

PRZEGLĄD SYMETRII MINIMÓW  
I PUNKTÓW SIODŁOWYCH  
NAJCIEŹSZYCH  
JĄDER ATOMOWYCH

**Piotr Jachimowicz**  
Uniwersytet Zielonogórski

**Michał Kowal, Janusz Skalski**  
Narodowe Centrum Badań Jądrowych

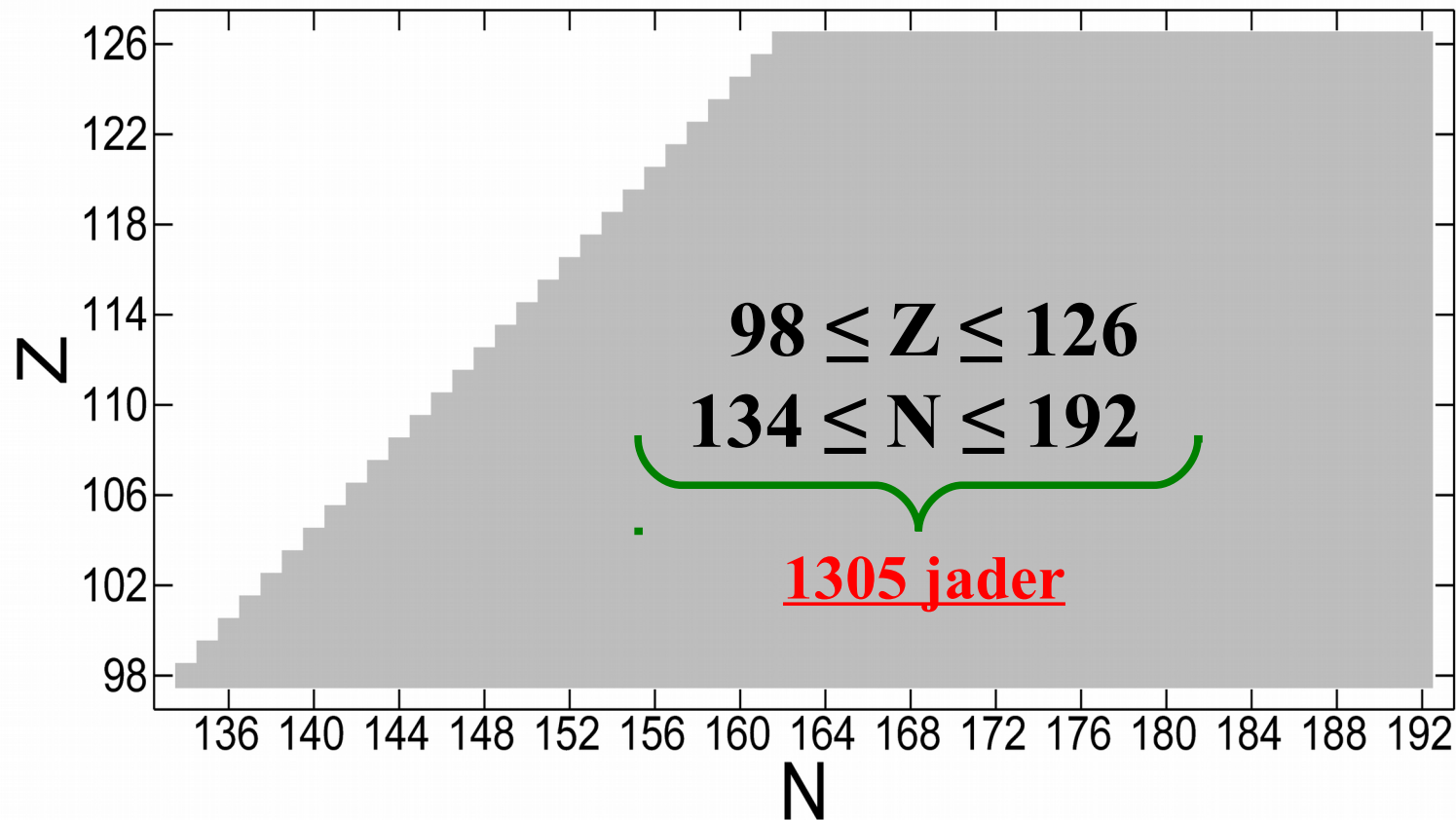
Seminarium Fizyki Jądra Atomowego, 25.05.2017 r.

# CEL OBLICZEŃ

adiabaticzne bariery rozszczepieniowe  $B_f$  :

- wyznaczenie stanów podstawowych
- wyznaczenie punktów siodłowych

analiza w obszarze jąderek parzystych i nieparzystych



# METODA OBLICZEŃ

Podejście mikroskopowo–makroskopowe :

$$E_{tot}(def, Z, N) = E_{macro}(def, Z, N) + E_{micro}(def, Z, N)$$

$$\begin{cases} E_{macro}(def, Z, N) = Yukawa + exp \\ E_{micro}(def, Z, N) = Woods-Saxon + pairing BCS \end{cases}$$

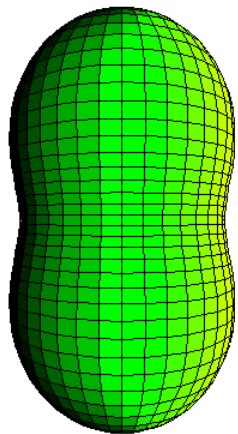
dla jąder nieparzystych : metoda blokowania

- S. Ćwiok, J. Dudek, W. Nazarewicz, J. Skalski and T. Werner, *Comput. Phys. Commun.* **46**, 379 (1987).
- H. J. Krappe, J. R. Nix and A. J. Sierk, *Phys. Rev. C* **20**, 992 (1979).
- I. Muntian, Z. Patyk and A. Sobiczewski, *Acta Phys. Pol. B* **32**, 691 (2001).

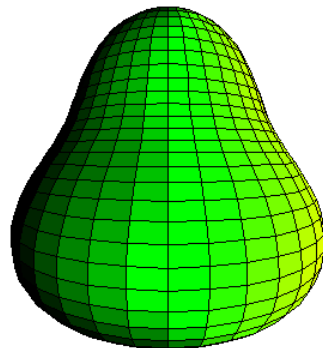
# PARAMETRYZACJA KSZTAŁTU

Definicja promienia jądra :

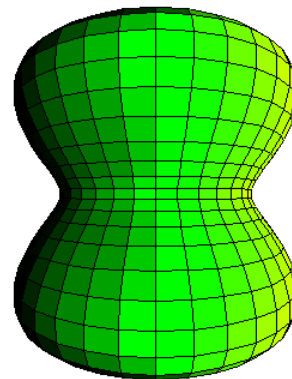
$$R(\vartheta, \varphi) = c(\{\beta_{\lambda\mu}\})R_0\left\{1 + \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{+\lambda} \beta_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi)\right\}$$



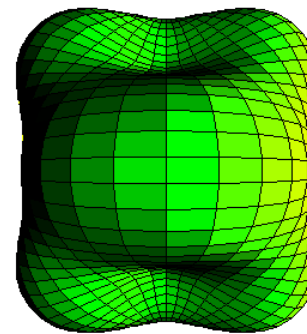
$\beta_{20}$



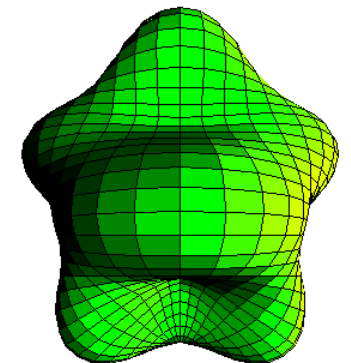
$\beta_{30}$



$\beta_{40}$



$\beta_{42}$



$\beta_{52}$

$\mu \neq 0$

**NIEOSIOWE**

## STANY PODSTAWOWE

Przyjęta **7-wymiarowa** przestrzeń deformacji :

$$R(\vartheta, \varphi) = c(\{\beta_{\lambda 0}\})R_0\{1 + \beta_{20}Y_{20} + \beta_{30}Y_{30} + \beta_{40}Y_{40} \\ + \beta_{50}Y_{50} + \beta_{60}Y_{60} + \beta_{70}Y_{70} \\ + \beta_{80}Y_{80}\}$$

- **7-wymiarowa minimalizacja** w oparciu o metodę gradientową
- minimalizacja **powtarzana co najmniej 30 razy** dla danego jądra
- stany podstawowe znajduwane poprzez minimalizację energii względem **parametrów deformacji oraz konfiguracji**

# MASY W STANACH PODSTAWOWYCH

Porównanie dla  $Z \geq 82$  (tj. 252 jąder)

	<b>e-e vs. EXP</b>	<b>o-e vs. EXP</b>	<b>e-o vs. EXP</b>	<b>o-o vs. EXP</b>
Number of nuclei	<b>74</b>	<b>56</b>	<b>69</b>	<b>53</b>
The largest discrepancy	<b>0.83 MeV</b>	<b>0.84 MeV</b>	<b>1.12 MeV</b>	<b>1.39 MeV</b>
Average discrepancy	<b>0.21 MeV</b>	<b>0.34 MeV</b>	<b>0.36 MeV</b>	<b>0.57 MeV</b>
Root-mean-square deviation	<b>0.28 MeV</b>	<b>0.43 MeV</b>	<b>0.44 MeV</b>	<b>0.67 MeV</b>

**HN** – P. Jachimowicz, M. Kowal, and J. Skalski, *Phys. Rev. C* **89**, 024304 (2014).

**EXP** – G. Audi, A. H. Wapstra, and C. Thobault, *Nucl. Phys. A* **729**, 337 (2003).

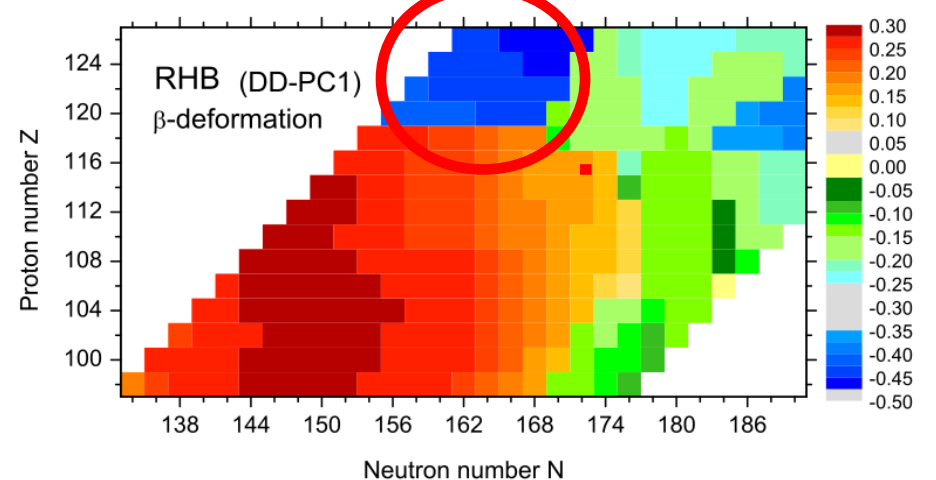
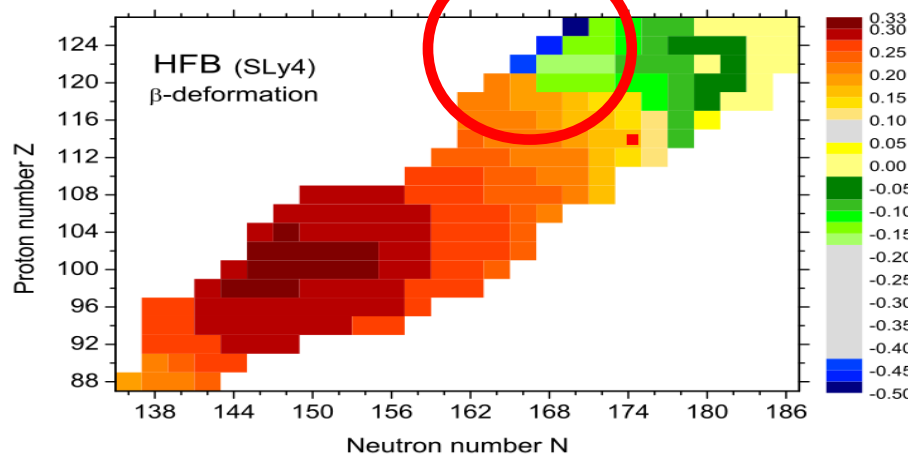
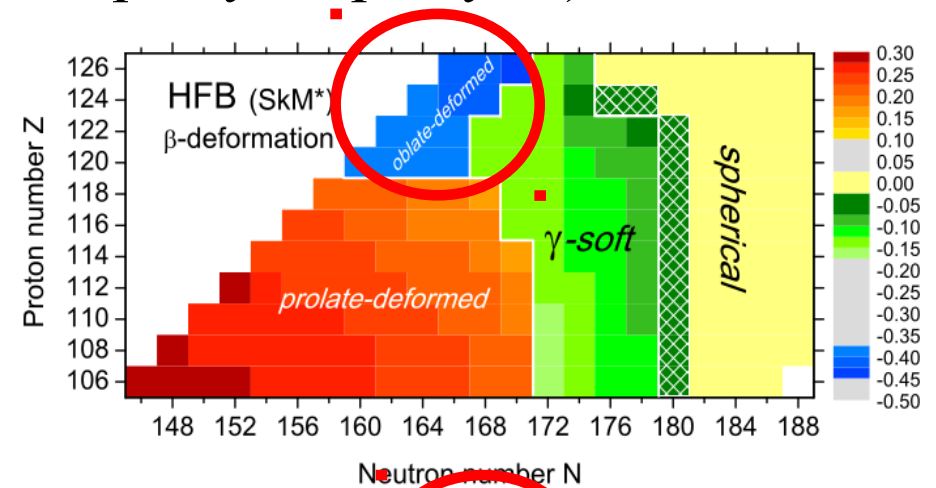
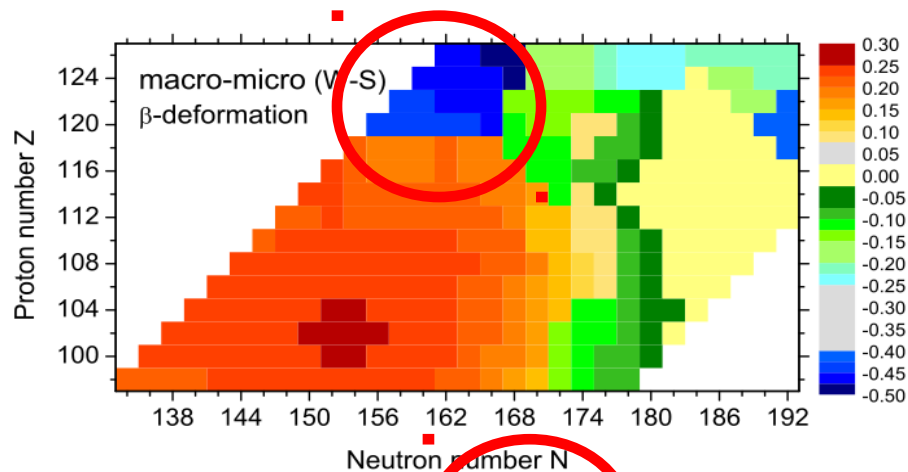
P. Möller et al., *At. Data Nucl. Data Tables* **59**, 185 (1995).



$\delta_{\text{rms}} = 0,67 \text{ MeV}$  dla **O – Hs**  
 $\delta_{\text{rms}} = 0,45 \text{ MeV}$  dla **N  $\geq$  65**

# DEFORMACJE STANÓW PODSTAWOWYCH

## Porównanie modeli (jądra parzysto-parzyste)



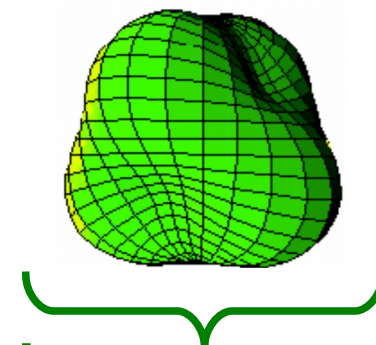
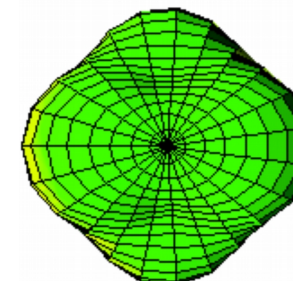
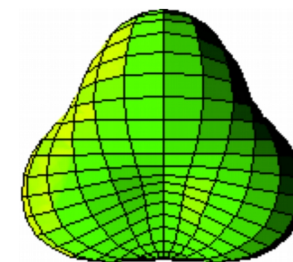
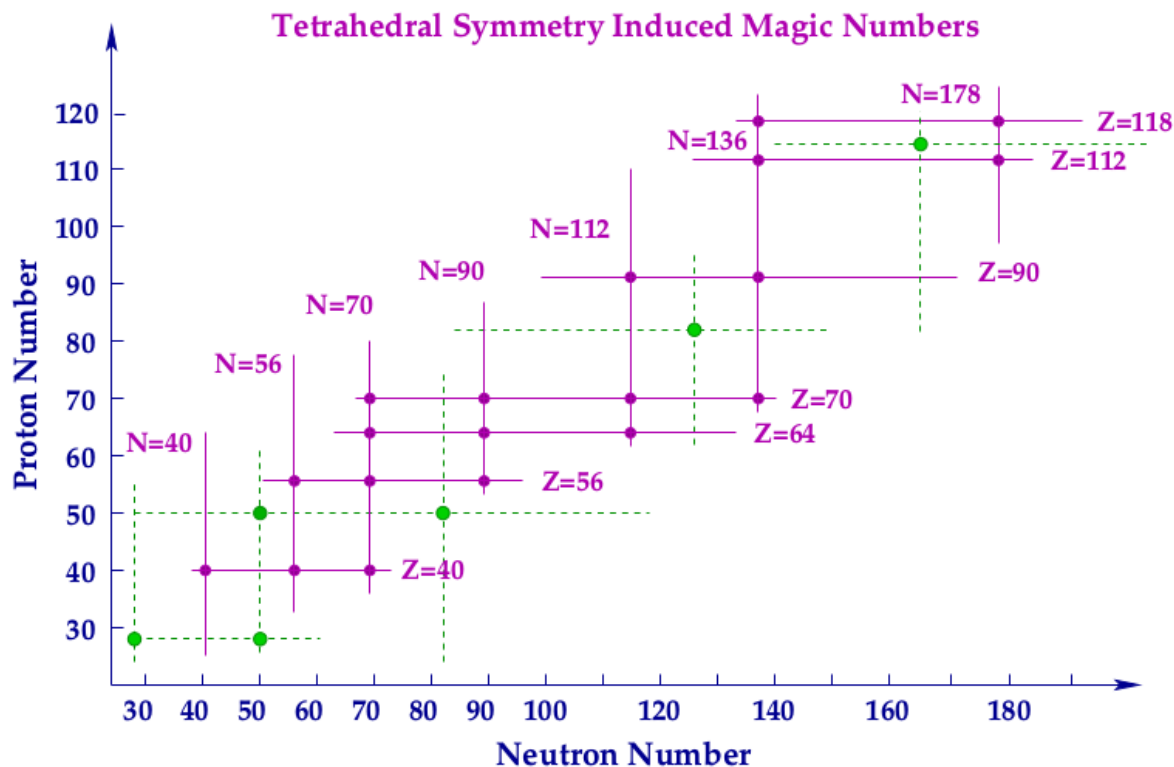
P.-H. Heenen, J. Skalski, A. Staszczak, D. Vretenar, Nuclear Physics A **944** 415 (2015)

**minima SDO**, jądra neutrono-niedomiarowe,  $Z > 118$

# SYMETRIA TETRAHEDRALNA W JĄDRACH NAJCIEŻSZYCH ?

$$Z_T = 40, 56, 64, 70, \boxed{90, 112, 118}$$

$$N_T = 40, 56, 70, 90, \boxed{112, 136, 178}$$



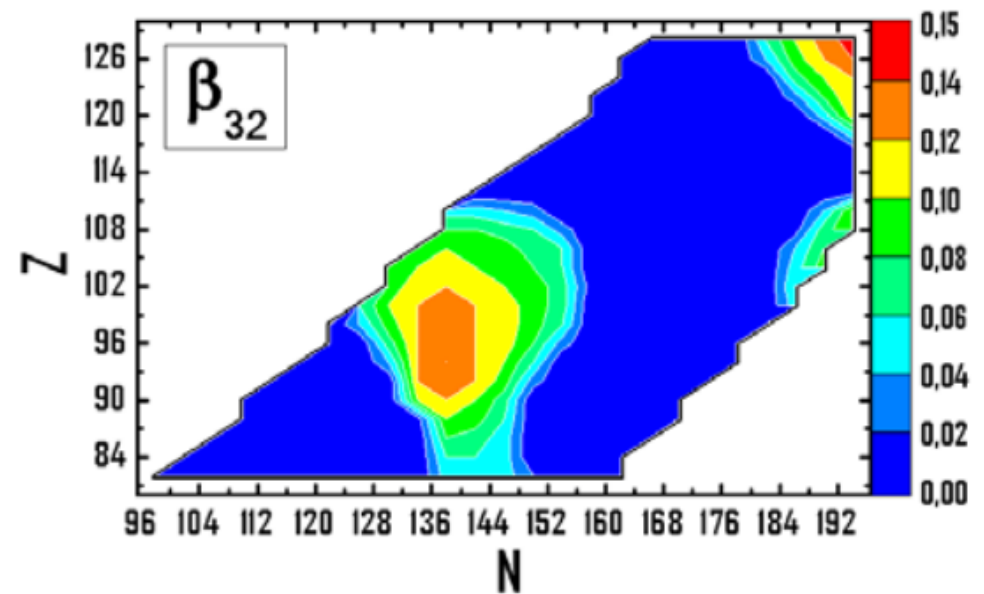
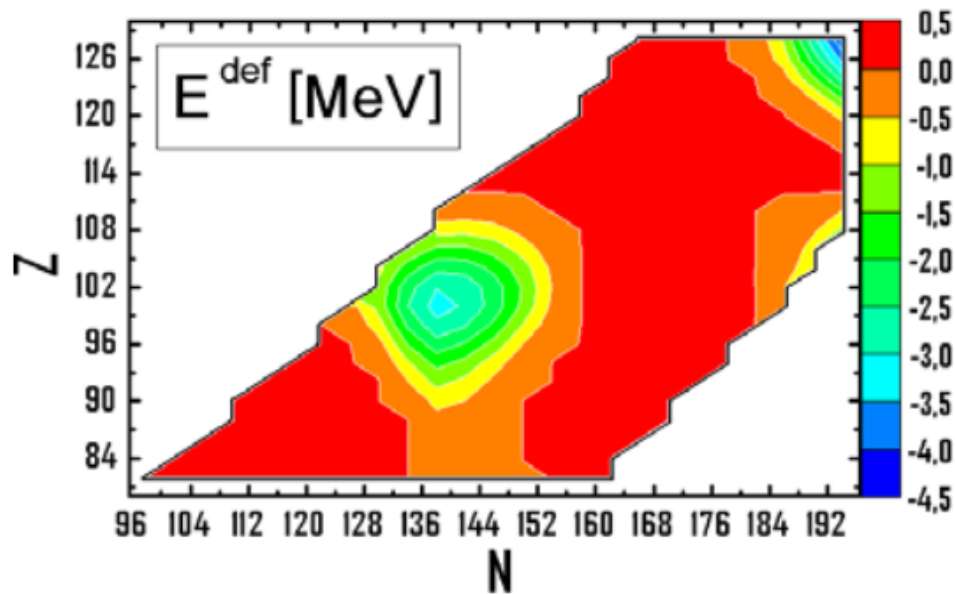
K. Mazurek, J. Dudek, A. Gózdź, D. Curien,  
M. Kmiecik, A. Maj, *Acta Phys. Pol. B*, **40** (2009) 731.

$\beta_{32}$



# STANY PODSTAWOWE

wstępne znaczenie parametru  $\beta_{32}$  :  
(tylko jądra parzysto-parzyste)



$$R(\theta, \phi) = cR_0 \left[ 1 + \beta_{32} Y_{32}^{(+)} \right]$$

$$Y_{32}^{(+)} = (Y_{32} + Y_{3-2}) / \sqrt{2}$$

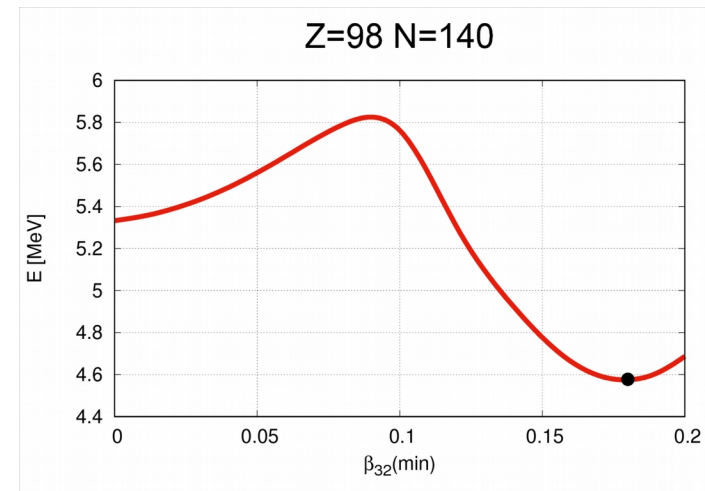
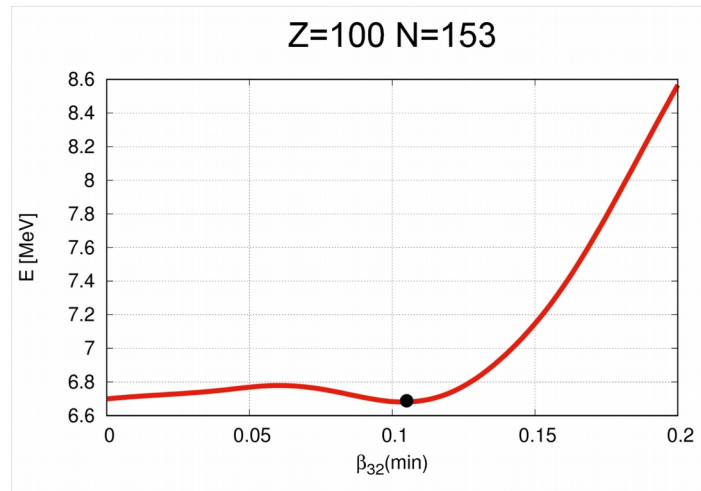
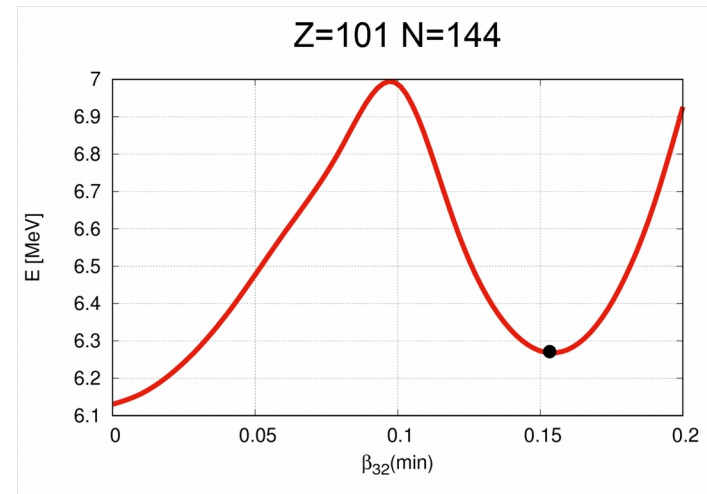
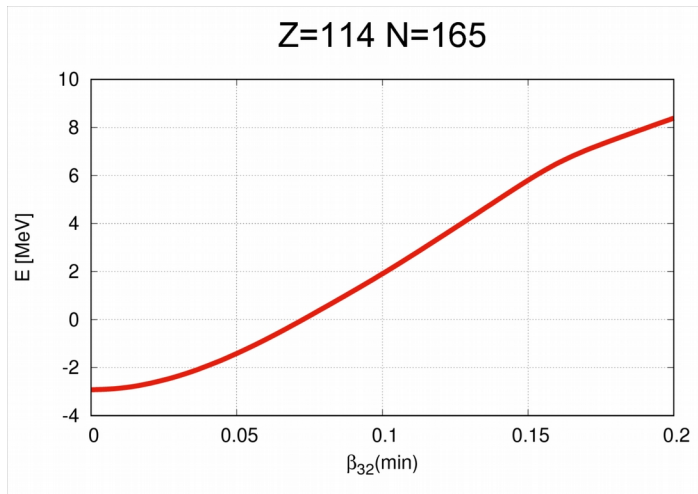
analiza jednowymiarowa ...

# STANY PODSTAWOWE

warunkowa podatność na wpływ symetrii tetrahedralnej :

$$\beta_{20} \text{ i } \beta_{22} = 0$$

$\beta_{32}$  (krok 0,02 w zakresie [0,0:0,25]) +  $\{\beta_{30}, \beta_{40}, \beta_{42}, \beta_{50}, \beta_{60}, \beta_{70}, \beta_{80}\}_{\min}$

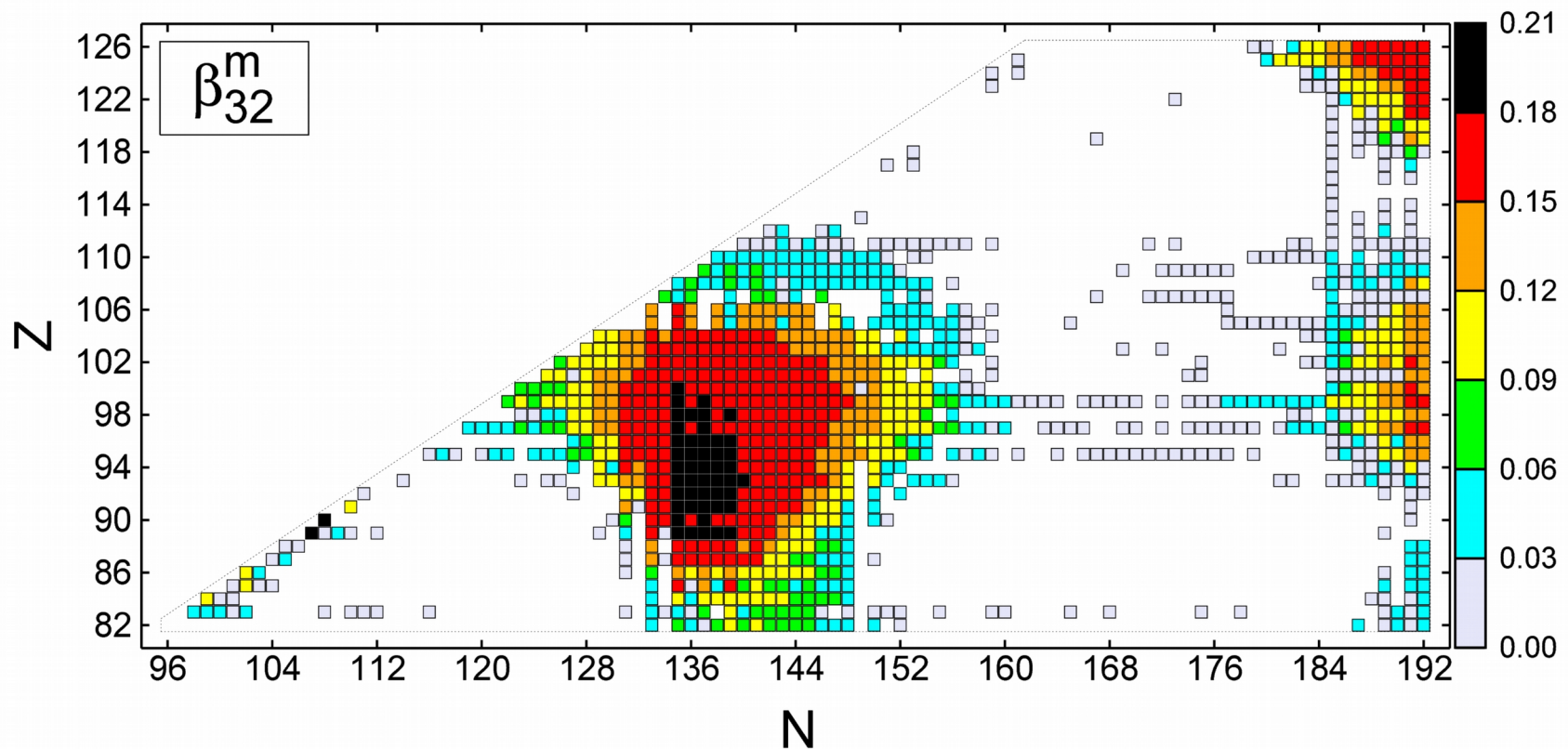


# STANY PODSTAWOWE

warunkowa podatność na wpływ symetrii tetrahedralnej :

$$\beta_{20} \text{ i } \beta_{22} = 0$$

$\beta_{32}$  (krok 0.02 w zakresie [0.0:0.25]) +  $\{\beta_{30}, \beta_{40}, \beta_{42}, \beta_{50}, \beta_{60}, \beta_{70}, \beta_{80}\}_{\min}$

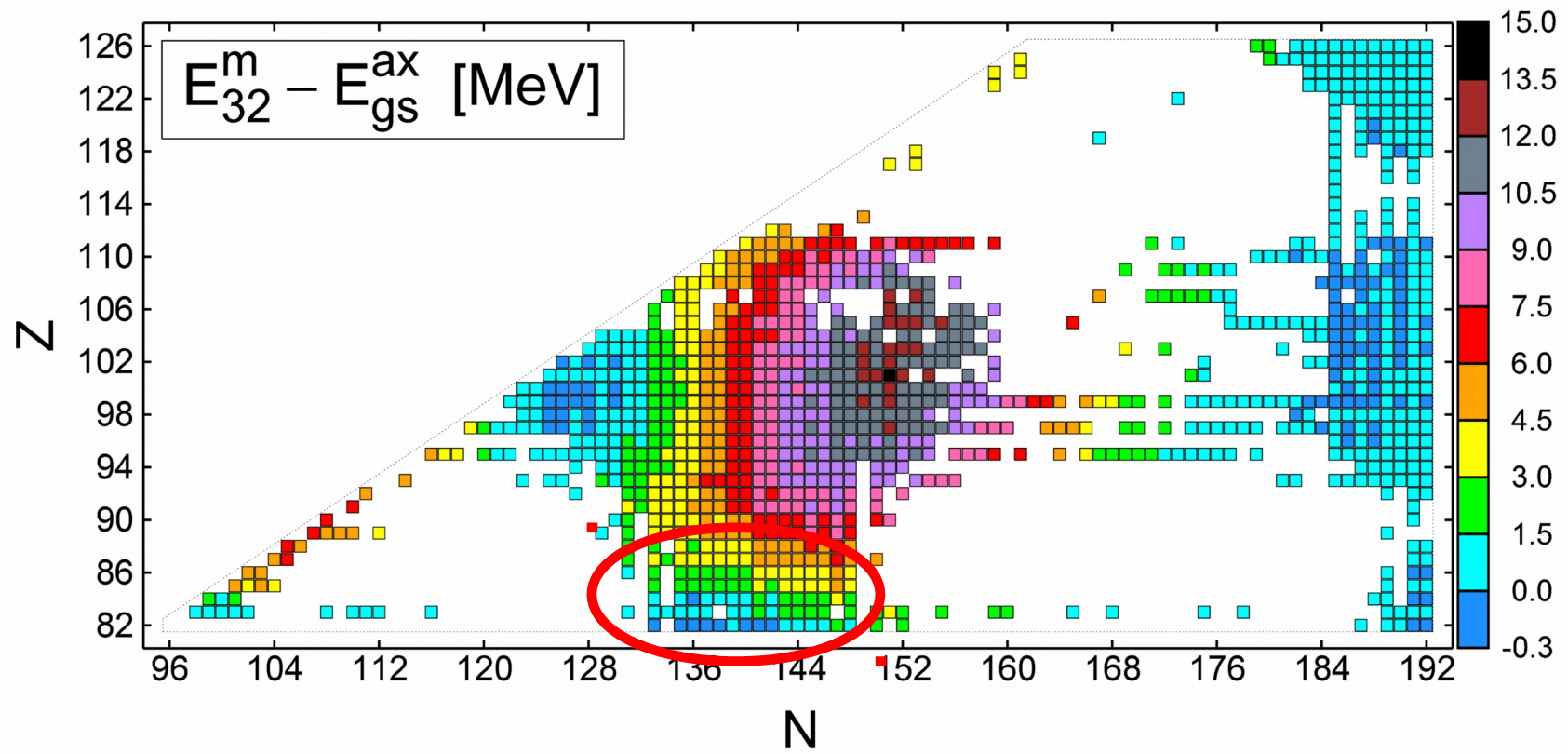


# STANY PODSTAWOWE

$\beta_{32} + \{\beta_{30}, \beta_{40}, \beta_{42}, \beta_{50}, \beta_{60}, \beta_{70}, \beta_{80}\}_{\min}$  przy ( $\beta_{20}$  i  $\beta_{22} = 0$ )

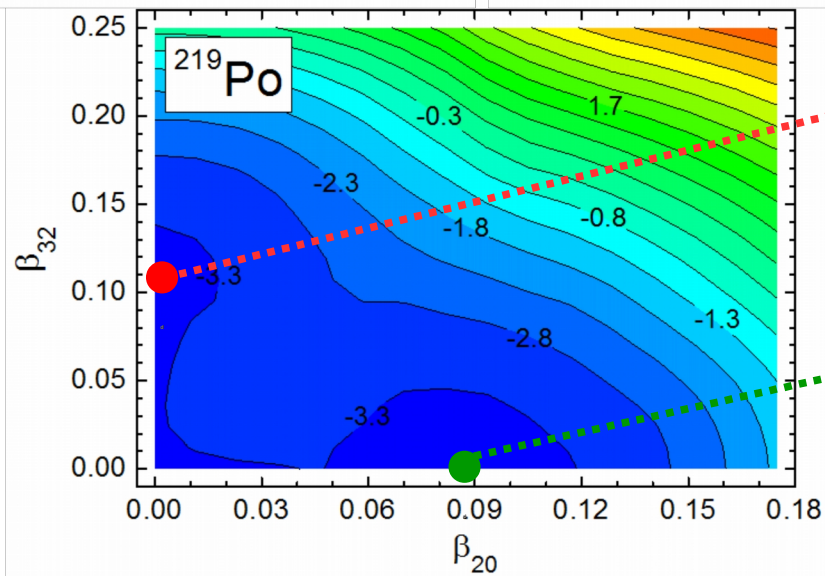
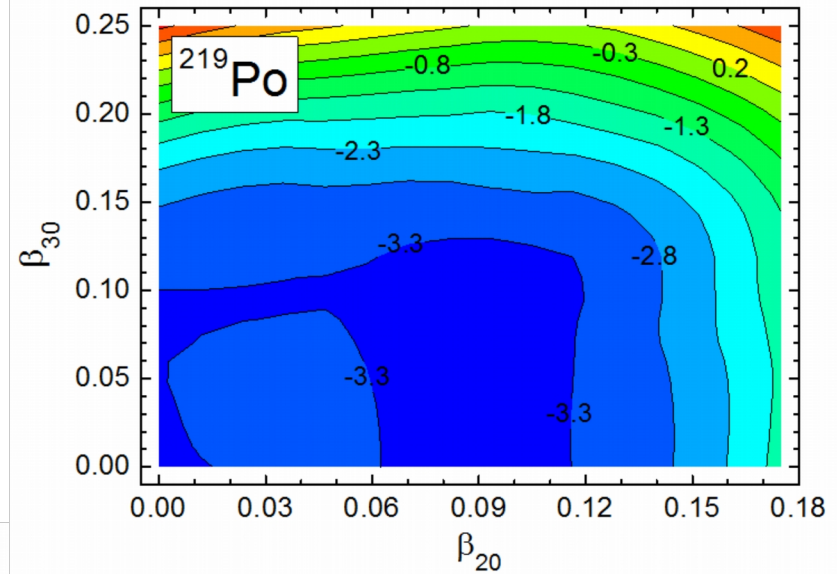
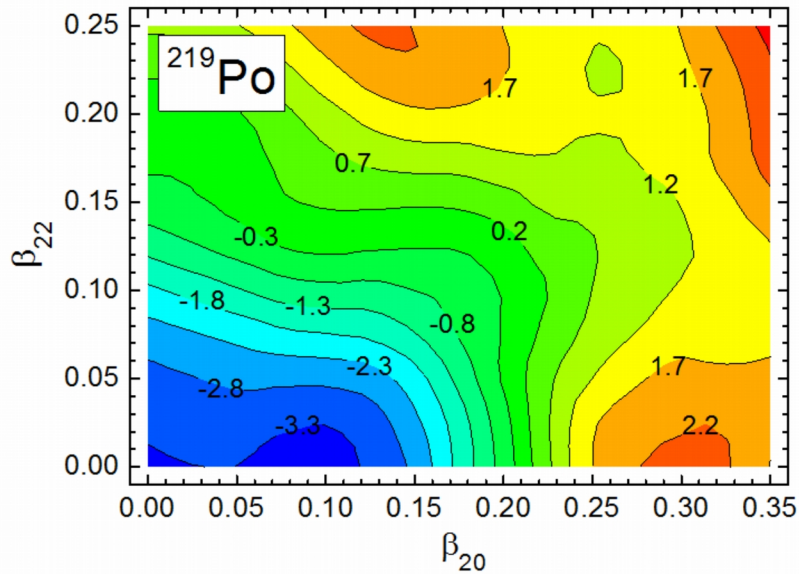
kontra

$\beta_{20}, \beta_{30}, \beta_{40}, \beta_{50}, \beta_{60}, \beta_{70}, \beta_{80}$



# STANY PODSTAWOWE

$\{\beta_{22}, \beta_{22}, \beta_{30}, \beta_{32}, \beta_{40}, \beta_{42}, \beta_{50}, \beta_{60}, \beta_{70}, \beta_{80}\}$



$\beta_{32} \neq 0$

$\beta_{32} = 0$

# STANY PODSTAWOWE

Przyjęta **10-wymiarowa** przestrzeń deformacji :

$$R(\vartheta, \varphi) = c(\{\beta_{\lambda\mu}\})R_0\{1 + \beta_{20}Y_{20} + \beta_{30}Y_{30} + \beta_{40}Y_{40} \\ + \beta_{50}Y_{50} + \beta_{60}Y_{60} + \beta_{70}Y_{70} \\ + \beta_{80}Y_{80} \\ + \beta_{22}Y_{22}^{(+)} + \beta_{32}Y_{32}^{(+)} + \beta_{42}Y_{42}^{(+)}\}$$

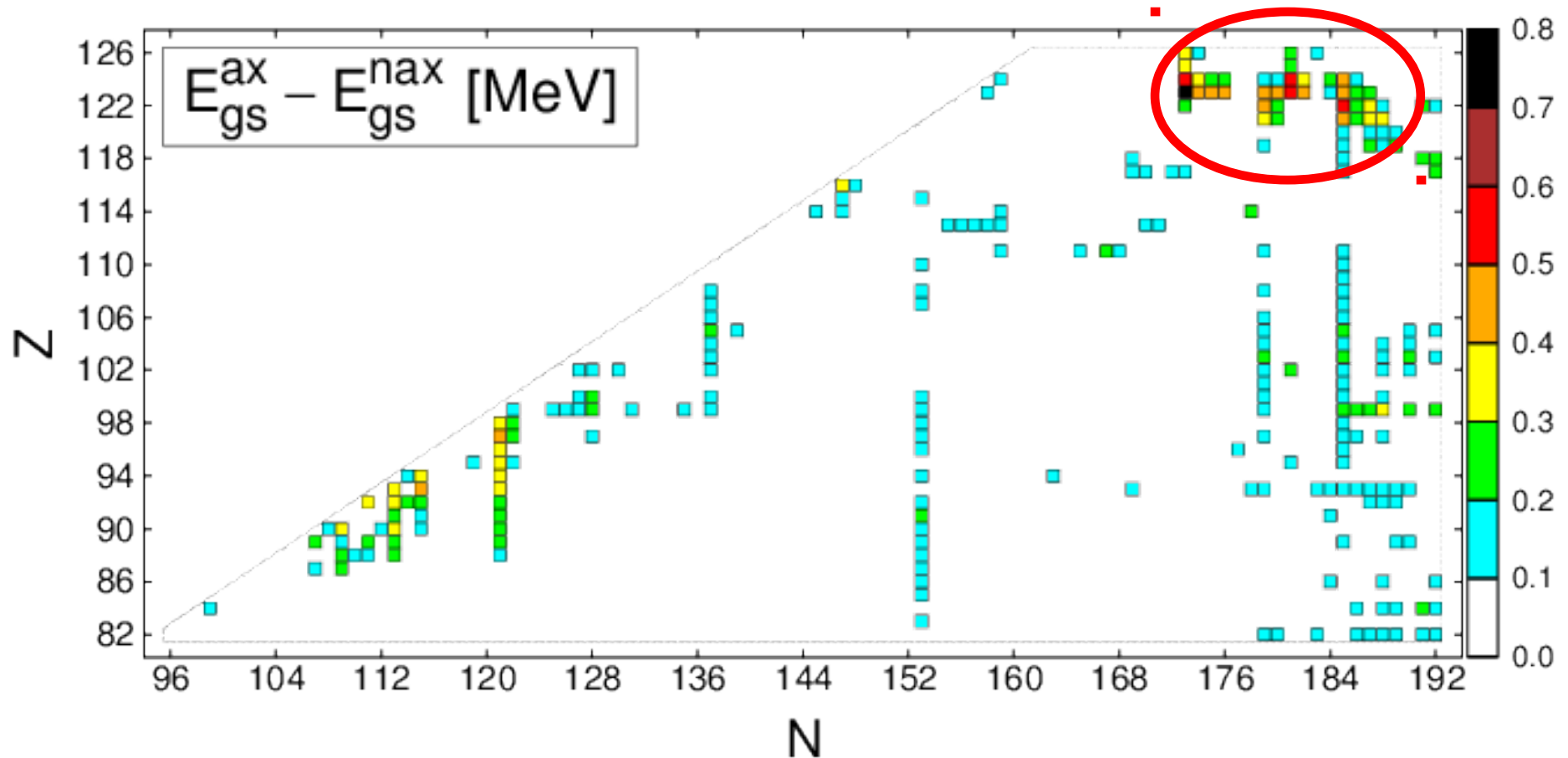
- procedura wyznaczania minimów **analogiczna jak w przypadku osiowym**
- wstępne **porównanie z wynikami osiowymi**
- analiza przypadków **przeorientowania się osi** ( $\beta_{22}$  przejmuje rolę  $\beta_{20}$ )
- odrzucenie **minimów/kształtów leżących poza barierą**

# STANY PODSTAWOWE

Analiza **10-wymiarowa** :  $\beta_{\lambda 0}$ ,  $\lambda=2-8$  oraz  $\{\beta_{22}, \beta_{32}, \beta_{42}\}$

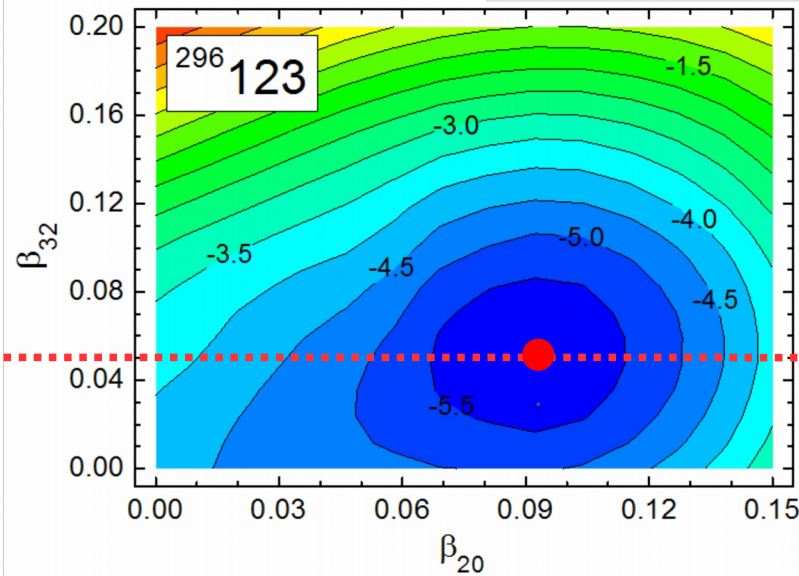
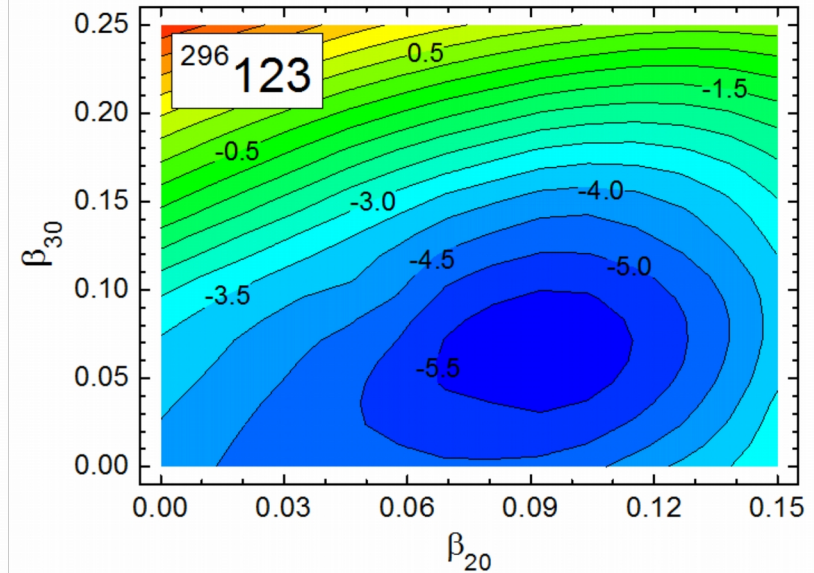
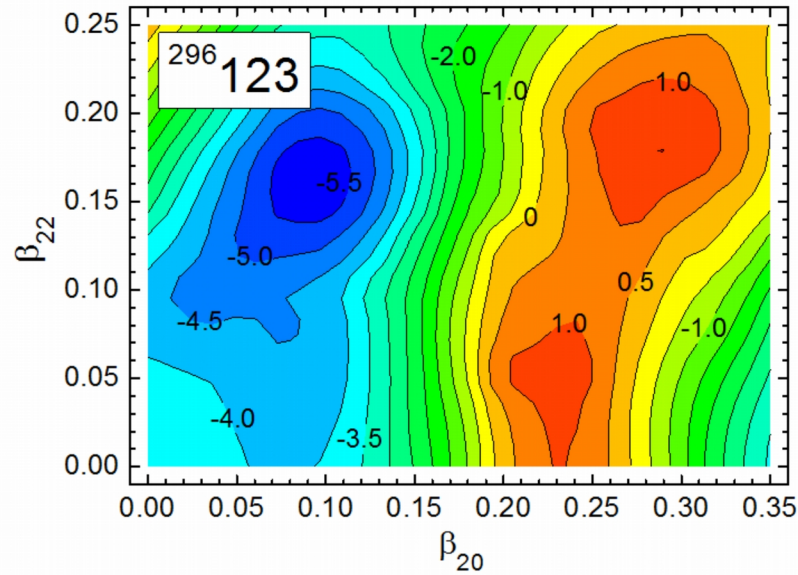
kontra

$\beta_{20}, \beta_{30}, \beta_{40}, \beta_{50}, \beta_{60}, \beta_{70}, \beta_{80}$



# STANY PODSTAWOWE

$$\{\beta_{22}, \beta_{22}, \beta_{30}, \beta_{32}, \beta_{40}, \beta_{42}, \beta_{50}, \beta_{60}, \beta_{70}, \beta_{80}\}$$



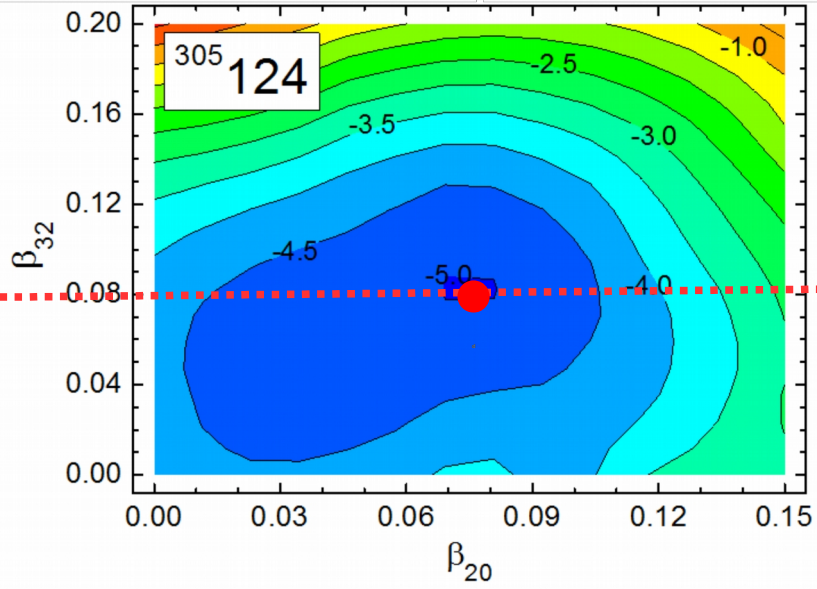
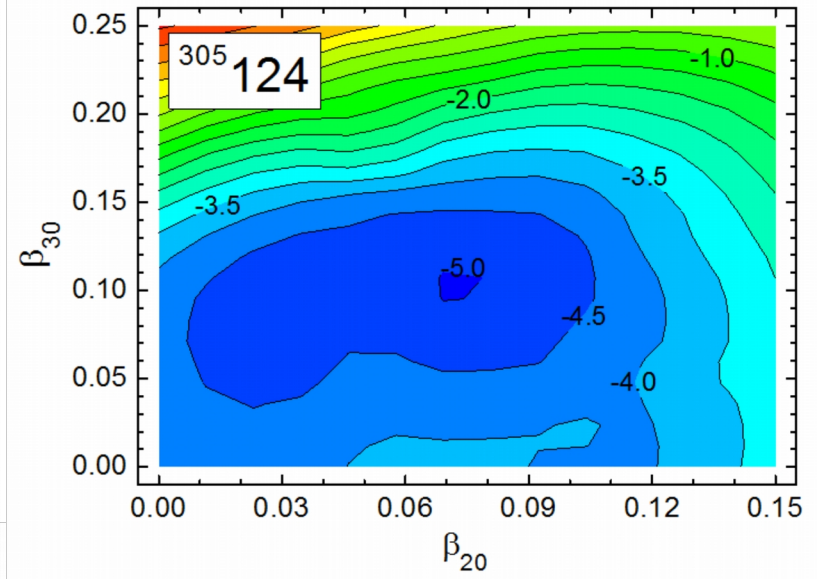
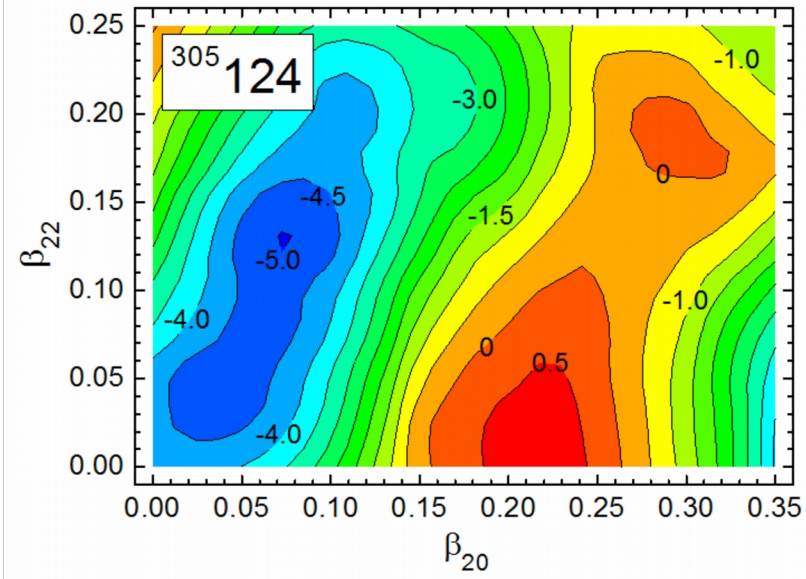
$\beta_{32} = 0,05$

$\beta_{20} \neq 0$   
 $\beta_{22} \neq 0$   
 $\beta_{32} \neq 0$



# STANY PODSTAWOWE

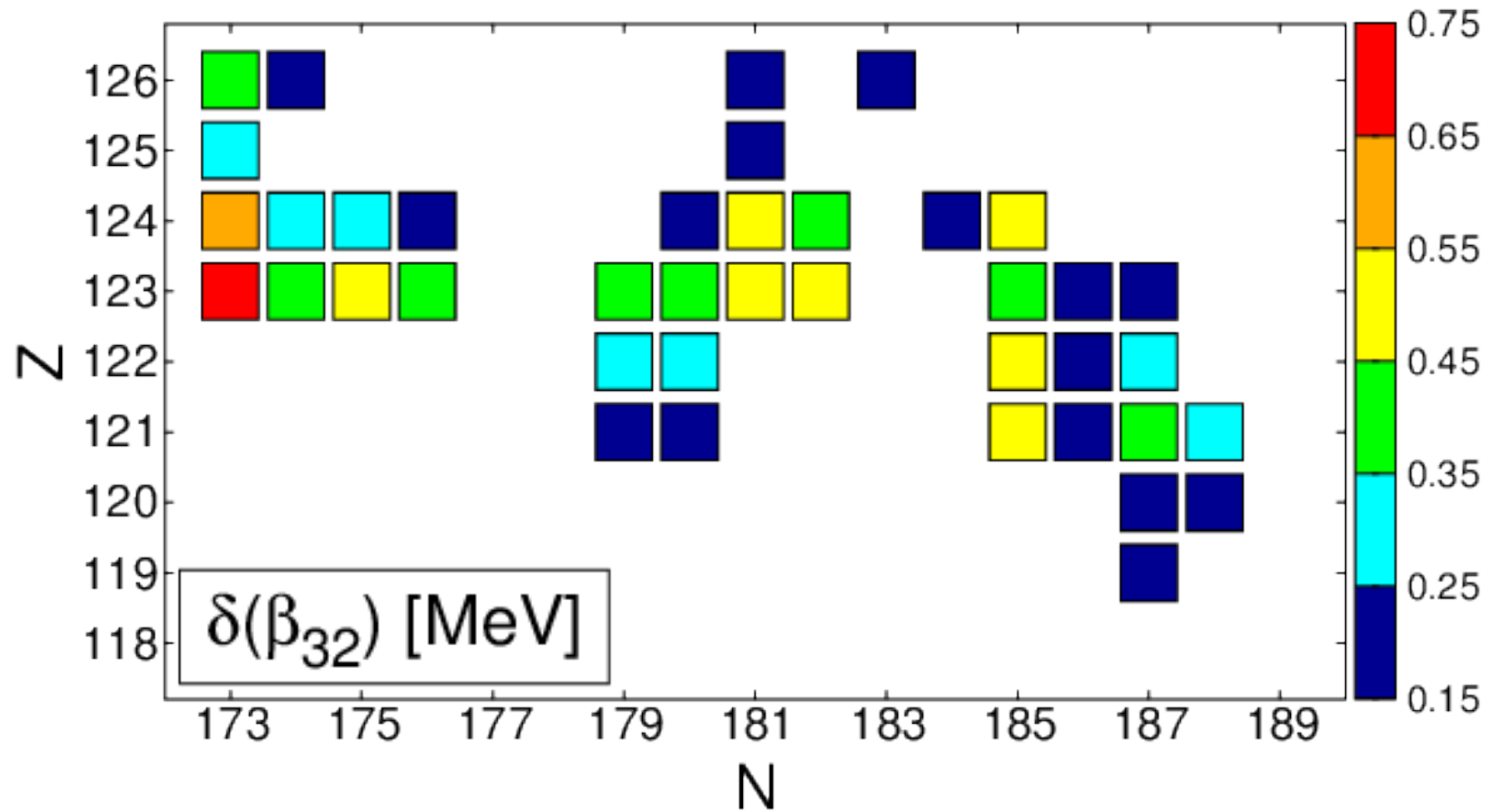
$\{\beta_{22}, \beta_{22}, \beta_{30}, \beta_{32}, \beta_{40}, \beta_{42}, \beta_{50}, \beta_{60}, \beta_{70}, \beta_{80}\}$



$\beta_{32} = 0,08$

$\beta_{20} \neq 0$   
 $\beta_{22} \neq 0$   
 $\beta_{32} \neq 0$

# STANY PODSTAWOWE



$$\beta_{22} \neq 0 + \beta_{32}/\beta_{30} \approx \sqrt{3/5} = \beta_{33}$$

# STANY PODSTAWOWE

## dodatkowe testy :

1

zwiększenie **Gp i Gn o 10%** w jądrze  $123_{173}$

redukcja efektu  $\delta(\beta_{32})$  o niecałe **0,3 MeV**

2

ustalone:  $\beta_{20}, \beta_{22}, \beta_{30}, \beta_{32}, \beta_{42}, \beta_{50}, \beta_{60}, \beta_{70}, \beta_{80}$

+

dodatkowa **minimalizacja po** :  $\beta_{44}, \beta_{52}, \beta_{62}, \beta_{72}, \beta_{82}$

w jądrach  $123_{173}$  oraz  $124_{182}$

obniżenie energii stanu podstawowego o ok. **0,2 MeV**

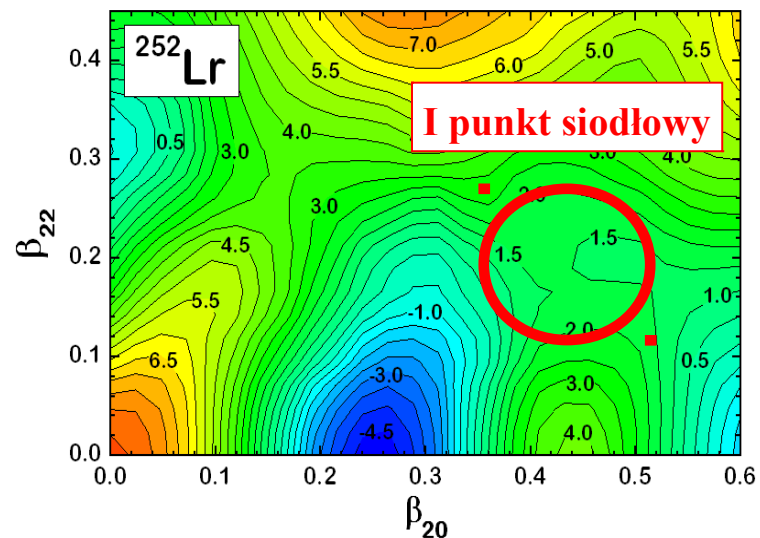
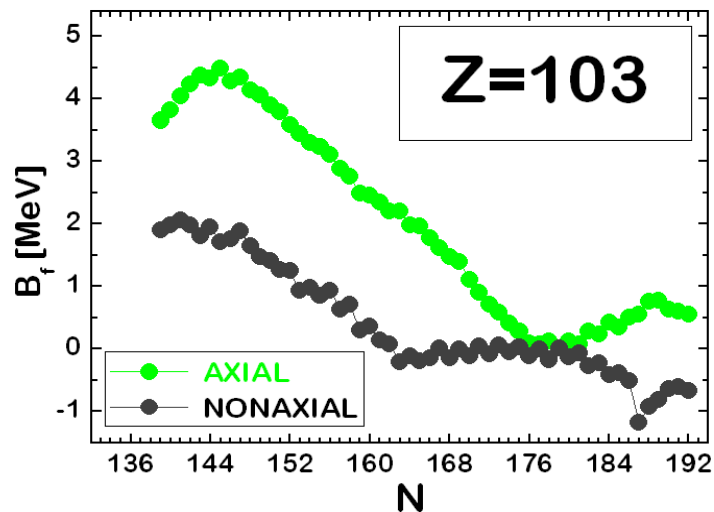
# PUNKTY SIODŁOWE

Przyjęta **5-wymiarowa** przestrzeń deformacji:

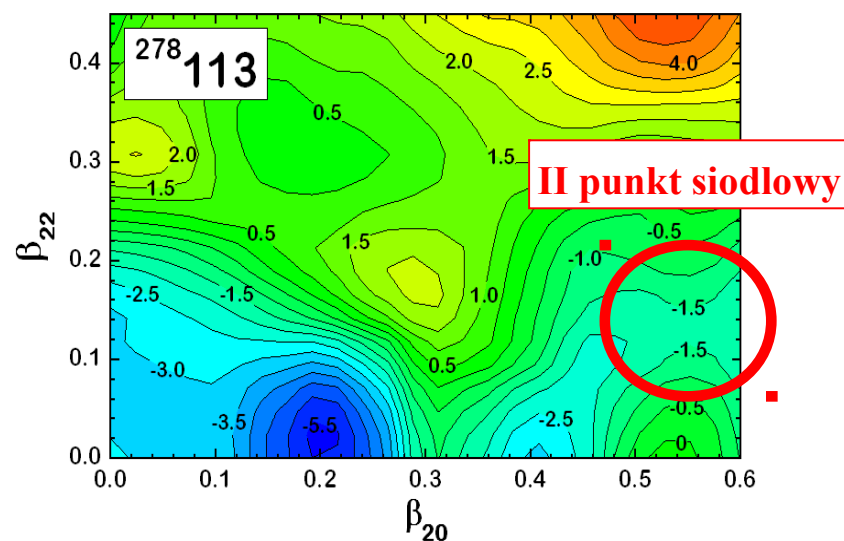
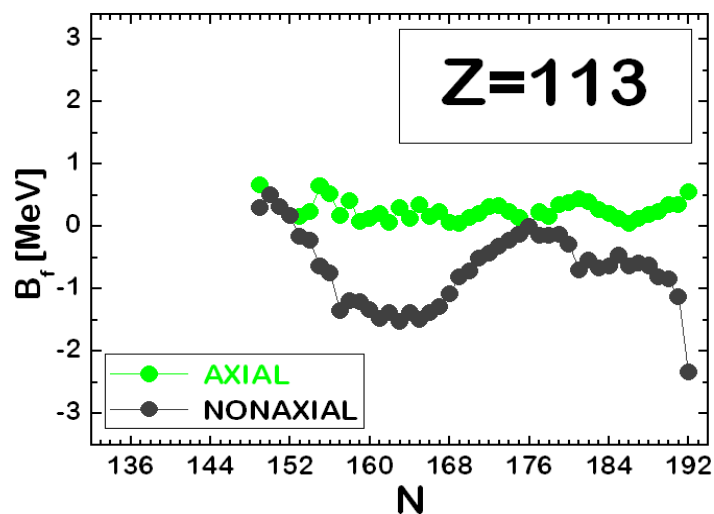
$$R(\vartheta, \varphi) = c(\{\beta_{\lambda\mu}\}) R_0 \left\{ 1 + \beta_{20} Y_{20} + \frac{\beta_{22}}{\sqrt{2}} [Y_{22} + Y_{2-2}] + \beta_{40} Y_{40} + \beta_{60} Y_{60} + \beta_{80} Y_{80} \right\}$$

- - znajdowanie punktów siodłowych na sieciach (w oknie 1 MeV) za pomocą tzw. **metody zatapiania**
  - dla jąder nieparzystych **minimalizacja energii względem konfiguracji** w każdym punkcie sieci
  - dla każdego z jąder wygenerowana sieć zawierająca ponad **50 milionów punktów** (jądrowych kształtów)
  - **uwzględnione kształty nieosiowe** (włączony parametr  $\beta_{22}$ )

# ZNACZENIE NIEOSIOWOŚCI KWADRUPOLOWEJ

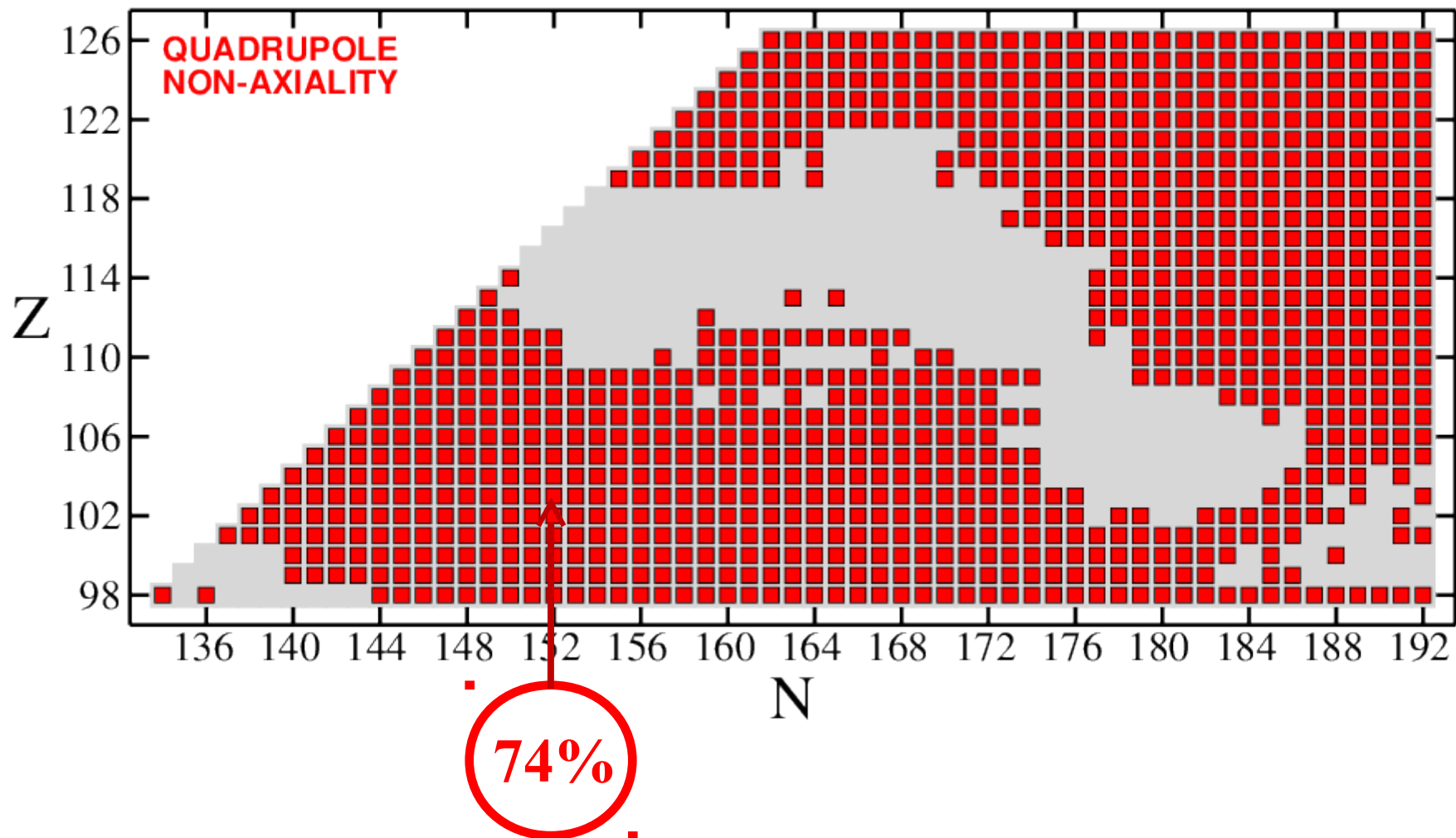


Efekt nieosiowości kwadrupolowej ( $\beta_{22}$ ) : **do 2,5 MeV**



# SIODŁA NIEOSIOWE

Całkowita liczba  
przeanalizowanych jąder : **1305**



## ZNACZENIE ASYMETRII MASOWEJ

- w każdym znalezionym punkcie siodłowym dodatkowa minimalizacja energii względem  $\{\beta_{30}, \beta_{50}, \beta_{70}\}$
- większość punktów siodłowych wykazuje nieosiowość dlatego promień zdefiniowany :

$$R(\vartheta, \varphi) = c(\{\beta_{\lambda\mu}\}) R_0 \left\{ 1 + \beta_{20} Y_{20} + \frac{\beta_{22}}{\sqrt{2}} [Y_{22} + Y_{2-2}] \right. \\ \left. + \beta_{30} Y_{30} + \beta_{40} Y_{40} + \beta_{50} Y_{50} \right. \\ \left. + \beta_{60} Y_{60} + \beta_{70} Y_{70} + \beta_{80} Y_{80} \right\}$$

po minimalizacji okazało się, że asymetria masowa występuje tylko tam gdzie kształty są osiowe

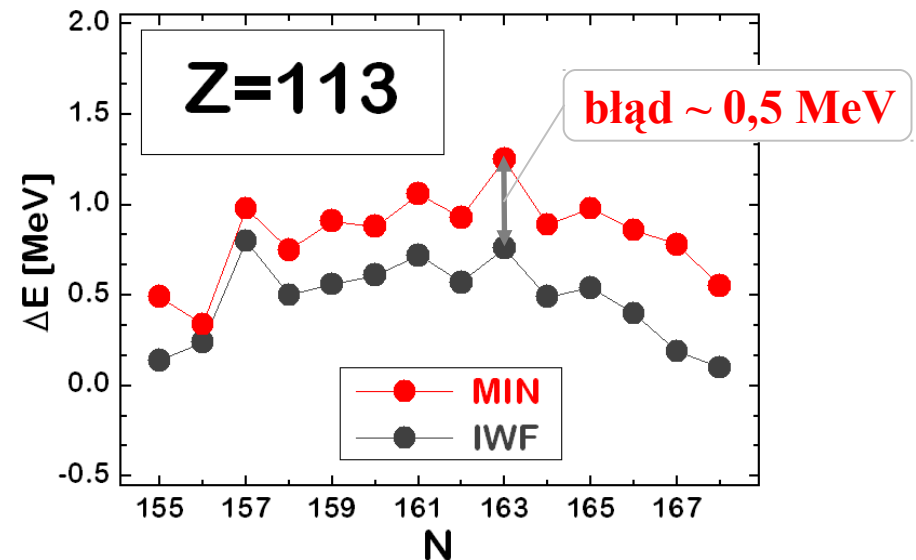
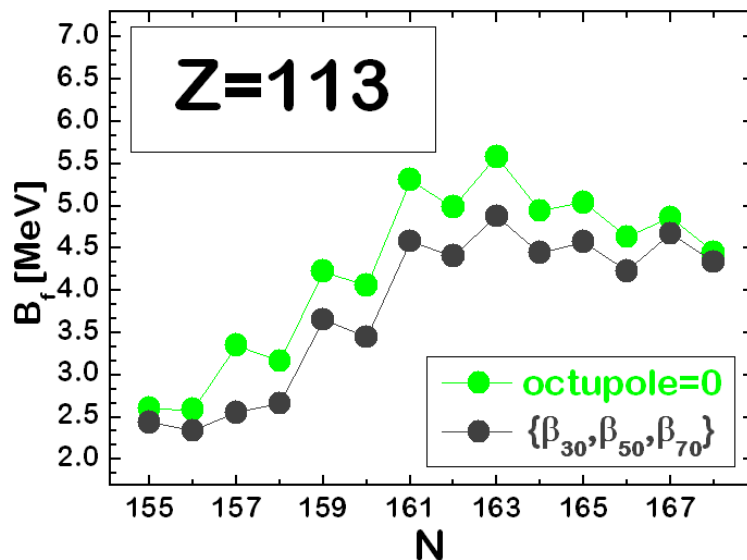
analiza za pomocą metody zatapiania na sieciach zależnych tylko od deformacji osiowo symetrycznych

# ZNACZENIE ASYMETRII MASOWEJ

Analiza za pomocą metody zatapiania :

- przeprowadzona na **7-wymiarowych sieciach** :  $\{\beta_{20}, \beta_{30}, \beta_{40}, \beta_{50}, \beta_{60}, \beta_{70}, \beta_{80}\}$
- wykonana dla ponad 100 jąder dla których efekt minimalizacji energii względem  $\beta_{30}, \beta_{50}, \beta_{70}$  był większy niż 300 keV
- każda sieć zawierała **ponad 1,5 miliarda punktów** (jądrowych kształtów)

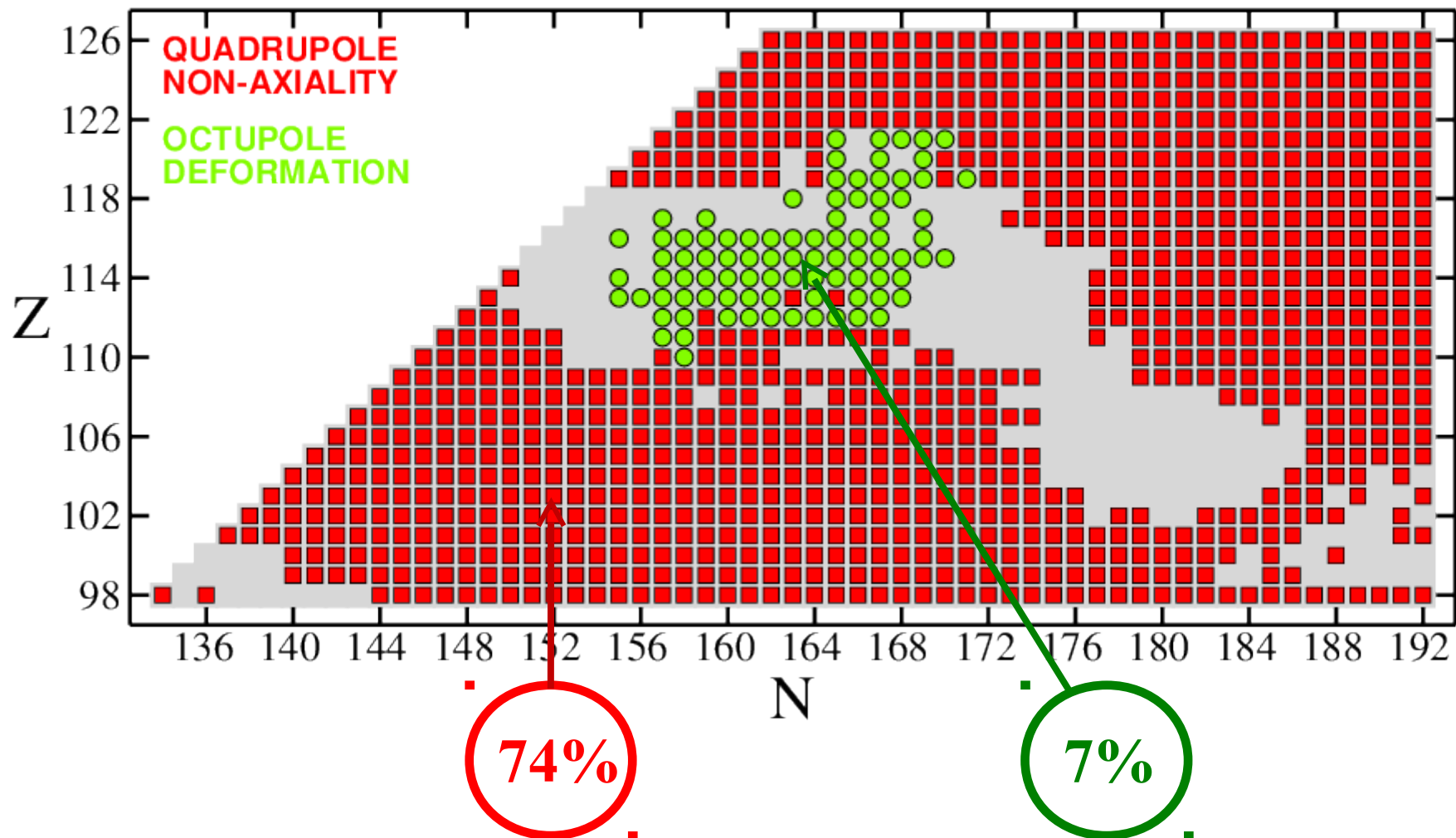
Efekt asymetrii masowej ( $\beta_{30}, \beta_{50}, \beta_{70}$ ) w siodle: **do 0,8 MeV**





# ASYMETRIA MASOWA W SIODLE

Całkowita liczba  
przeanalizowanych jąder : 1305

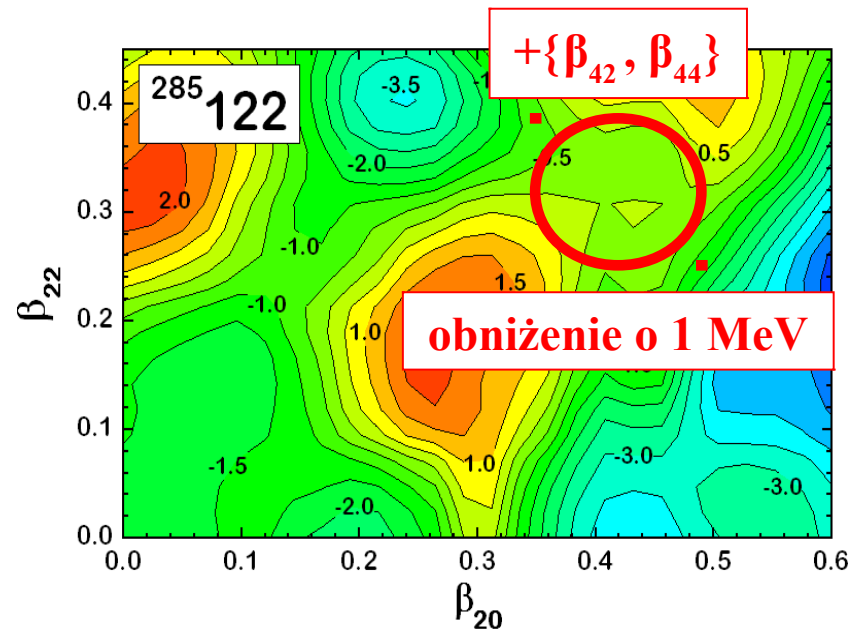
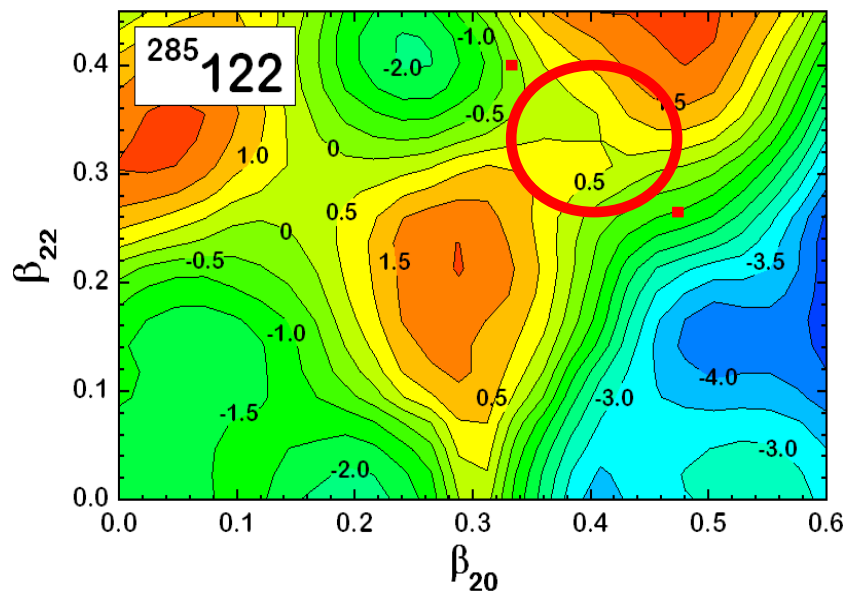


# EFEKT NIEOSIOWEJ DEFORMACJI 4-RZĘDU

$$\beta = \sqrt{\beta_{20}^2 + \beta_{22}^2} \quad \gamma = \arctg \frac{\beta_{22}}{\beta_{20}}$$

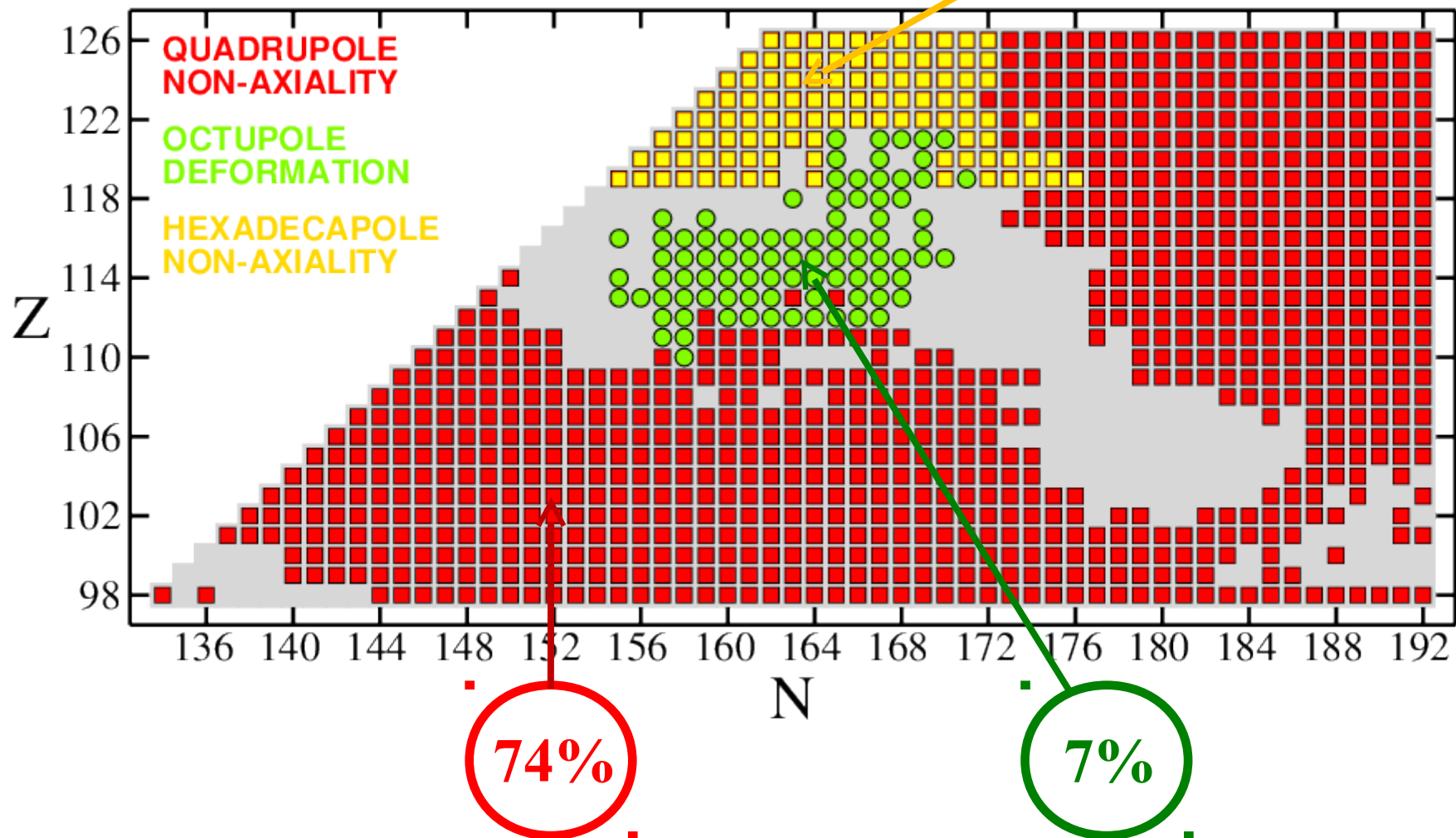
$$R(\vartheta, \varphi) = c(\{\beta_{\lambda\mu}\})R_0 \left\{ 1 + \beta \cos(\gamma)Y_{20} + \frac{\beta \sin(\gamma)}{\sqrt{2}} [Y_{22} + Y_{2-2}] \right. \\ \left. + \beta_{40} \frac{1}{6} (5 \cos^2(\gamma) + 1) Y_{40} - \beta_{40} \frac{1}{6} \sqrt{\frac{15}{2}} \sin(2\gamma) [Y_{42} + Y_{4-2}] \right. \\ \left. + \beta_{40} \frac{1}{6} \sqrt{\frac{35}{2}} \sin^2(\gamma) [Y_{44} + Y_{4-4}] + \beta_{60} Y_{60} + \beta_{80} Y_{80} \right\}$$

efekt nieosiowości  
heksadekapolowej ( $\beta_{42}, \beta_{44}$ ) : do około 1,0 MeV  
[jądra  $Z > 118$  z g.s. typu SDO



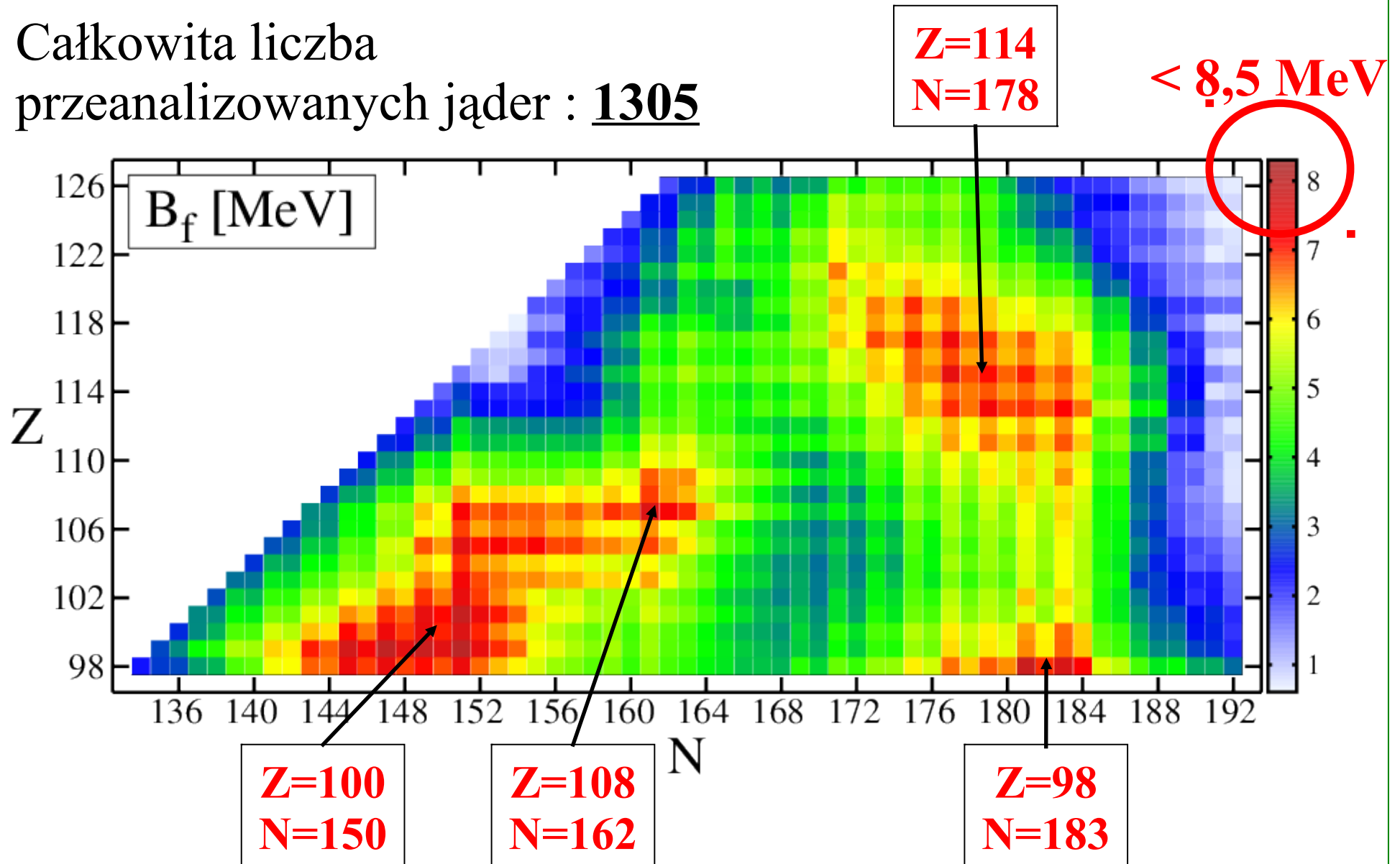
# SIODŁA Z NIEOSIOWĄ DEFORMACJĄ 4-RZĘDU

Całkowita liczba przeanalizowanych jąder : **1305**



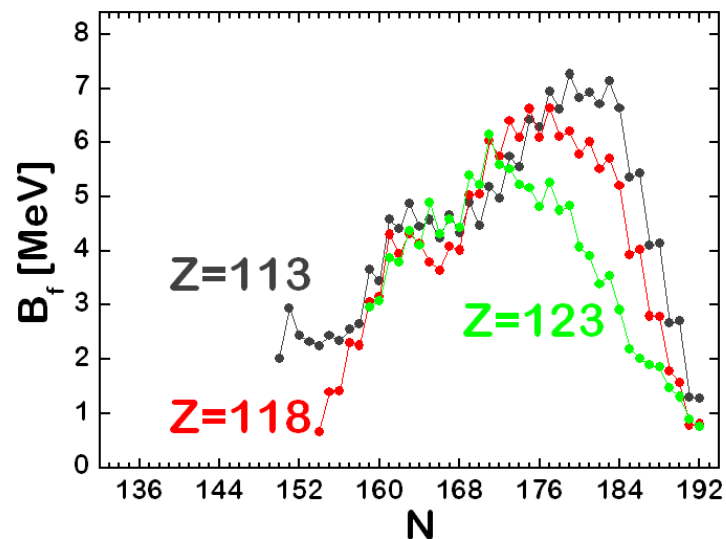
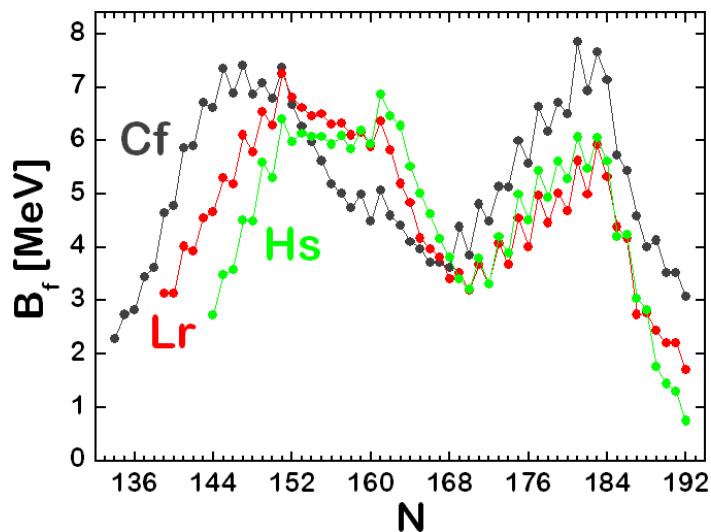
# WYZNACZONE BARIERY

Całkowita liczba  
przeanalizowanych jąder : 1305

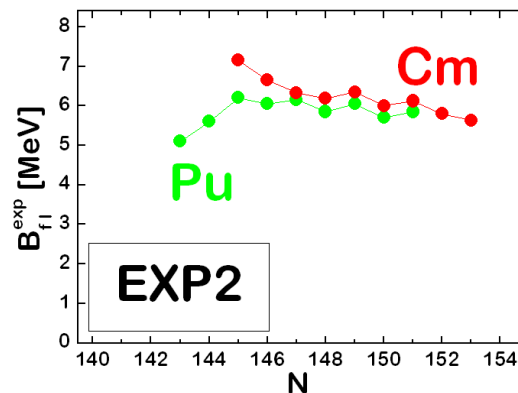
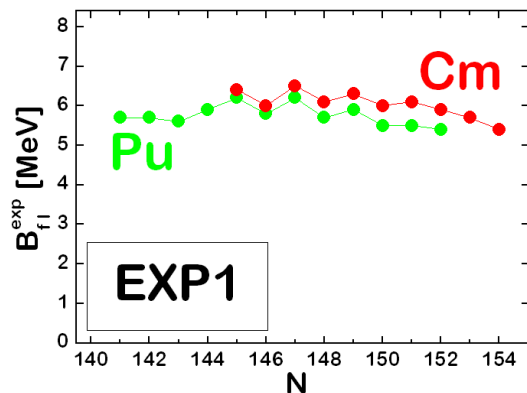


# NIEPARZYSTO-PARZYSTY STAGGERING W $B_f$

wyraźny staggering w naszych barierach :



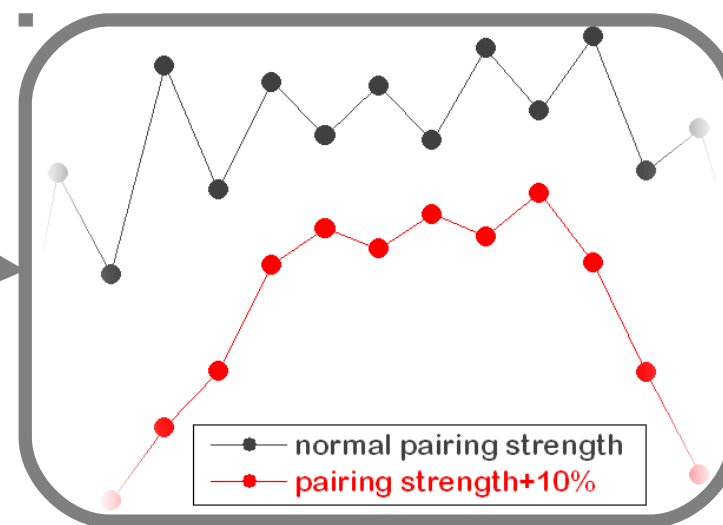
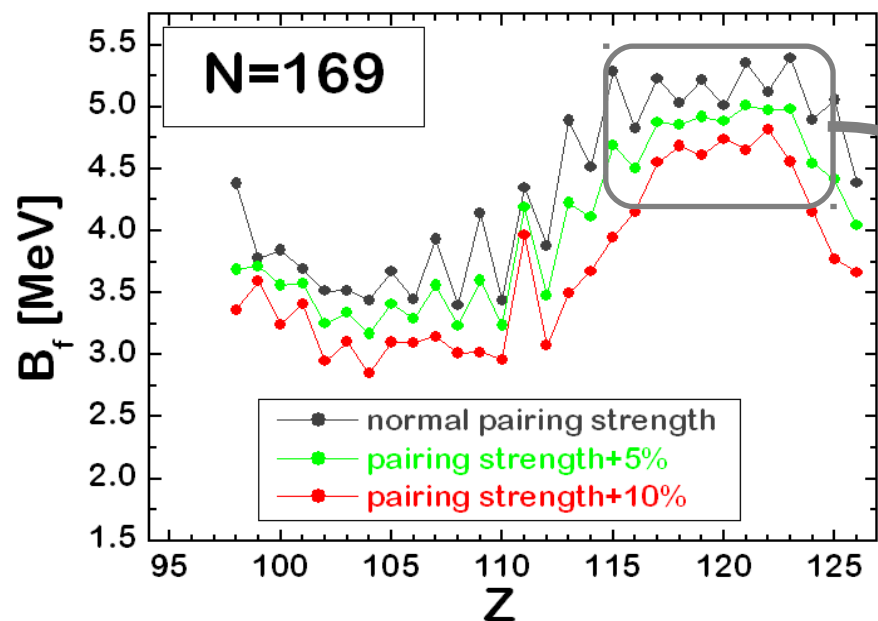
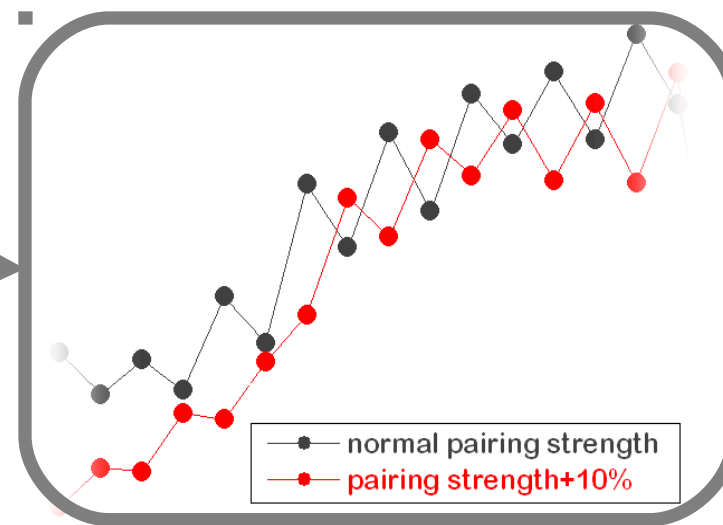
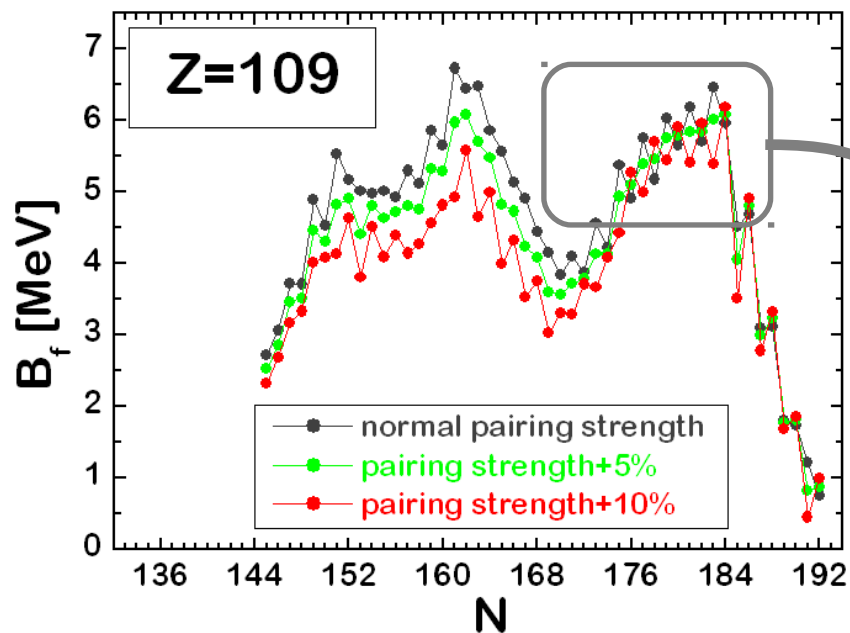
mniej wyraźny staggering w eksperymentalnych pierwszych  $B_f$  w aktynowcach :



EXP1 – G. N. Smirenkin, IAEA Report No. INDC(CCP)-359, Vienna, 1993.

EXP2 – RIPL Handbook, TECDOC-1034, IAEA, Vienna, 1998.

# STAGGERING W $B_f$ ZALEŻNY OD NATEŻENIA SIŁ PAIRING



# BARIERY TEORETYCZNE I EKSPERYMENTALNE

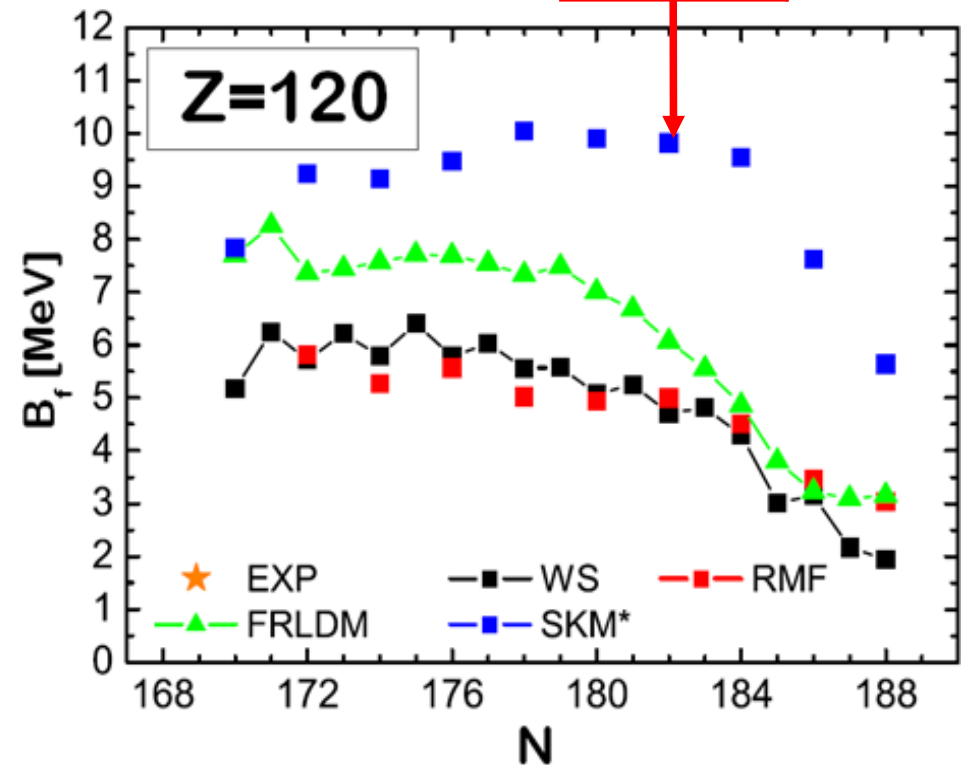
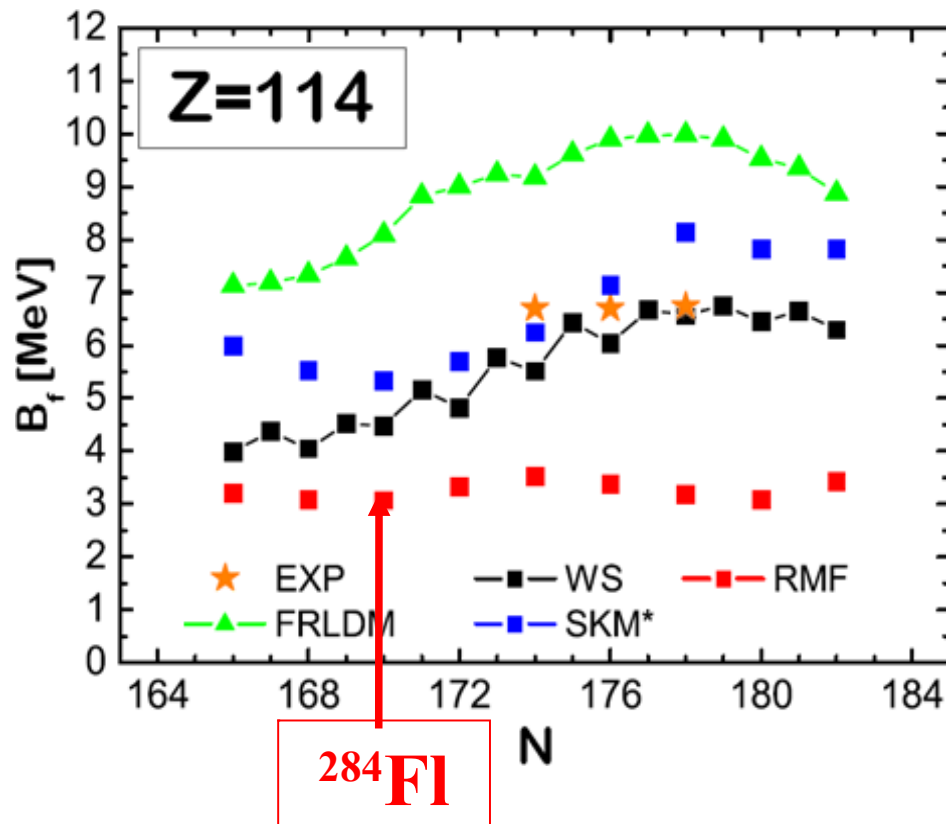
WS – nasze wyniki

FRLDM – P. Möller et al., *Phys. Rev. C* **91**, 024310 (2015).

SKM\* – A. Staszczak et al., *Phys. Rev. C* **87**, 024320 (2013).

RMF – H. Abusara et al., *Phys. Rev. C* **85**, 024314 (2012); **82**, 044303 (2010).

EXP – M. G. Itkis et al., *Phys. Rev. C* **65**, 044602 (2002).



# WNIOSKI (I) (STANY PODSTAWOWE)

- Brak wyraźnych globalnych minimów tetrahedralnych w obszarze  $Z=82-126$ ,  $N \geq 96$ , charakteryzujących się dużą wartością parametru  $\beta_{32}$ .
- Wyznaczone **warunkowe minima** tetrahedralne ( $\beta_{20}, \beta_{22} = 0$ ) charakteryzują się najczęściej dużą energią wzbudzeń (tj. **powyżej 2 MeV**), a w przypadku energii mniejszych niż 2 MeV nie są one chronione żadną istotną barierą.
- Jądra o  $Z < 118$ , których stany podstawowe wykazały (raczej niewielką) podatność na kształt opisywany przez  $\beta_{32}$  to tylko kilka izotopów **Po** z okolic  $N=136$  oraz kilka bardzo egzotycznych nuklidów leżących poza granicami  $\beta$ -stabilności.
- Największe znaczenie kształtów opisywanych przez  $\beta_{32}$  w stanie podstawowym zaobserwowano dla ok. **40 nuklidów** z obszaru  $Z=119-126$ ,  $N=173-188$ , wyłącznie przy jednoczesnej kombinacji  $\beta_{32}$  z  $\beta_{30}$  oraz z  $\beta_{22}$ .



## WNIOSKI (II) (PUNKTY SIODŁOWE I BARIERY)

- Przeprowadzone rachunki wskazują na istnienie dwóch ważnych z punktu widzenia fizyki obszarów, tj. :  **$Z=100-108$ ,  $N=150-162$**  oraz  **$Z=114$ ,  $N=176-180$** , charakteryzujących się stosunkowo wysokimi barierami rozszczepieniowymi.
- Uwzględnienie **kształtów trójosiowych** znacząco redukuje wysokości barier, nawet o  **$2,5 \text{ MeV}$** . **Około 70%** wyznaczonych barier charakteryzuje się trójosiowymi punktami siodłowymi.
- W przypadku niektórych jąder, tj.  **$Z \geq 109$  asymetria masowa** obniża pierwsze siodło, nawet o  **$0,8 \text{ MeV}$** . Wydaje się, że efekt ten dotyczy wyłącznie siodła osiowo-symetrycznych.
- Efekt **nieosiowości heksadekapolewej** znacząco obniża bariery rozszczepieniowe dla jąder mających  **$Z \geq 119$** , zwłaszcza neutrononiedomiarych. Efekt ten osiąga wartość **nawet  $1 \text{ MeV}$** .
- Dostępne w literaturze oszacowania teoretyczne  $B_f$  różnią się znacząco. Nasze obliczenia wskazują, że bariery rozszczepieniowe są jeszcze dość znaczne dla okolic  $Z=118$  ale **stają się niższe niż  $5,5 \text{ MeV}$  dla  $Z=126$** .