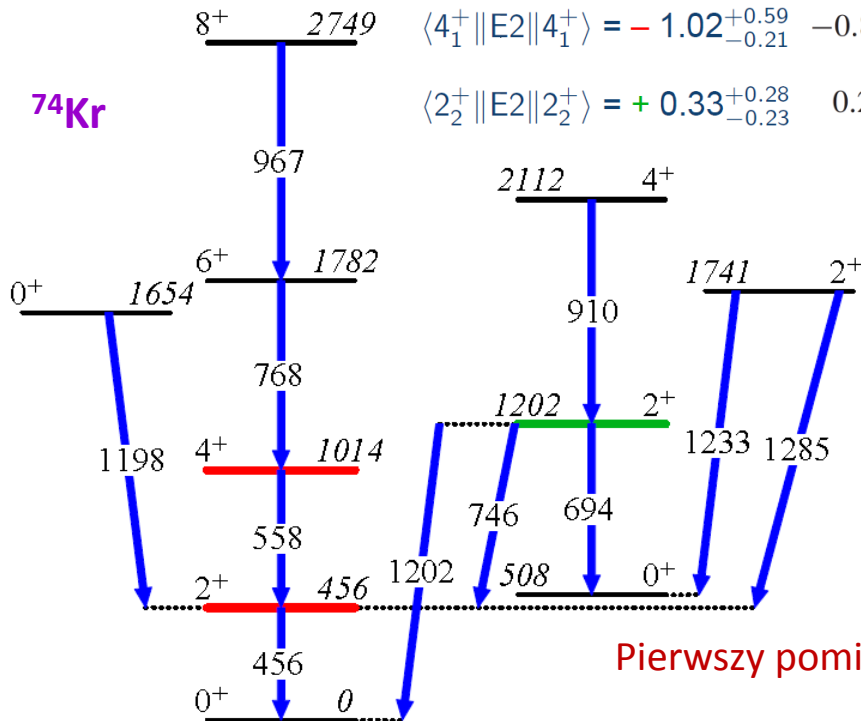
$I^\pi$	$\tau$ (ps)	Ref.	$\tau$ (ps) [20]	$\tau$ (ps) (GOSIA)	
				Free	Constr.
$2_1^+$	23.5(20)	[26]	33.8(6)	29.6(2.1)	33.8(6)
$4_1^+$	13.2(7)	[27]	5.2(2)	5.9(5)	5.3(2)



# Wyniki: koegzystencja kształtu w jądrach $^{74,76}\text{Kr}$

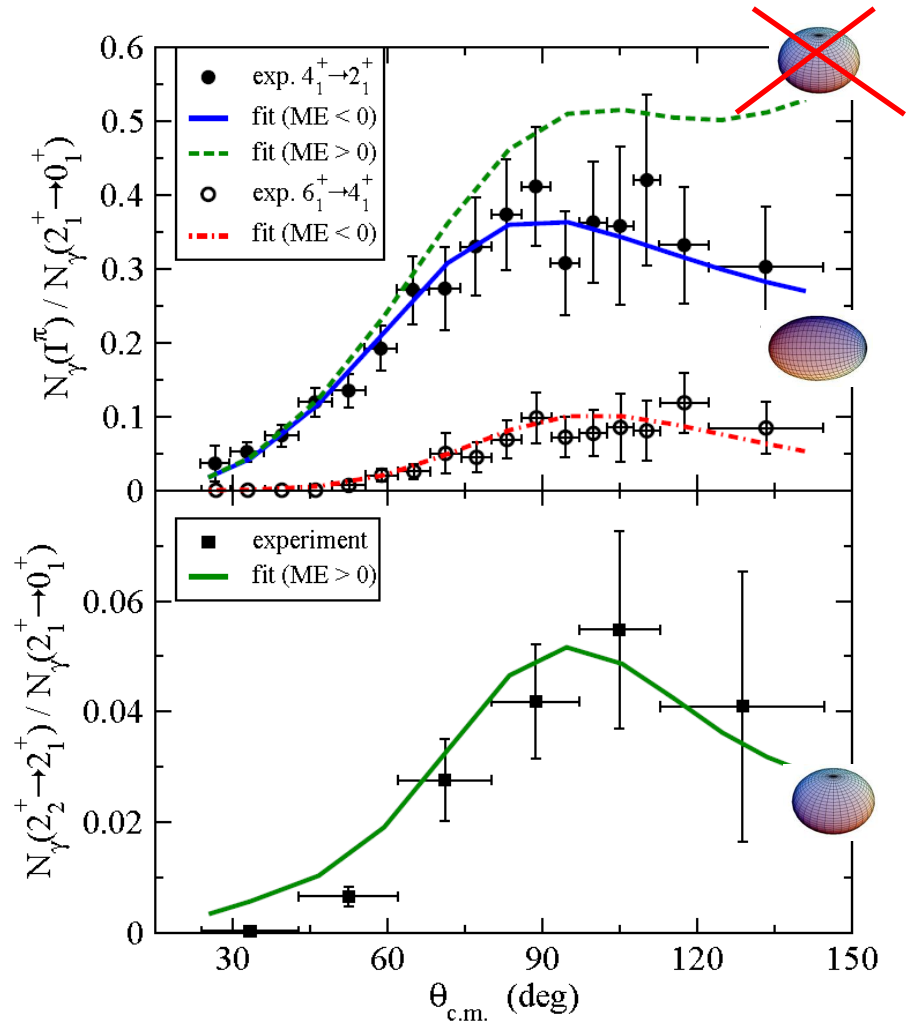


$$\begin{aligned} \langle 2_1^+ || E2 || 2_1^+ \rangle &= -0.70_{-0.30}^{+0.33} & -0.53_{-0.23}^{+0.24} \\ \langle 4_1^+ || E2 || 4_1^+ \rangle &= -1.02_{-0.21}^{+0.59} & -0.8_{-0.2}^{+0.4} \\ \langle 2_2^+ || E2 || 2_2^+ \rangle &= +0.33_{-0.23}^{+0.28} & 0.24_{-0.17}^{+0.21} \end{aligned}$$



$^{76}\text{Kr}$ : 18 przejściowych + 5 diagonalnych ME

$^{78}\text{Kr}$ : 14 przejściowych + 5 diagonalnych ME



Pierwszy pomiar  $Q_{sp}$  stanów wzbudzonych z wiązkami egzotycznymi !!

found in Table [XI](#). The inconsistency with the previously reported lifetimes illustrates a general difficulty that can arise in Coulomb excitation experiments with weak radioactive beams of rare isotopes, where the statistics is too limited to determine all parameters in the Coulomb excitation analysis alone, and where at the same time the access to spectroscopic information with complementary methods is difficult.

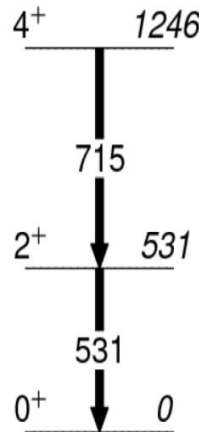
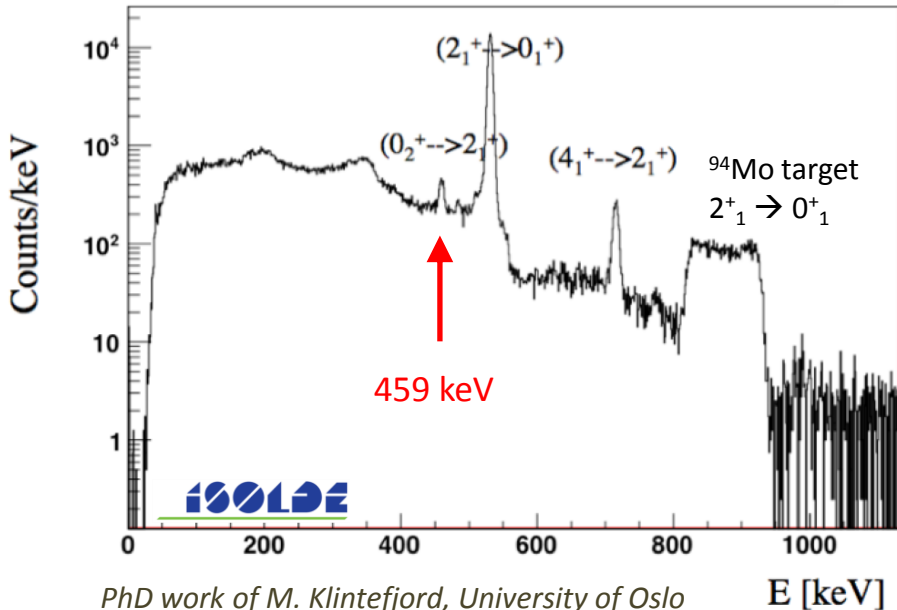
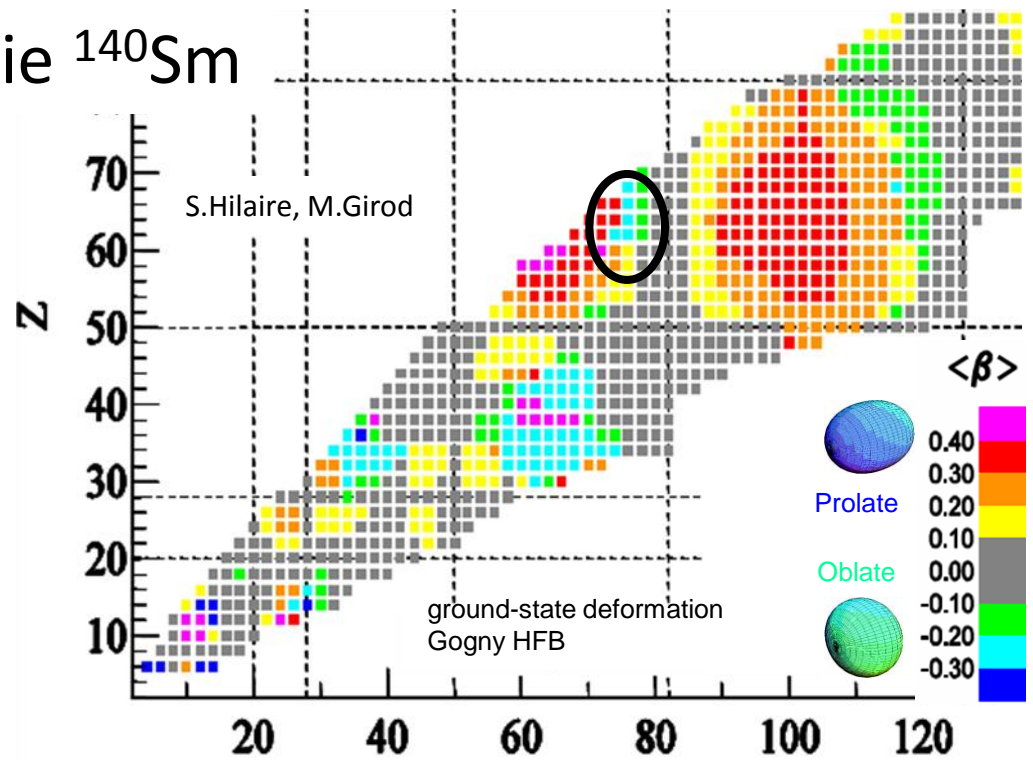
*E. Clément et al., PRC 75, 054313 (2007)*

# Wzbudzenie kulombowskie $^{140}\text{Sm}$

$N \sim 78$  and  $Z > 62$ :

rejon występowania zjawiska koegzystencji kształtów oraz nagłych zmian deformacji stanu podstawowego.

- Zaobserwowano przejście  $\gamma$  o energii **459 keV** ( $0_2^+ \rightarrow 2_1^+$ ).
- spin i parzystość stanu o energii 990 keV:
  - nisko-leżący stan ( $0^+$ ) state ?
  - koegzystencja kształtu w  $^{140}\text{Sm}$  ?



Jeśli stan o energii 991 keV to stan  $0^+$  wówczas:  
 $B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+) = 1.02(15) e^2 b^2$   
 $\rightarrow B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+) = 236 \text{ W.u. !!!}$

$^{140}_{62}\text{Sm}_{78}$

M. Klintefjord et al., Acta Phys. Pol. B46 (2015) 607

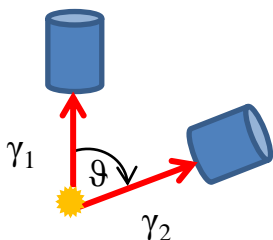
M. Klintefjord et al., PRC 93, 054303 (2016)



# $^{140}\text{Sm}$ : pomiary korelacji kątowych $\gamma$ - $\gamma$

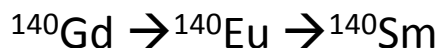
Czy stan o energii 990 keV w  $^{140}\text{Sm}$   
to stan  $0^+$  ?

→ pomiary korelacji kątowych  $\gamma$ - $\gamma$   
w ŚLCJ UW z wykorzystaniem układu  
EAGLE.



Szczegóły eksperymentalne:

▪ Rozpad  $\beta/\text{EC}$

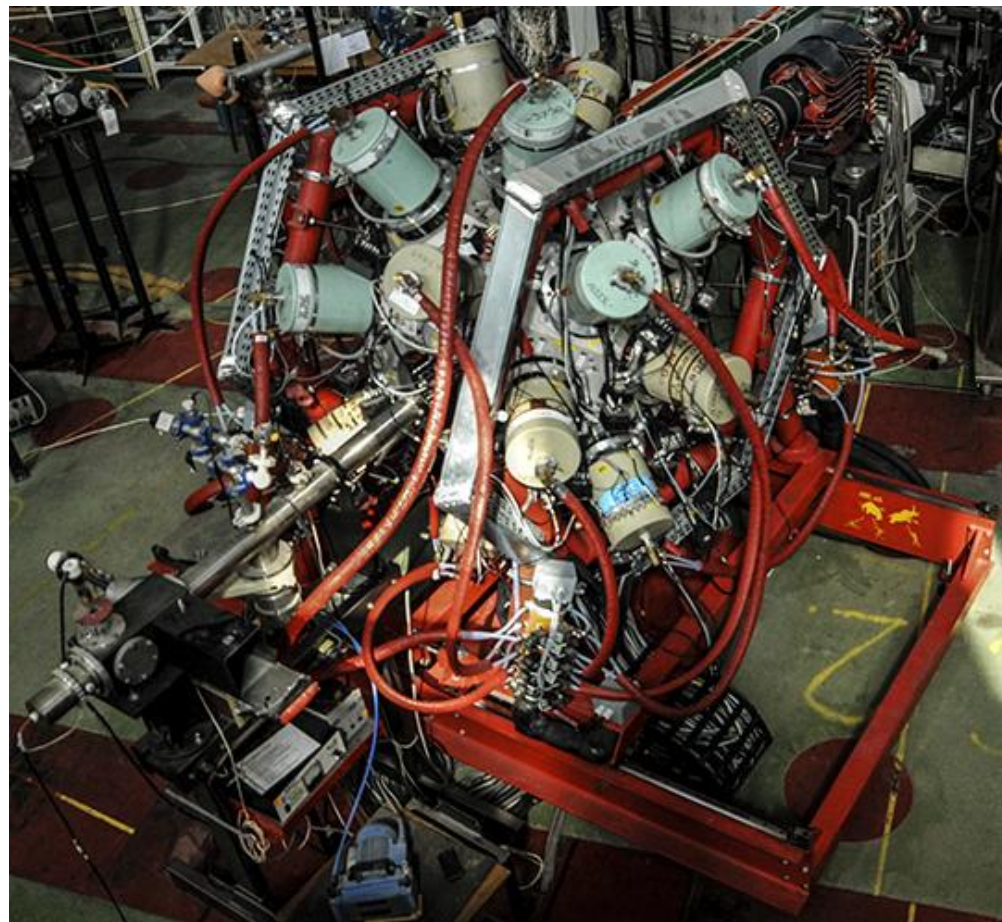


▪  $^{112}\text{Cd}(^{32}\text{S}, p3n)^{140}\text{Eu}$

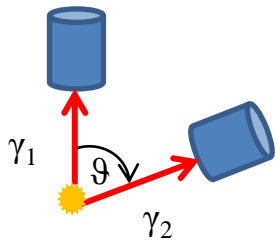
▪  $^{112}\text{Cd}(^{32}\text{S}, 4n)^{140}\text{Gd}$

Energia wiązki: 155 MeV

▪ HPGe  $\theta$ :  $42^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $109^\circ$ ,  $138^\circ$ ,  $18^\circ$



# $^{140}\text{Sm}$ : pomiary korelacji kątowych $\gamma$ - $\gamma$



▪  $\beta/\text{EC}$  decay of  $^{140}\text{Gd} \rightarrow ^{140}\text{Eu} \rightarrow ^{140}\text{Sm}$

Poprzednie pomiary: R.B. Firestone et. al. PRC 43, 1066 (1991)

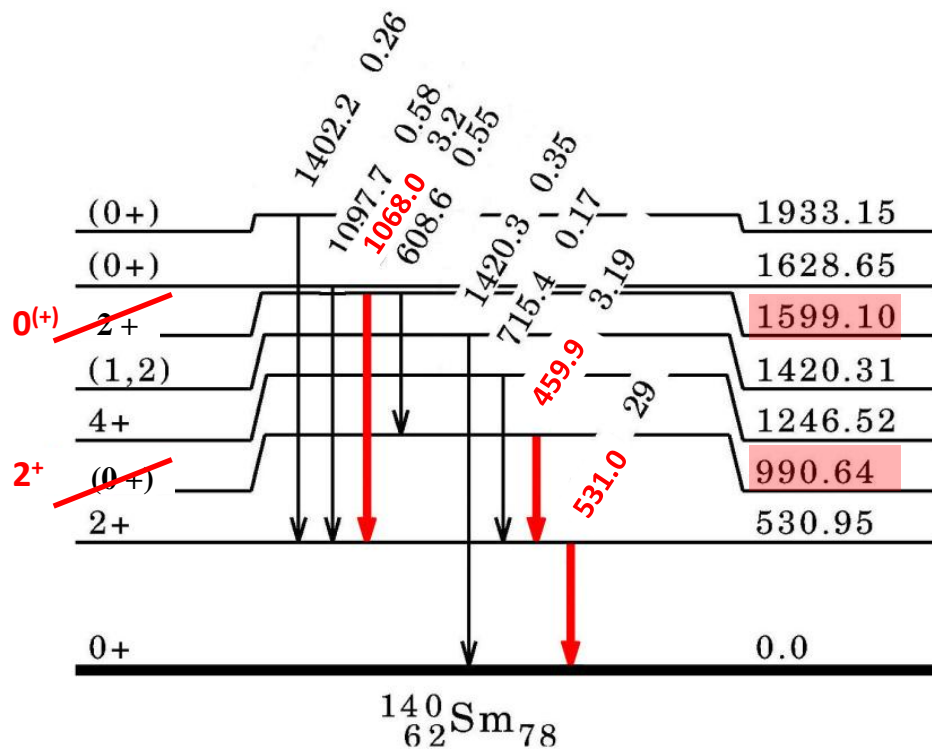
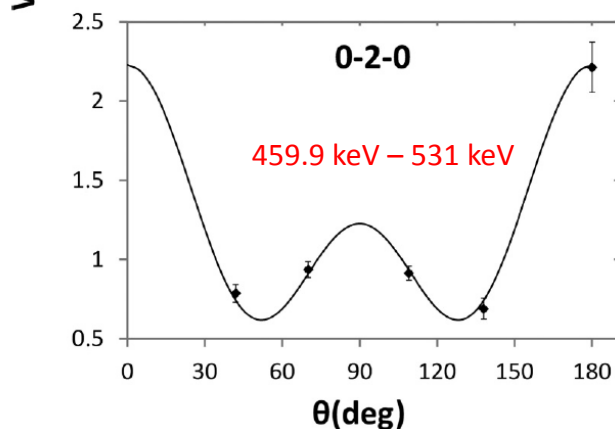
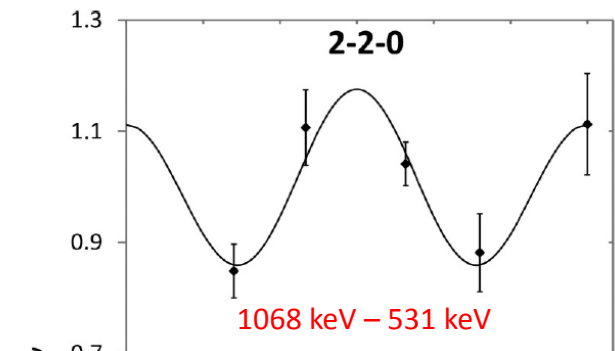
▪  $^{112}\text{Cd}(^{32}\text{S}, \text{p}3\text{n})^{140}\text{Eu}$

$^{112}\text{Cd}(^{32}\text{S}, 4\text{n})^{140}\text{Gd}$

Energia wiązki: 155 MeV

▪ HPGe  $\theta$ : 42°, 70°, 109°, 138°, 180°

$$W_{\gamma\gamma} = 1 + A_{22}P_2(\cos \vartheta) + A_{44}P_4(\cos \vartheta)$$



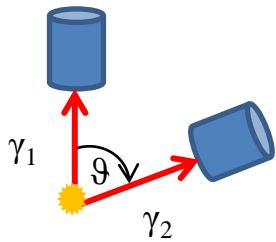
- stan  $2^+$  o energii 991 keV; czyste przejście  $E2$   $2^+_2 \rightarrow 2^+_1$
- stan  $0(+)$  o energii 1599 keV

$$^{140}\text{Sm}: B(E2; 2^+_2 \rightarrow 2^+_1) = 0.35(5) e^2b^2 \rightarrow 82 \text{ W.u.}$$

$$\text{RDDs@HIL}: B(E2; 2^+_1 \rightarrow 0^+_1) = 51(4) \text{ W.u.} \rightarrow \tau(2^+_1) = 9.1(6) \text{ ps}$$



# $^{140}\text{Sm}$ : pomiary korelacji kątowych $\gamma$ - $\gamma$



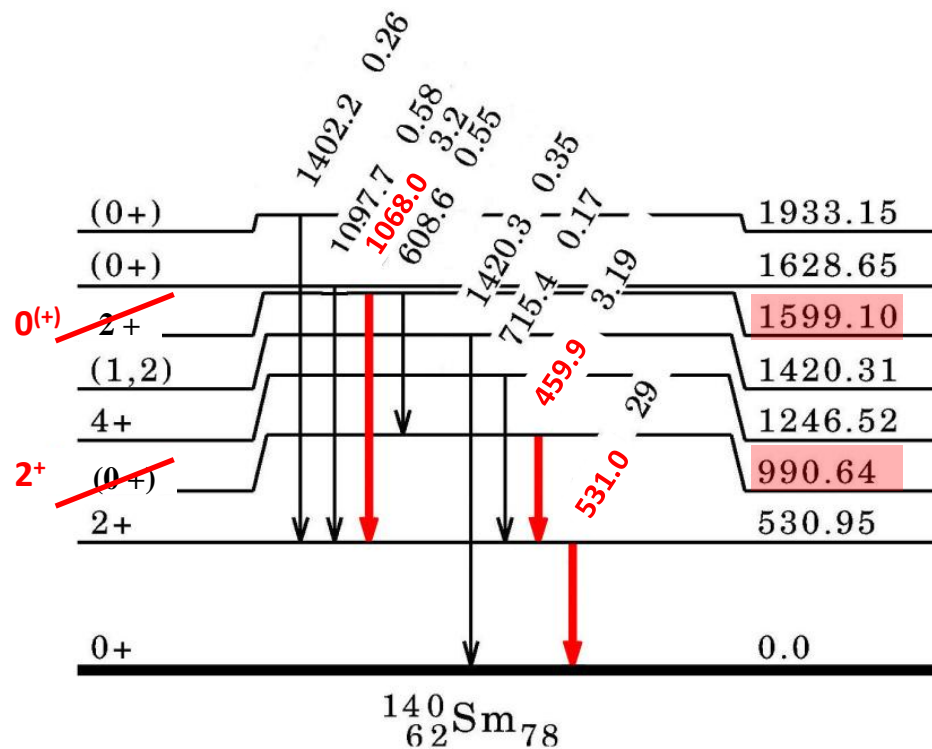
▪  $\beta/\text{EC}$  decay of  $^{140}\text{Gd} \rightarrow ^{140}\text{Eu} \rightarrow ^{140}\text{Sm}$

▪  $^{112}\text{Cd}(^{32}\text{S}, \text{p}3\text{n})^{140}\text{Eu}$

$^{112}\text{Cd}(^{32}\text{S}, 4\text{n})^{140}\text{Gd}$

Energia wiązki: 155 MeV

▪ HPGe  $\theta$ :  $42^\circ, 70^\circ, 109^\circ, 138^\circ, 180^\circ$



data. The results indicate that  $^{140}\text{Sm}$  shows considerable  $\gamma$  softness, but in contrast to earlier speculation no signs of shape coexistence at low excitation energy. This work sheds more light on the onset of deformation and collectivity in this mass region.

*M. Klintefjord et al., PRC 93, 054303 (2016)*

# Rozdział 8

Kwadrupolowe deformacje jąder atomowych  
wyznaczone w eksperymentach wzbudzeń  
kulombowskich

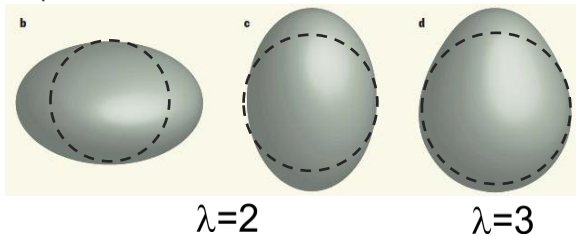
1. Metoda: *nieważone energetycznie kwadrupolowe reguły sum*
2. Przykłady:
  - $^{96,98,100}\text{Mo}$
  - $^{76,78}\text{Kr}$
  - $^{96,98}\text{Sr}$
  - $^{42}\text{Ca}$
3. Podsumowanie.

# Opis kształtu jąder atomowych

równanie powierzchni jądrowej:

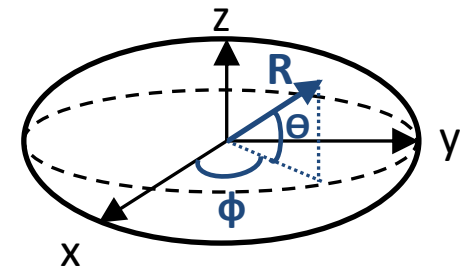
$$R(\theta, \phi) = R_0 \left[ 1 + \sum_{\lambda=0}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} a_{\lambda, \mu} Y_{\lambda \mu}(\theta, \phi) \right]$$

Rys.: Nature 497, 190 (2013)



$\lambda=2$

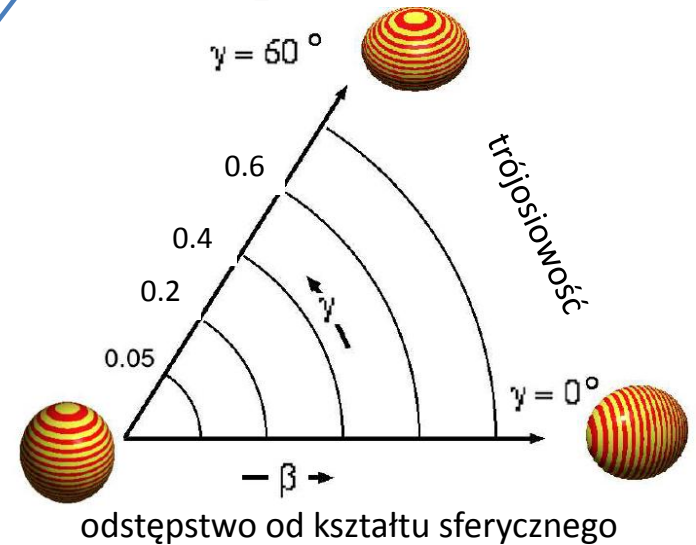
$\lambda=3$



$$a_{2,0} = \beta \cos \gamma \quad a_{2,2} = a_{2,-2} = \frac{\beta \sin \gamma}{\sqrt{2}}$$

$$a_{2,1} = a_{2,-1} = 0$$

$$\beta \geq 0, \gamma \in \langle 0^\circ, 60^\circ \rangle$$



Rys.: M. Zielińska, praca doktorska, UW 2005

Parametry deformacji kwadrupolowej jądra można wyrazić przez **zredukowane elementy macierzone przejść E2** wyznaczanych w eksperymentach wzbudzeń kulombowskich. Kształt jądra może być określony **w każdym stanie** niezależnie.

$$Q \leftrightarrow \beta$$

$$\delta \leftrightarrow \gamma$$

**Metoda kwadrupolowych reguł sum:**

*K. Kumar, Phys. Rev. Lett. 28, 249 (1972)*

*D. Cline, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 36, 683 (1986)*

# Metoda nieważonych energetycznie kwadrupolowych reguł sum – idea rachunku

- Pozwala na wyrażenie **kształtu** jądra, określonego w **układzie wewnętrznym**, przez wielkości mierzone w **układzie laboratoryjnym**.
- Operator elektryczny przejścia kwadrupolowego jest **tensorem sferycznym** rzędu drugiego.
- Możliwe jest takie złożenie operatorów przejść E2, które w efekcie tworzy **tensor rzędu zerowego**, np.:

$$[E2 \times E2]^0 \quad \{[E2 \times E2]^2 \times E2\}^0$$

- Takie złożenia operatorów E2 są **skalarami** → wielkościami niezależnymi od układu odniesienia (niezmienniczy względem transformacji między układami).
- Otrzymany tak niezmiennik można wyrazić przez:

← elementy macierzowe przejść E2 (LAB)

↘ parametry kształtu jądra określone w jego układzie wewnętrznym.

# Metoda kwadrupolowych reguł sum

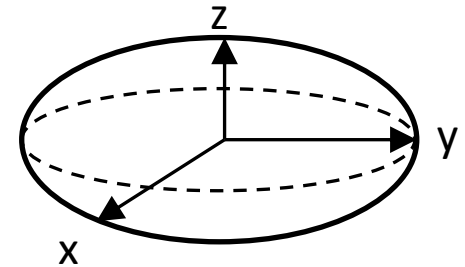
## – parametry deformacji $Q$ i $\delta$

- W układzie związanym z osiami głównymi jądra atomowego **współczynniki rozwinięcia na harmoniki sferyczne operatora przejścia  $E2$**  można wyrazić:

$$E(2, 0) = Q \cos \delta,$$

$$E(2, 1) = E(2, -1) = 0,$$

$$E(2, 2) = E(2, -2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot Q \sin \delta$$



miara całkowitej deformacji

miara odstępstwa od kształtu osiowosymetrycznego

- Zazwyczaj kształty jader atomowych opisywane są przez parametry Bohra  **$\beta$  i  $\gamma$**  związane z **rozkładem masy** w jądrze atomowym.
- Parametry  **$Q$  i  $\delta$**  są analogami tych wielkości, ale opisują **rozkład ładunku** w jądrze.

# Metoda kwadрупolowych reguł sum – złożenie operatorów E2

- Korzystając z powyższej parametryzacji można policzyć wartości złożenia operatorów E2 tworzących tensor zerowego rzędu:

$$[E2 \times E2]^0 = \frac{Q^2}{\sqrt{5}} \quad \{[E2 \times E2]^2 \times E2\}^0 = \sqrt{\frac{2}{35}} Q^3 \cos 3\delta$$

- Z drugiej strony, korzystając z twierdzenia o rozkładzie na stany pośrednie, można wyrazić **element macierzowy złożenia operatorów E2** poprzez **zredukowane elementy macierzowe przejść E2**:

$$\langle f || [E2 \times E2]^J || i \rangle = \frac{(-1)^{I_i + I_f}}{\sqrt{(2I_f + 1)}} \sum_t \langle f || E2 || t \rangle \langle t || E2 || i \rangle \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & J \\ I_f & I_i & I_t \end{matrix} \right\}$$

↓  
współczynnikiem 6-j Wignera

# Metoda kwadrupolowych reguł sum

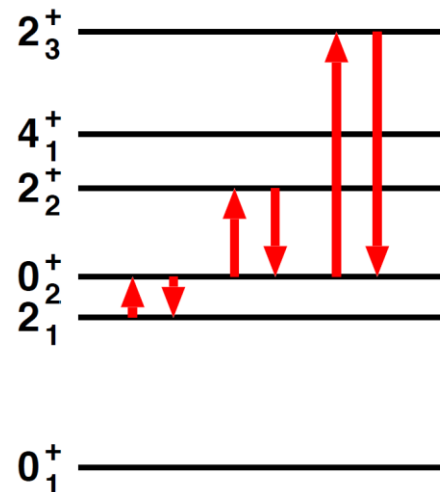
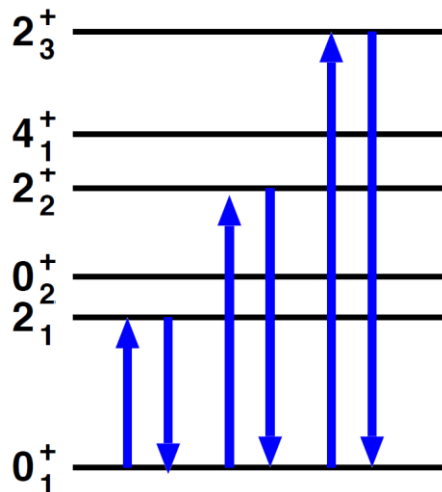
– wyznaczenie całkowitej deformacji kwadrupolowej jądra  
w danym stanie wzbudzonym



- W przypadki złożenia najniższych rzędów:

$$\frac{\langle Q^2 \rangle}{\sqrt{5}} = \langle i | [E2 \times E2]^0 | i \rangle = \frac{1}{\sqrt{(2I_i + 1)}} \sum_t \langle i || E2 || t \rangle \langle t || E2 || i \rangle \begin{Bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ I_i & I_i & I_t \end{Bmatrix}$$

Przykład: wyznaczenie całkowitej deformacji kwadrupolowej  $\langle Q^2 \rangle$  dla stanów  $0^+$ :

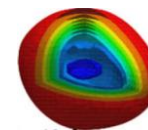


$$\langle Q^2 \rangle \sim \beta$$

$$\sim B(E2; 0^+_{1/2} \rightarrow 2^+_{1,2,3,\dots})$$

# Metoda kwadrupolowych reguł sum

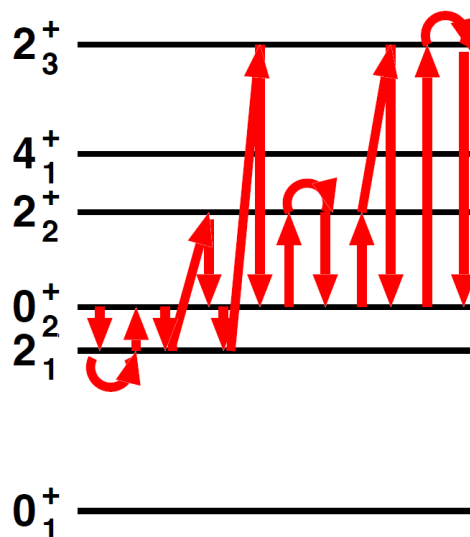
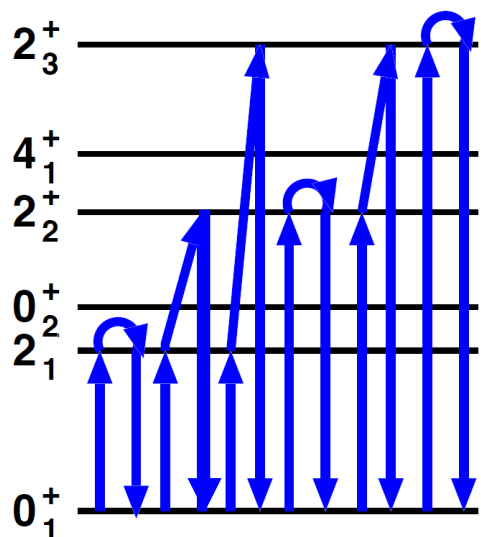
– wyznaczenie trójosiowości jądra  
w danym stanie wzbudzonym



$$\sqrt{\frac{2}{35}} \langle Q^3 \cos 3\delta \rangle = \langle i | \{ [E2 \times E2]^2 \times E2 \}^0 | i \rangle$$

$$= \frac{\mp 1}{(2I_i + 1)} \sum_{t,u} \langle i || E2 || u \rangle \langle u || E2 || t \rangle \langle t || E2 || i \rangle \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 2 \\ I_i & I_t & I_u \end{matrix} \right\}$$

Przykład: wyznaczenie parametru asymetrii  $\langle \cos 3\delta \rangle$  dla stanów  $0^+$ :



$$\langle \cos 3\delta \rangle \sim \gamma$$

$$\sim \frac{M(E2; 0^+ \rightarrow 2^+_j)}{M(E2; 2^+_i \rightarrow 2^+_j)}$$

$$Q_{sp}(2^+_j)$$

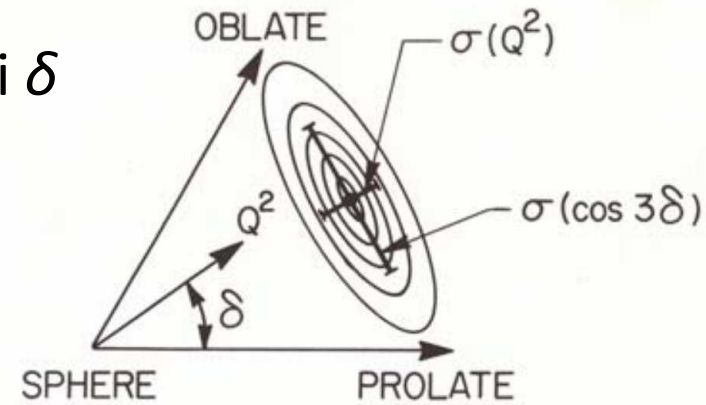
względne znaki ME2



# Metoda kwadrupolowych reguł sum

– wyznaczenie „miękości” parametrów  $Q$  i  $\delta$

Do wyznaczenia „miękości” parametrów  $Q$  i  $\delta$ ,  $\sigma(Q^2)$  i  $\sigma(\cos 3\delta)$ , potrzebna jest informacja o niezmiennikach wyższego rzędu, tj.:  $\langle Q^4 \rangle$ ,  $\langle Q^6 \rangle$ ,  $\langle Q^3 \cos^2(3\delta) \rangle$ .



Niezmienniki wyższego rzędu konstruowane są ze złożenia większej liczby operatorów  $E_2$ .

→ *Przykład:* złożenie czterech operatorów  $E_2$  do tensora zerowego rzędu może przebiegać na trzy sposoby różniące się rzędem tensora pośredniego  $J = 0, 2, 4$ :

$$\{[E_2 \times E_2]^0 \times [E_2 \times E_2]^0\}^0 = \frac{1}{5} Q^4$$

$$\{[E_2 \times E_2]^2 \times [E_2 \times E_2]^2\}^0 = \frac{1}{7\sqrt{5}} Q^4$$

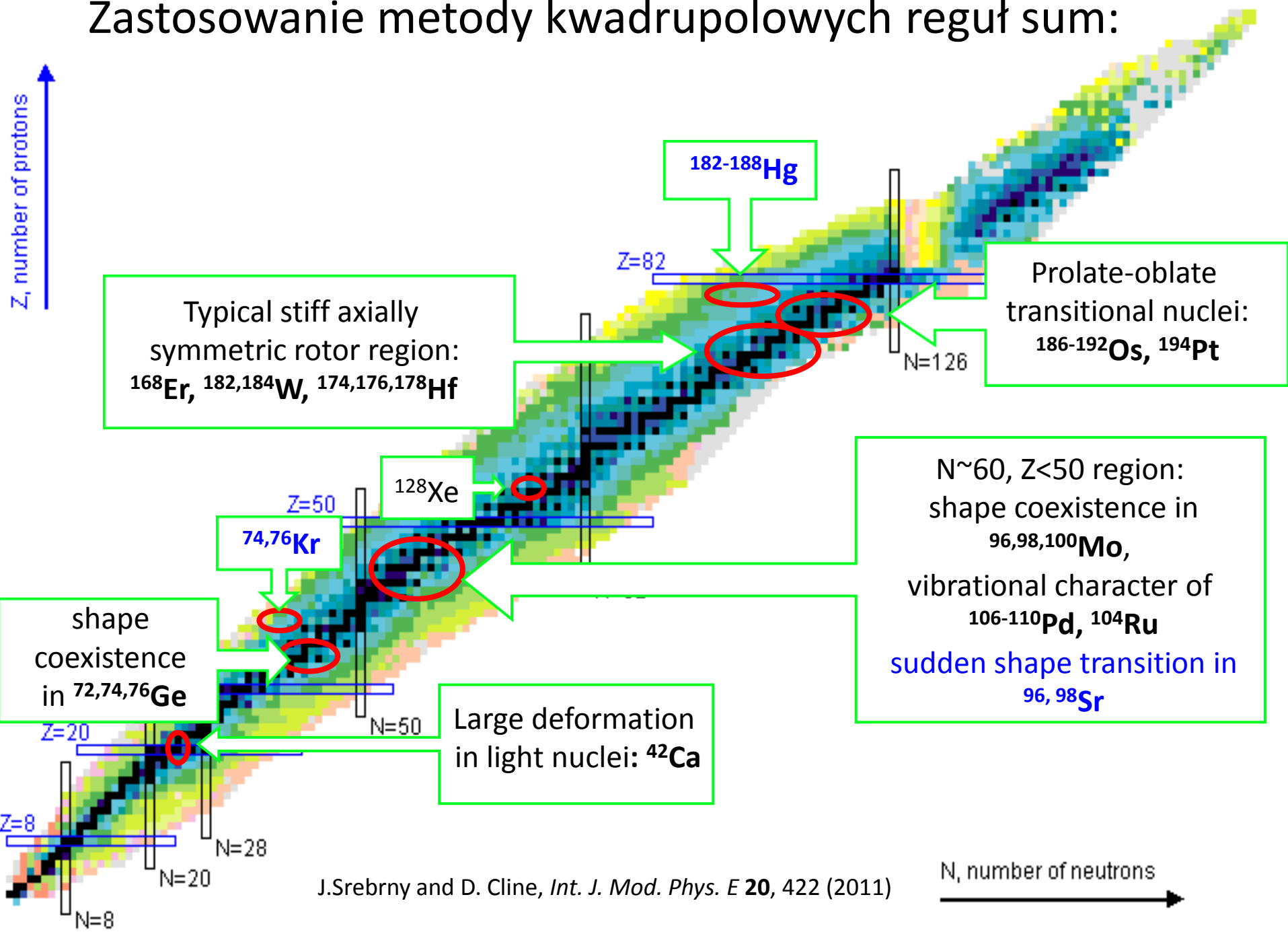
$$\{[E_2 \times E_2]^4 \times [E_2 \times E_2]^4\}^0 = \frac{6}{35} Q^4$$

$$\sigma(Q^2) = \sqrt{\langle Q^4 \rangle - \langle Q^2 \rangle^2}$$

$$\sigma(\cos 3\delta) = \sqrt{\frac{\langle Q^6 \cos^2 3\delta \rangle}{\langle Q^6 \rangle} - \frac{\langle Q^3 \cos 3\delta \rangle}{\langle Q^3 \rangle}}$$


$$\begin{aligned} \langle i | \{ [E_2 \times E_2]^J \times [E_2 \times E_2]^J \}^0 | i \rangle &= \\ &= \frac{\sqrt{2J+1}}{(2I_i+1)} \sum_{r,t,u} \langle i || E_2 || r \rangle \langle r || E_2 || t \rangle \langle t || E_2 || u \rangle \langle u || E_2 || i \rangle \times \\ &\times \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & J \\ I_i & I_r & I_t \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & J \\ I_i & I_r & I_u \end{matrix} \right\} (-1)^{I_i - I_r} \end{aligned}$$

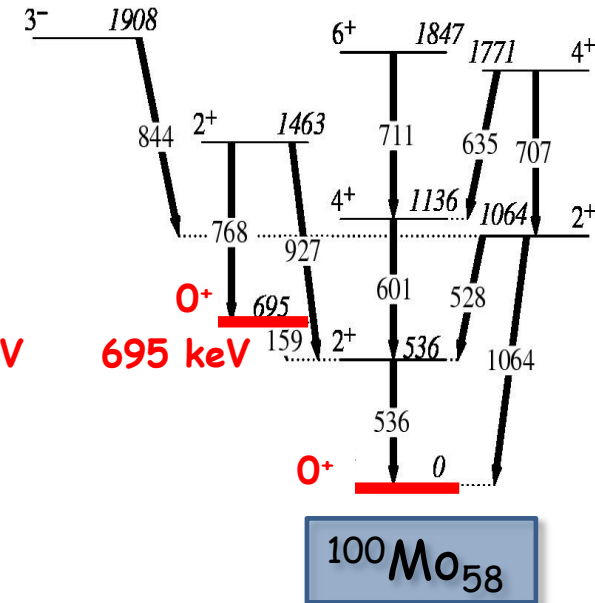
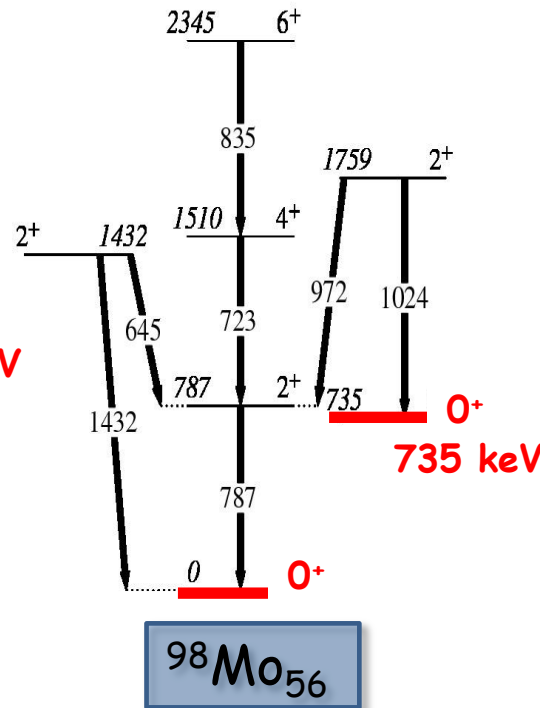
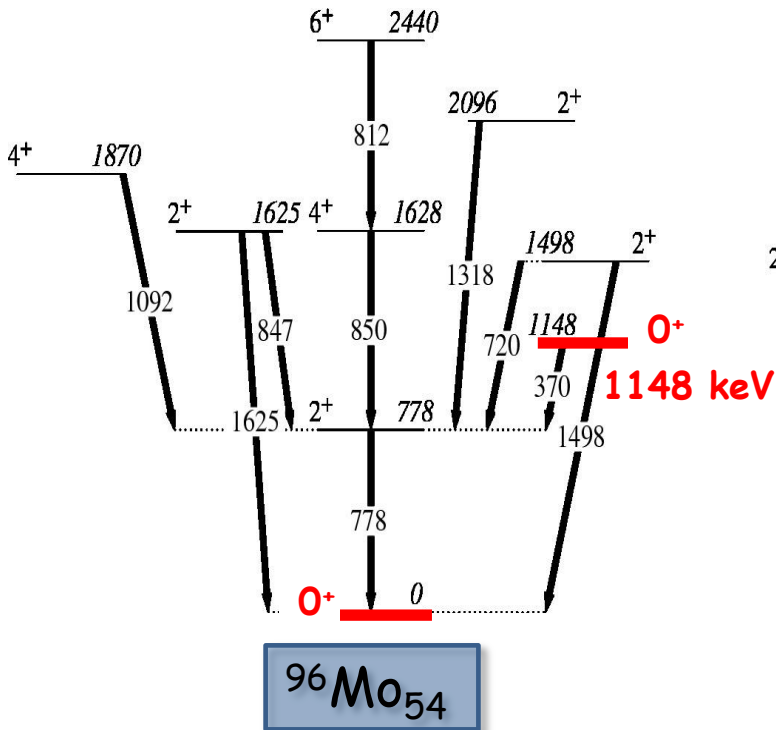
# Zastosowanie metody kwadрупolowych reguł sum:



# Badanie koegzystencja kształtu w jądrach atomowych

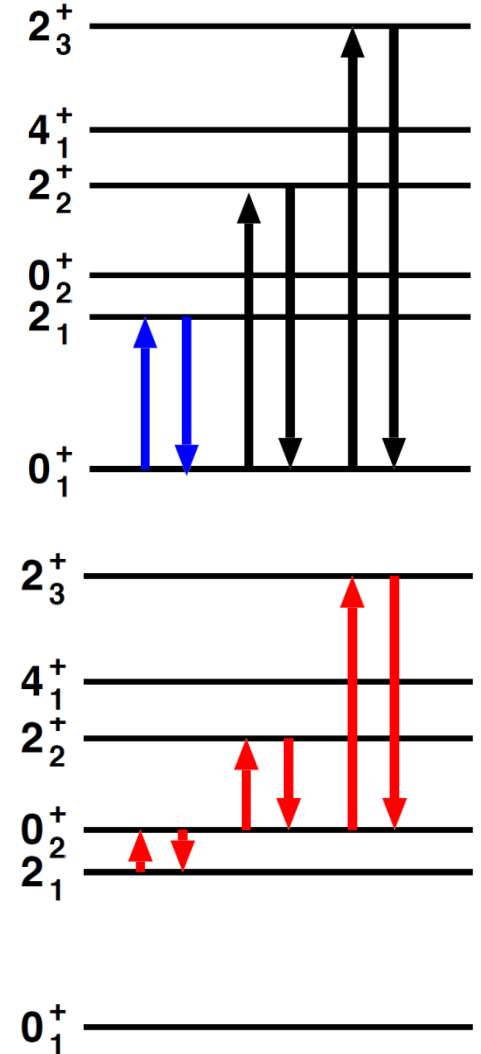
współistnienia różnych kształtów jądra atomowego w stanach leżących blisko siebie pod względem energii

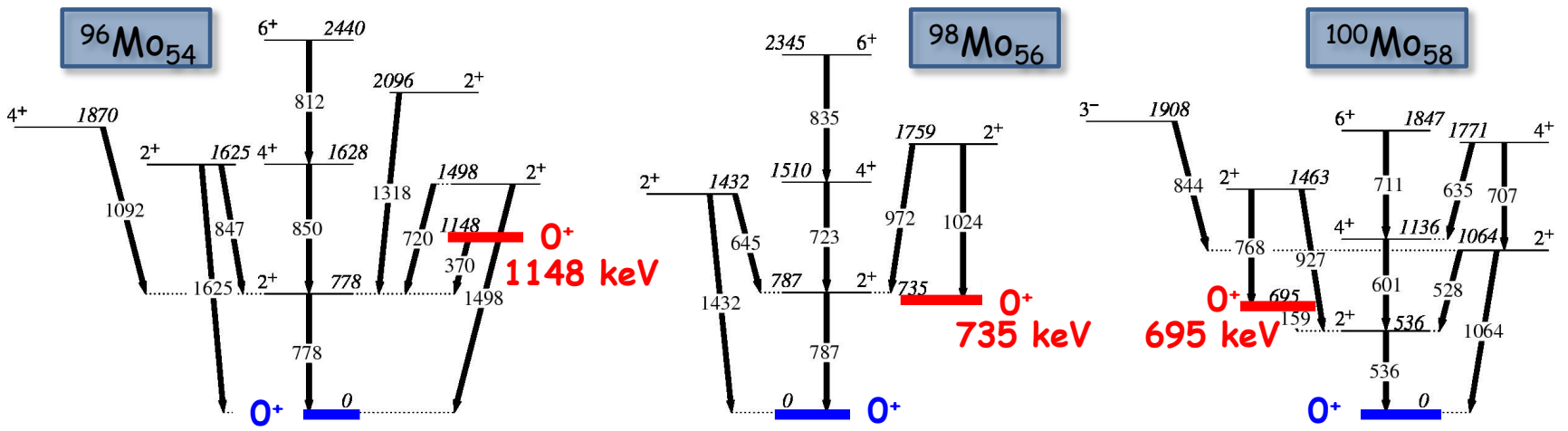
Z	94Ru 51.8 M ε: 100.00%	95Ru 1.643 H ε: 100.00%	96Ru STABLE 5.54%	97Ru 2.83 D ε: 100.00%	98Ru STABLE 1.87%	99Ru STABLE 12.76%	100Ru STABLE 12.60%			
	93Tc 2.75 H ε: 100.00%	94Tc 293 M ε: 100.00%	95Tc 20.0 H ε: 100.00%	96Tc 4.28 D ε: 100.00%	97Tc 4.21E+6 Y ε: 100.00%	98Tc 4.2E+6 Y β: 100.00%	99Tc 2.111E+5 Y β: 100.00%		100Tc 15.46 S β: 100.00%	101Tc 14.02 M β: 100.00%
	92Mo STABLE 14.53%	93Mo 4.0E+3 Y ε: 100.00%	94Mo STABLE 9.15%	95Mo STABLE 15.84%	<b>96Mo</b>	97Mo STABLE 9.60%	<b>98Mo</b>		99Mo 65.976 H β: 100.00%	<b>100Mo</b>
	91Nb 6.8E+2 Y ε: 100.00%	92Nb 3.47E+7 Y ε: 100.00%	93Nb STABLE 100%	94Nb 2.03E+4 Y β: 100.00%	95Nb 34.991 D β: 100.00%	96Nb 23.35 H β: 100.00%	97Nb 72.1 M β: 100.00%		98Nb 2.86 S β: 100.00%	99Nb 15.0 S β: 100.00%
	90Zr STABLE 51.45%	91Zr STABLE 11.22%	92Zr STABLE 17.15%	93Zr 1.61E+6 Y β: 100.00%	94Zr STABLE 17.38%	95Zr 64.032 D β: 100.00%	96Zr 2.35E+19 Y 2.80% 2β		97Zr 16.749 H β: 100.00%	98Zr 30.7 S β: 100.00%
	<b>N=50</b>			52	54	56	58	N		



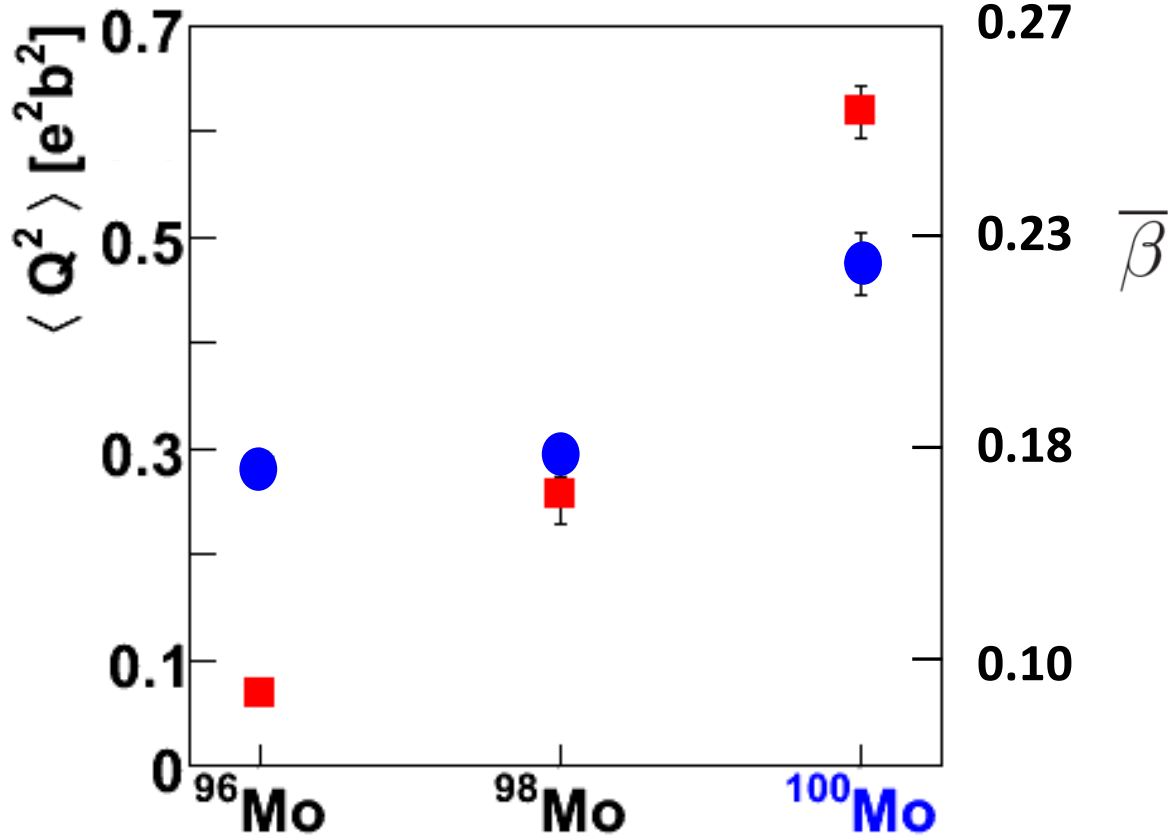
# Wyznaczanie wartości $\langle Q^2 \rangle$ w $^{100}\text{Mo}$

state	loop	contributions to $\langle Q^2 \rangle$ [ $e^2b^2$ ]
$0_1^+$	$\langle 0_1^+   E2   2_1^+ \rangle \langle 2_1^+   E2   0_1^+ \rangle$	0.46
	$\langle 0_1^+   E2   2_2^+ \rangle \langle 2_2^+   E2   0_1^+ \rangle$	0.01
	$\langle 0_1^+   E2   2_3^+ \rangle \langle 2_3^+   E2   0_1^+ \rangle$	0.0002
	Total	0.48
$0_2^+$	$\langle 0_2^+   E2   2_1^+ \rangle \langle 2_1^+   E2   0_2^+ \rangle$	0.26
	$\langle 0_2^+   E2   2_2^+ \rangle \langle 2_2^+   E2   0_2^+ \rangle$	0.10
	$\langle 0_2^+   E2   2_3^+ \rangle \langle 2_3^+   E2   0_2^+ \rangle$	0.25
	Total	0.62



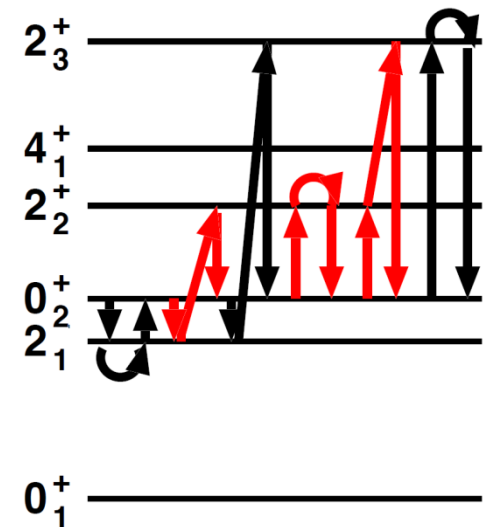
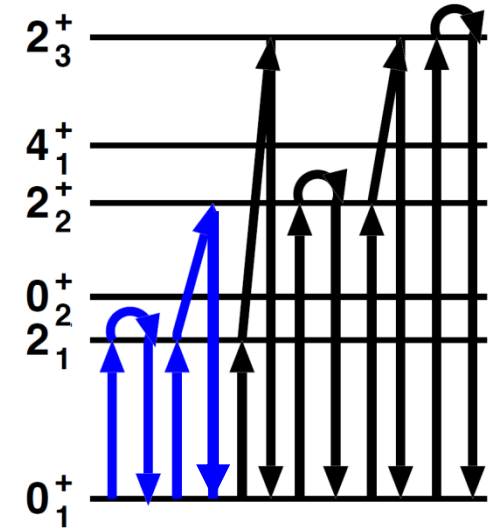


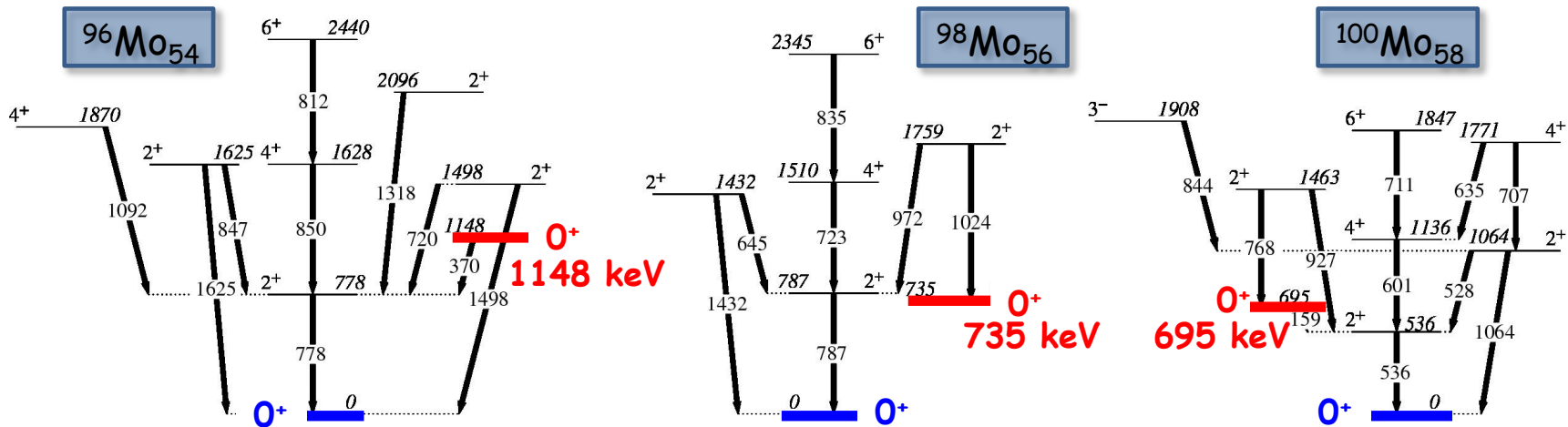
Odstępstwo od kształtu sferycznego



# Wyznaczanie wartości $\langle \cos(3\delta) \rangle$ w $^{100}\text{Mo}$

state	the component $E2 \times E2 \times E2$	contributions to $\langle Q^3 \cos 3\delta \rangle$
$0_1^+$	$\langle 0_1^+   E2   2_1^+ \rangle \langle 2_1^+   E2   2_1^+ \rangle \langle 2_1^+   E2   0_1^+ \rangle$	-0.154
	$\langle 0_1^+   E2   2_1^+ \rangle \langle 2_1^+   E2   2_2^+ \rangle \langle 2_2^+   E2   0_1^+ \rangle$	0.132
	$\langle 0_1^+   E2   2_1^+ \rangle \langle 2_1^+   E2   2_3^+ \rangle \langle 2_3^+   E2   0_1^+ \rangle$	0.002
	$\langle 0_1^+   E2   2_2^+ \rangle \langle 2_2^+   E2   2_2^+ \rangle \langle 2_2^+   E2   0_1^+ \rangle$	0.013
	$\langle 0_1^+   E2   2_2^+ \rangle \langle 2_2^+   E2   2_3^+ \rangle \langle 2_3^+   E2   0_1^+ \rangle$	-0.001
	$\langle 0_1^+   E2   2_3^+ \rangle \langle 2_3^+   E2   2_3^+ \rangle \langle 2_3^+   E2   0_1^+ \rangle$	-0.0001
	Total	-0.008
$0_2^+$	$\langle 0_2^+   E2   2_1^+ \rangle \langle 2_1^+   E2   2_1^+ \rangle \langle 0_2^+   E2   2_1^+ \rangle$	-0.09
	$\langle 0_2^+   E2   2_1^+ \rangle \langle 2_1^+   E2   2_2^+ \rangle \langle 2_2^+   E2   0_2^+ \rangle$	-0.31
	$\langle 0_2^+   E2   2_1^+ \rangle \langle 2_1^+   E2   2_3^+ \rangle \langle 2_3^+   E2   0_2^+ \rangle$	-0.04
	$\langle 0_2^+   E2   2_2^+ \rangle \langle 2_2^+   E2   2_2^+ \rangle \langle 2_2^+   E2   0_2^+ \rangle$	0.12
	$\langle 0_2^+   E2   2_2^+ \rangle \langle 2_2^+   E2   2_3^+ \rangle \langle 2_3^+   E2   0_2^+ \rangle$	-0.13
	$\langle 0_2^+   E2   2_3^+ \rangle \langle 2_3^+   E2   2_3^+ \rangle \langle 2_3^+   E2   0_2^+ \rangle$	-0.06
	Total	-0.51

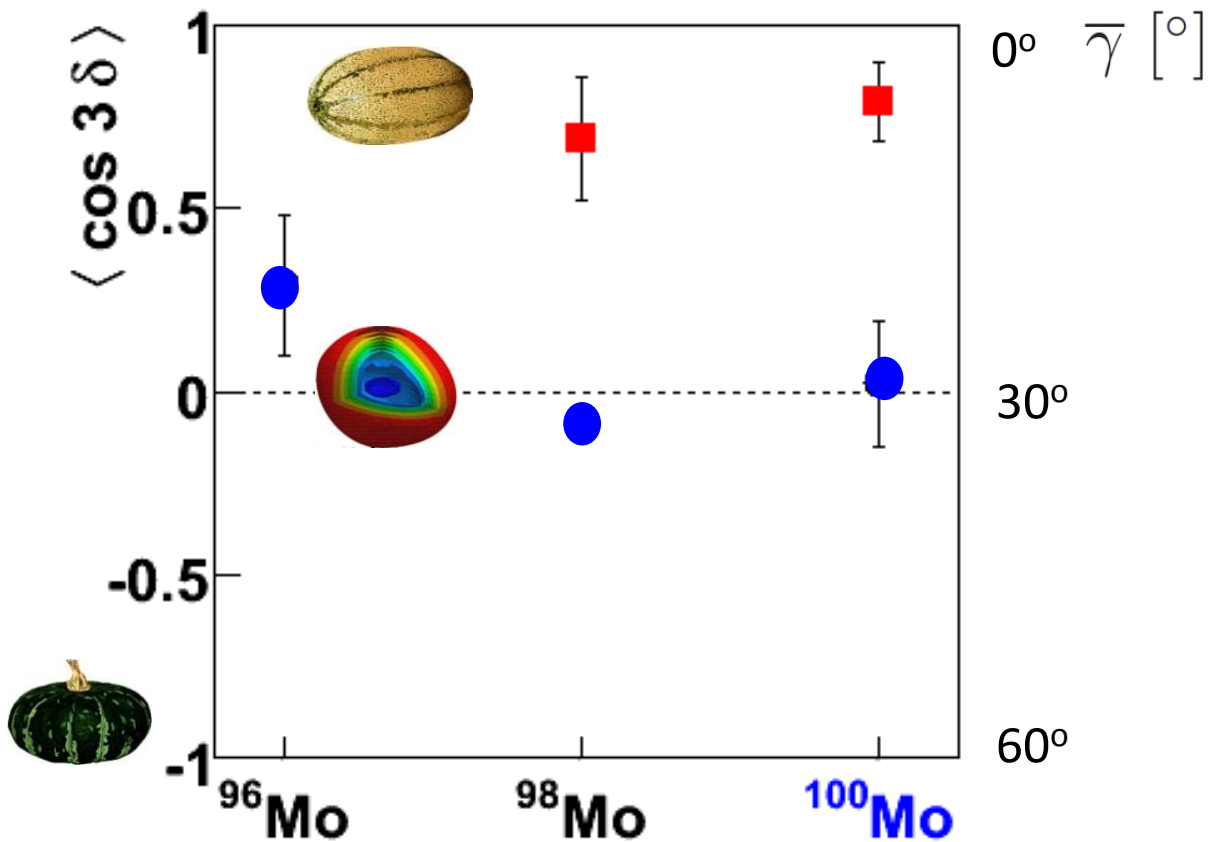




osiowosymetryczny  
wydłużony

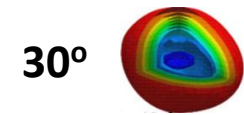
trójosiowość

osiowosymetryczny  
spłaszczony

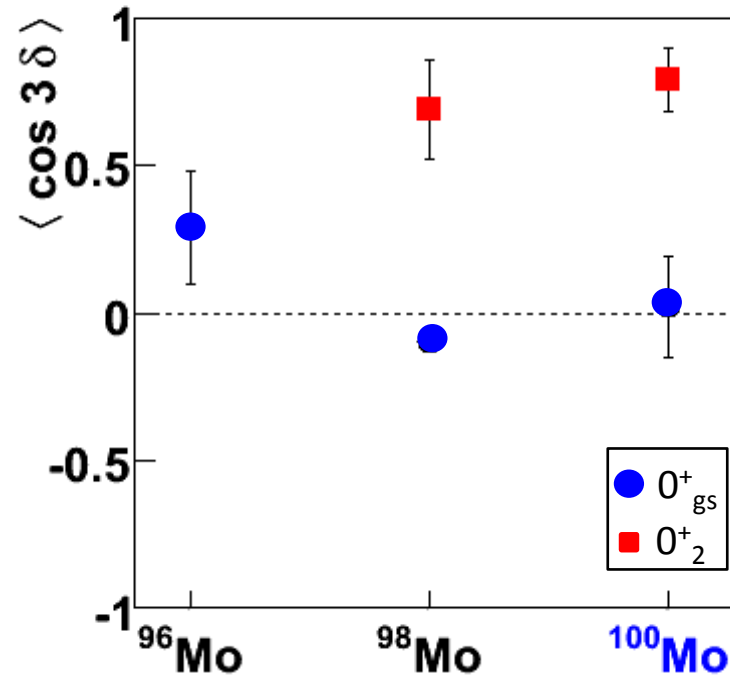
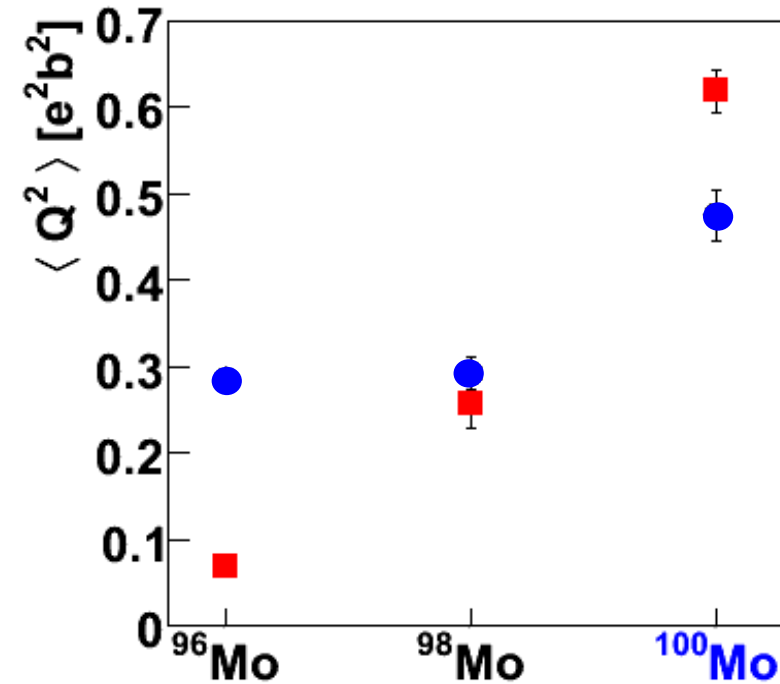


# Koegzystencja kształtu w $^{98,100}\text{Mo}$

$\bar{\gamma}$  [°]



60°



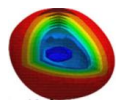
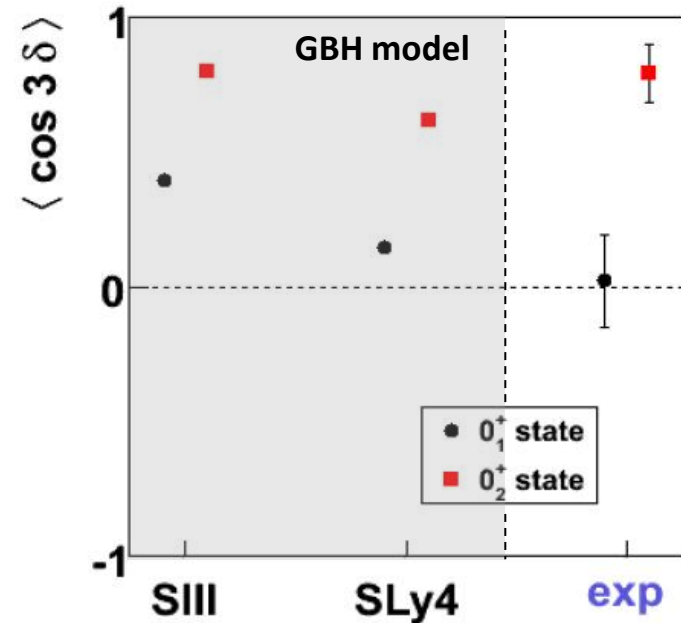
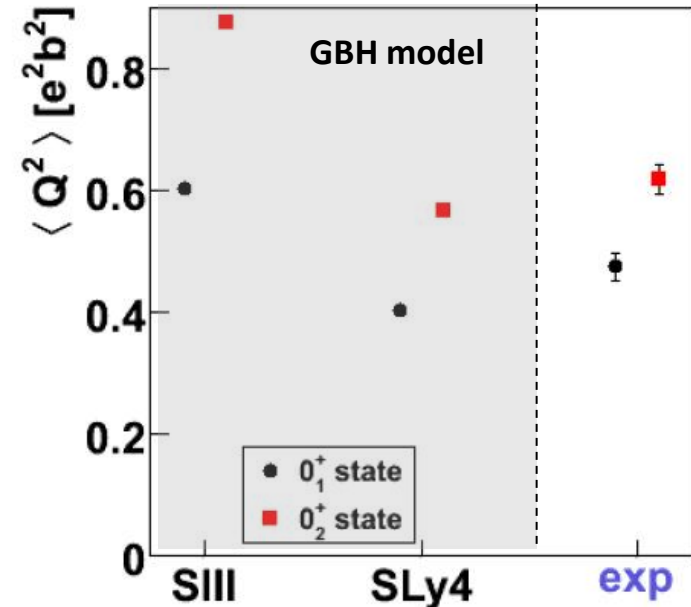
Przy zbliżonej wielkości odstępstwa od kształtu sferycznego występuje **współistnienie trójosiowego kształtu** jąder molibdenu  $^{98,100}\text{Mo}$  w stanie podstawowym  $0^+$  z **wydlużonym** w stanie wzbudzonych  $0^+$ .

*K. Wrzosek-Lipska et al., PRC 86 (2012), M. Zielińska et al., Nucl. Phys. A 712 (2002)*

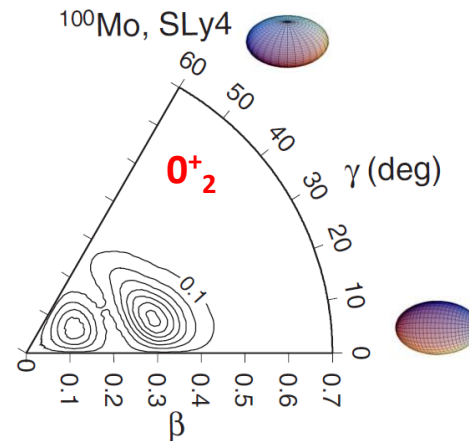
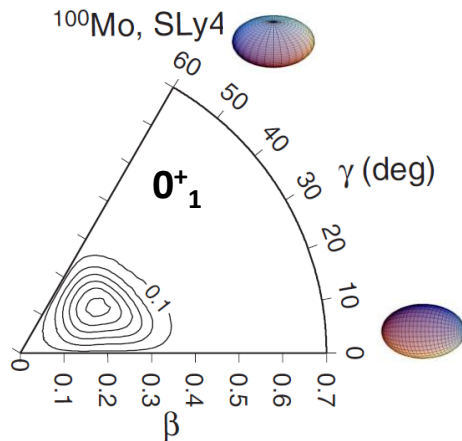


# $^{100}\text{Mo}$ : porównanie z teorią

Uogólniony hamiltonian Bohra z różną parametryzacją oddziaływań Skyrme'a: SIII and SLy4

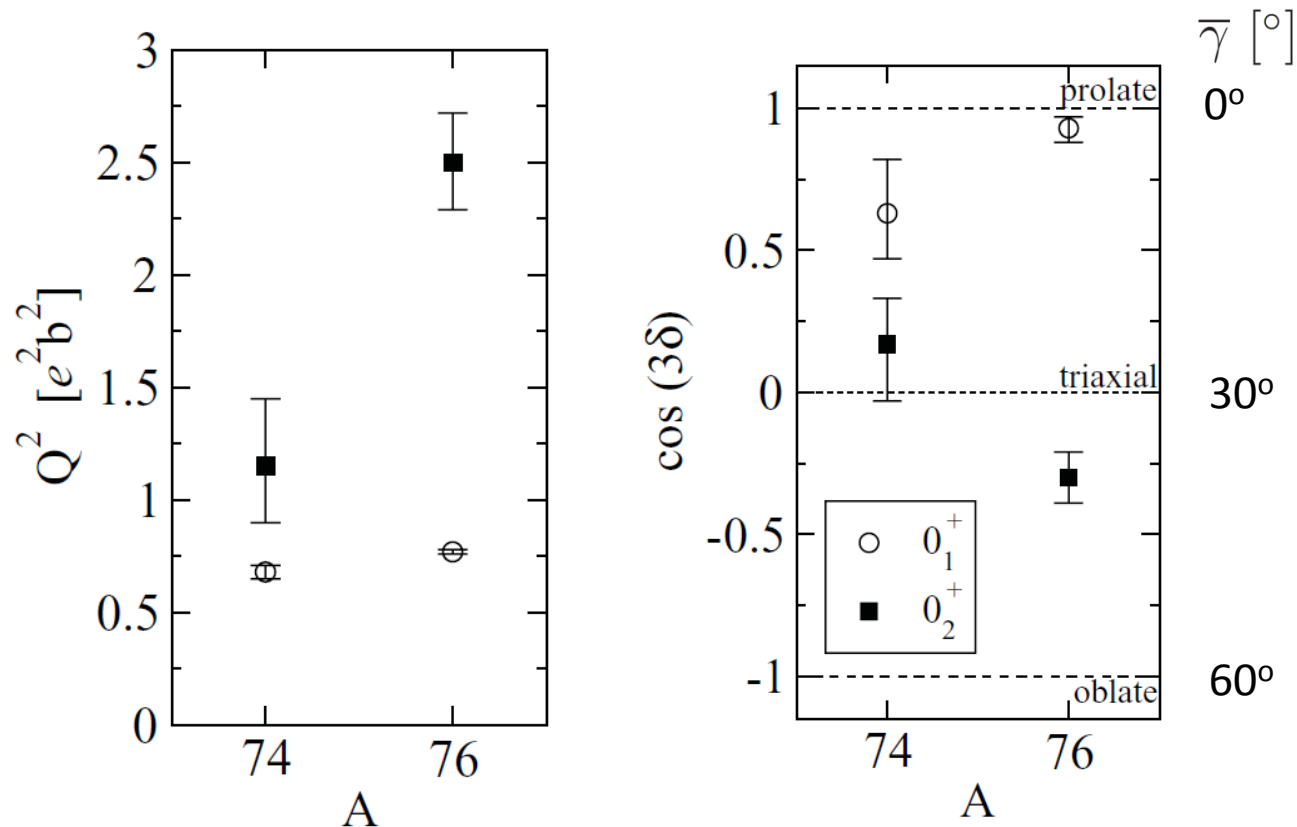


Rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla stanów  $0_1^+$  i  $0_2^+$ :



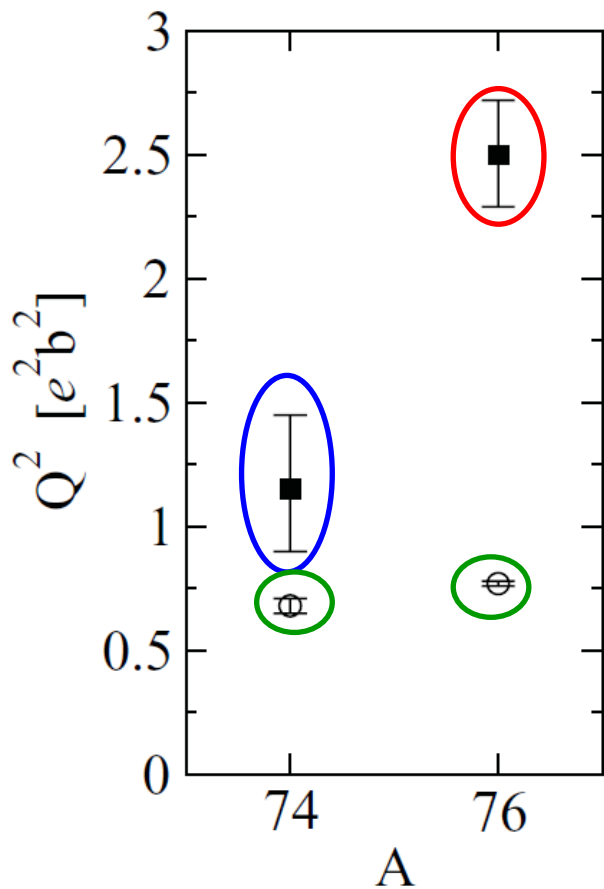
# Deformacja jąder $^{74}\text{Kr}$ i $^{76}\text{Kr}$ w stanach $0^+$

E. Clément et al.,  
PRC 75, 054313 (2007)

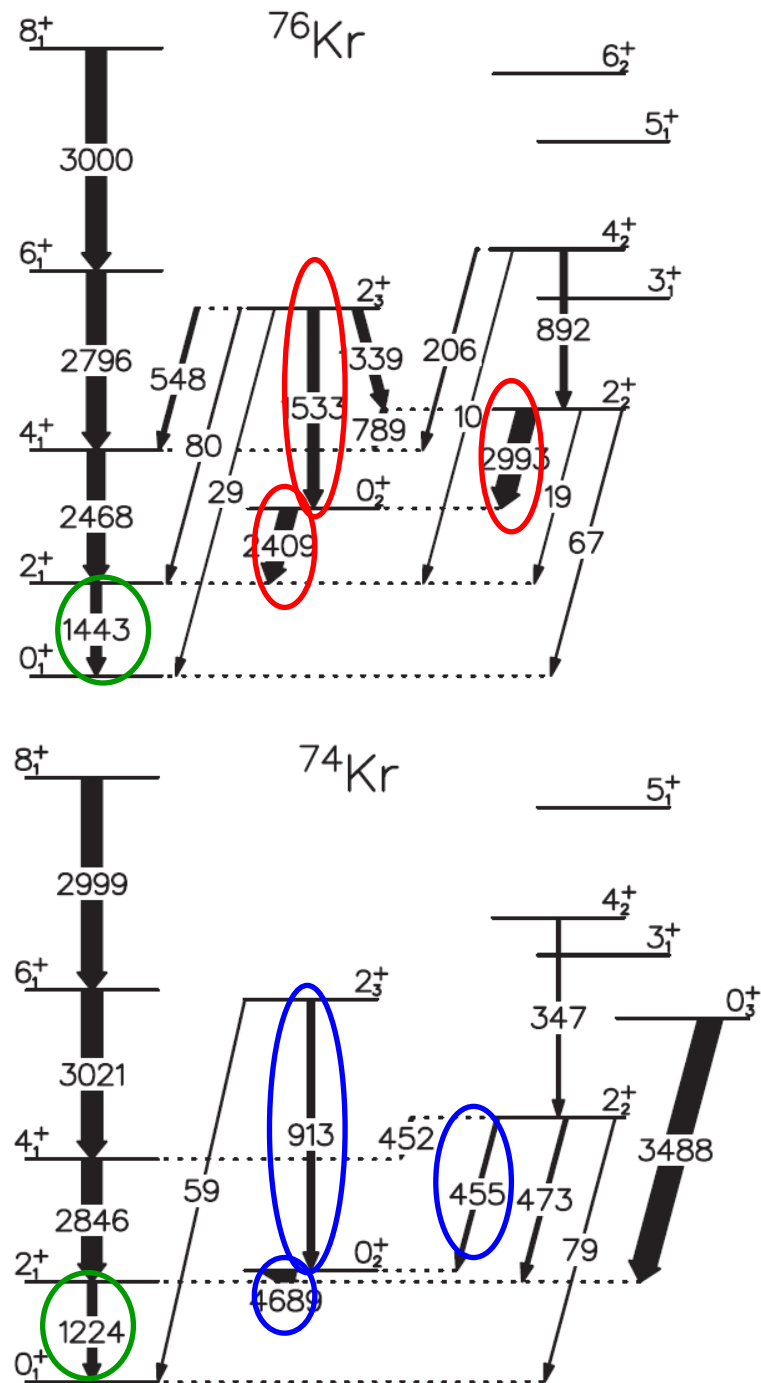


- Zbliżona całkowita deformacja kwadrupolowa jąder  $^{74}\text{Kr}$  i  $^{76}\text{Kr}$  w stanach podstawowych  $0_1^+$ .
- Zdecydowanie większa deformacja jądra  $^{76}\text{Kr}$  w stanie wzbudzonym  $0_2^+$ .
- Jądro  $^{76}\text{Kr}$  w stanie podstawowym  $0_1^+$  przyjmuje kształt symetryczny wydłużony, natomiast jądro  $^{74}\text{Kr}$  w stanie podstawowym  $0_1^+$  ma kształt nieco bardziej asymetryczny.
- Jądro  $^{76}\text{Kr}$  w stanie wzbudzonym  $0_2^+$  ma kształt trójosiowy spłaszczony, podczas gdy deformacja jądra  $^{74}\text{Kr}$  w stanie wzbudzonym  $0_2^+$  osiąga maksymalną trójosiowość.

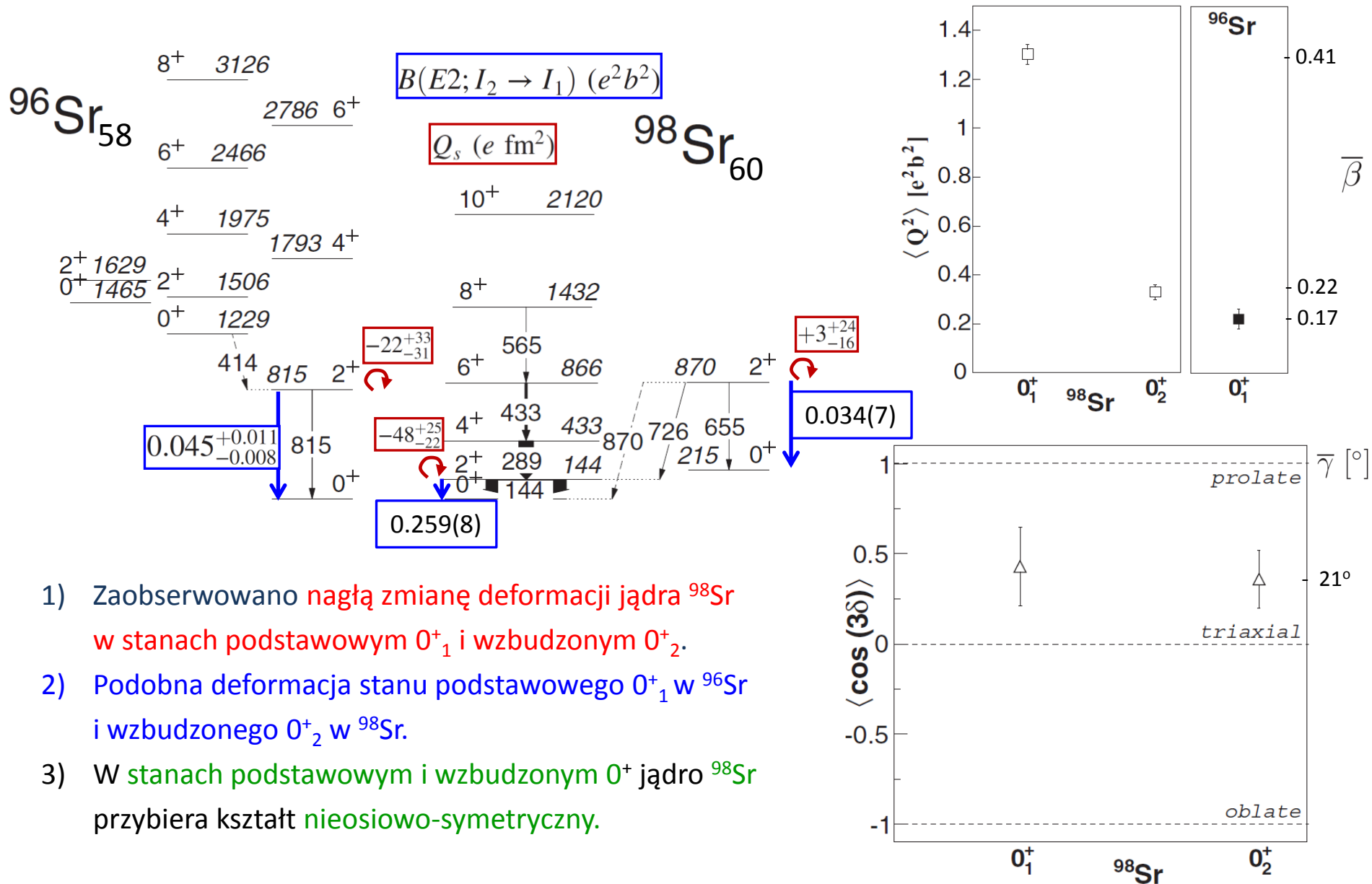
Skąd bierze się tak duża deformacja kwadrupolowa jądra  $^{76}\text{Kr}$  w stanie  $0^+_2$  ?



Przejścia pomiędzy stanami wzbudzonymi w  $^{74}\text{Kr}$  i  $^{76}\text{Kr}$  są oznaczone strzałkami, których szerokość reprezentuje wyznaczone eksperymentalnie wartości przejść  $BE_2$ .



# Zmiana kształtu przy N=60: $^{96,98}\text{Sr}$

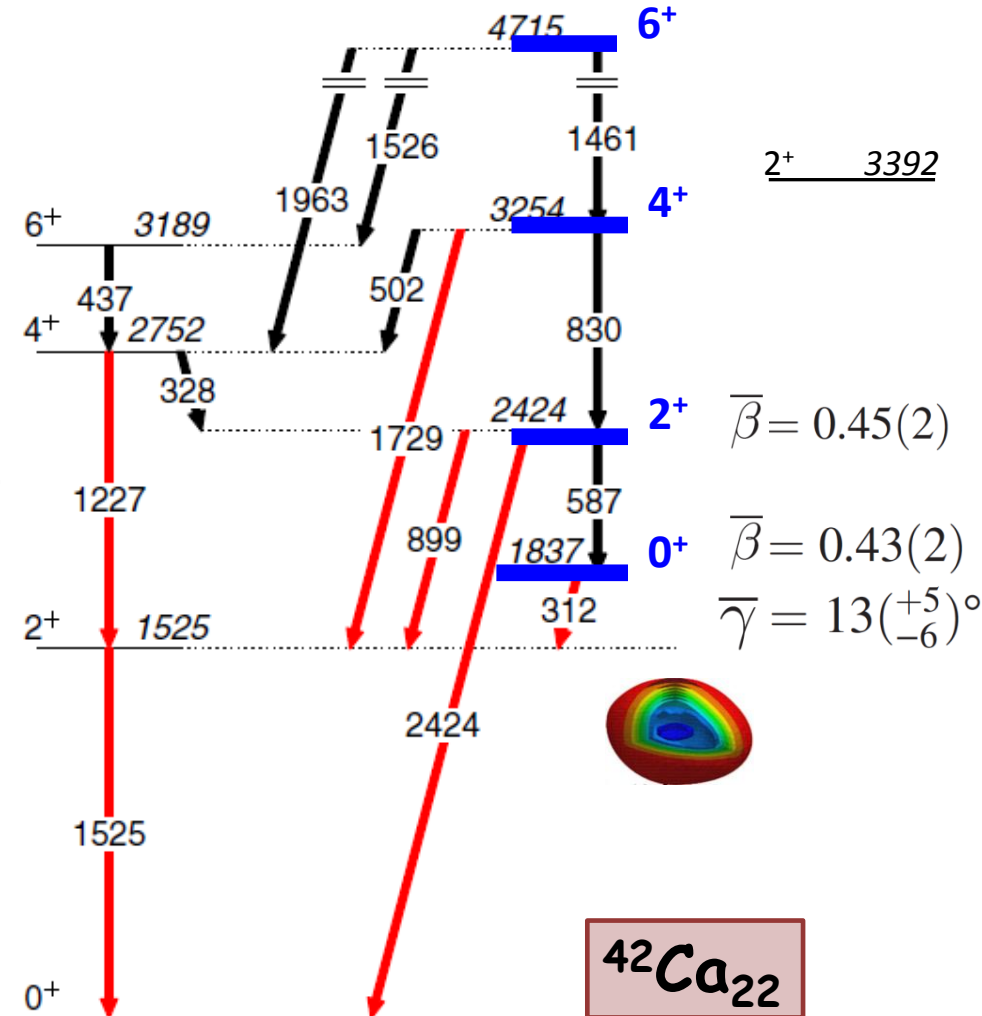


- 1) Zaobserwowano **nagłą** zmianę deformacji jądra  $^{98}\text{Sr}$  w stanach podstawowym  $0_1^+$  i wzbudzonym  $0_2^+$ .
- 2) Podobna deformacja stanu podstawowego  $0_1^+$  w  $^{96}\text{Sr}$  i wzbudzonego  $0_2^+$  w  $^{98}\text{Sr}$ .
- 3) W stanach podstawowym i wzbudzonym  $0^+$  jądro  $^{98}\text{Sr}$  przybiera kształt nieosiowo-symetryczny.

# Superdeformacja pół-magicznego jądra $^{42}\text{Ca}$

K. Hadyńska-Klęk,  
praca doktorska ŚLCJ, WF IFD  
Uniwersytet Warszawski  
PRL 117, 062501 (2016)  
PRC 97, 024326 (2018)

Z	40Ti 52.4 MS Ep: 97.50% E: 100.00%	41Ti 81.9 MS Ep: 100.00% E: 100.00%	42Ti 208.65 MS E: 100.00%	43Ti 509 MS E: 100.00%	44Ti 60.0 Y E: 100.00%	45Ti 184.8 M E: 100.00%	46Ti STABLE 8.25%	47Ti STABLE 7.44%	48Ti STABLE 73.72%
21	39Sc <300 NS P: 100.00%	40Sc 182.3 MS E: 100.00% Ep: 0.44%	41Sc 596.3 MS E: 100.00%	42Sc 680.70 MS E: 100.00%	43Sc 3.891 H E: 100.00%	44Sc 3.97 H E: 100.00%	45Sc STABLE 100%	46Sc 83.79 D β: 100.00%	47Sc 3.3492 D β: 100.00%
Z=20	39Ca 859.6 MS E: 100.00%	40Ca >3.0E+21 Y 96.94% 2E	41Ca 9.94E E: 100.00%	42Ca STABLE 95%	43Ca STABLE 2.09%	44Ca STABLE 2.09%	45Ca 162.61 D β: 100.00%	46Ca >0.28E+16 Y 0.004% 2β	
19	37K 1.226 S E: 100.00%	38K 7.636 M E: 100.00%	39K STABLE 93.2581%	40K 1.248E+9 Y 0.0117% β: 89.28% E: 10.72%	41K STABLE 6.7302%	42K 12.355 H β: 100.00%	43K 22.3 H β: 100.00%	44K 22.13 M β: 100.00%	45K 17.81 M β: 100.00%
18	36Ar STABLE 0.3336%	37Ar 35.04 D E: 100.00%	38Ar STABLE 0.0629%	39Ar 269 Y β: 100.00%	40Ar STABLE 99.6035%	41Ar 109.61 M β: 100.00%	42Ar 32.9 Y β: 100.00%	43Ar 5.37 M β: 100.00%	44Ar 11.87 M β: 100.00%
	18	20	22	24	N				

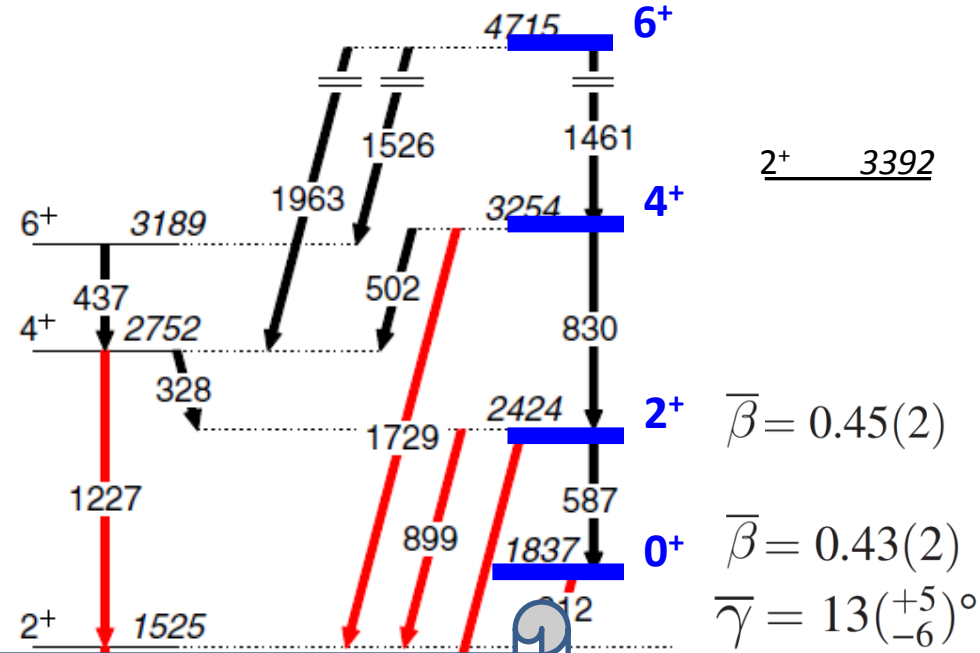


1. Eksperyment wzbudzenia kulombowskiego jąder wiązki  $^{42}\text{Ca}$  na tarczy  $^{208}\text{Pb}$  w LNL Legnaro (komplementarne pomiary w ŚLCJ UW).
2. Wyznaczono bogaty zestaw zredukowanych elementów macierzowych przejść typu  $E2$  opisujących strukturę elektromagnetyczną nisko leżących stanów wzbudzonych w  $^{42}\text{Ca}$ .
3. Metodą nieważonych energetycznie reguł sum wyznaczono parametry deformacji  $^{42}\text{Ca}$  w stanach pasma podstawowego i bocznego.

# Superdeformacja pół-magicznego jądra $^{42}\text{Ca}$

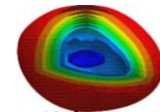
K. Hadyńska-Klęk,  
praca doktorska ŚLCJ, WF IFD  
Uniwersytet Warszawski  
PRL 117, 062501 (2016)  
PRC 97, 024326 (2018)

Z	40Ti 52.4 MS $\epsilon_p$ : 97.50% $\epsilon$	41Ti 81.9 MS $\epsilon_p$ : 100.00% $\epsilon$ : 100.00%	42Ti 208.65 MS $\epsilon$ : 100.00%	43Ti 509 MS $\epsilon$ : 100.00%	44Ti 60.0 Y $\epsilon$ : 100.00%	45Ti 184.8 M $\epsilon$ : 100.00%	46Ti STABLE 8.25%	47Ti STABLE 7.44%	48Ti STABLE 73.72%
21	39Sc <300 NS P: 100.00%	40Sc 182.3 MS $\epsilon$ : 100.00% $\epsilon_p$ : 0.44%	41Sc 596.3 MS $\epsilon$ : 100.00%	42Sc 680.70 MS $\epsilon$ : 100.00%	43Sc 3.891 H $\epsilon$ : 100.00%	44Sc 3.97 H $\epsilon$ : 100.00%	45Sc STABLE 100%	46Sc 83.79 D $\beta$ : 100.00%	47Sc 3.3492 D $\beta$ : 100.00%
Z=20	39Ca 859.6 MS $\epsilon$ : 100.00%	40Ca >3.0E+21 Y 96.94% 2 $\epsilon$	41Ca 9.94E $\epsilon$ : 100.00%	42Ca STABLE 95%	43Ca STABLE 5%	44Ca STABLE 2.09%	45Ca 162.61 D $\beta$ : 100.00%	46Ca >0.28E+16 Y 0.004% 2 $\beta$	
19	37K 1.226 S $\epsilon$ : 100.00%	38K 7.636 M $\epsilon$ : 100.00%	39K STABLE 93.2581%	40K 1.248E+9 Y 0.0117% $\beta$ : 89.28% $\epsilon$ : 10.72%	41K STABLE 6.7302%	42K 12.355 H $\beta$ : 100.00%	43K 22.3 H $\beta$ : 100.00%	44K 22.13 M $\beta$ : 100.00%	45K 17.81 M $\beta$ : 100.00%
18	36Ar STABLE 0.3336%	37Ar 35.04 D $\epsilon$ : 100.00%	38Ar STABLE 0.0629%	39Ar 269 Y $\beta$ : 100.00%	40Ar STABLE 99.6035%	41Ar 109.61 M $\beta$ : 100.00%	42Ar 32.9 Y $\beta$ : 100.00%	43Ar 5.37 M $\beta$ : 100.00%	44Ar 11.87 M $\beta$ : 100.00%
	18	20	22	24	N				



technique. The triaxiality parameter  $\langle \cos(3\delta) \rangle$  measured for the  $0_2^+$  state provides the first experimental evidence for nonaxial character of SD bands in the  $A \sim 40$  mass region.

K. Hadyńska-Klęk et al., PRL 117, 062501 (2016)



$^{42}\text{Ca}_{22}$

$0^+$

# Podsumowanie

- Metoda nieważonych energetycznie kwadrupolowych reguł sum pozwala na wyznaczenie deformacji jądra atomowego (rozkładu ładunku) **w każdym stanie niezależnie** od istniejących modeli jądra atomowego.
- Parametry deformacji  $Q$  i  $\delta$  można bezpośrednio wyrazić poprzez zredukowane elementy macierzowe przejść  $E2$  pomiędzy określonymi stanami jądrowymi.
- Do wyznaczenia parametru asymetrii  $\delta$  kluczowa jest znajomość **momentów kwadrupolowych** stanów wzbudzonych oraz **względnych znaków zredukowanych przejściowych elementów macierzowych  $E2$** .
- Metoda kwadrupolowych reguł sum w ogólności pozwala również na wyznaczenie „miękości” parametrów  $Q$  i  $\delta$ .
- Metoda ta jest szczególnie użyteczna do wyznaczania deformacji kwadrupolowej jądra atomowego w stanach  $0^+$  i badania zjawiska koegzystencji kształtów w jądrach atomowych.